

На фиг. 2 экспериментальные данные [1, 2] с различными Eu сравниваются с результатами расчета по (2.2) (сплошная линия 3) и данными, использующими аналог формулы Жуковского (2.1) $F(P^*, Eu)$ (штриховые линии 1 и 2 для $Eu=61$ и 144 соответственно).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Akagawa K., Sakaguchi T., Fujii T.* Исследование ударных волн в двухфазных потоках. Ч. 1. Течения с пузырьками — Trans. Jap. Soc. Mech. Eng., 1980, v. B46, № 403, p. 492–500 (In Japan).
2. *Зубкова Н. Г.* Особенности гидравлического удара в двухфазных газожидкостных потоках. — Гидротехн. стр-во, 1978, № 7, с. 29–33.
3. *Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Тимофеев Е. И., Цыганов С. А.* Неустановившееся движение столба двухфазной смеси под действием внезапно приложенного давления. — Докл. АН СССР, 1982, т. 262, № 3, с. 595–598.
4. *Гельфанд Б. Е., Тимофеев Е. И.* Исследование гидроудара в гидродинамических ударных трубах. — Теплофизика высоких температур, 1983, т. 21, № 2, с. 330–334.
5. *Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Тимофеев Е. И.* Отражение плоских ударных волн от твердой стенки в системе пузырьки газа — жидкость. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2, с. 174–178.
6. *Паркин Б. Р., Гилмор Ф. Р., Броуд Г. Л.* Ударные волны в воде с пузырьками воздуха. — В кн.: Подводные и подземные взрывы. М.: Мир, 1974, с. 152–258.

Саратов

Поступила в редакцию
29.VI.1983.

УДК 536.25

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ТОНКОСТЕННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СОСУДЕ С ПОЛУСФЕРИЧЕСКИМИ ДНИЩАМИ, ПОЛНОСТЬЮ ЗАПОЛНЕННОМ ЖИДКОСТЬЮ

ВАЛЬЦИФЕРОВ Ю. В., ДРОНОВ В. П.

Теоретическому и экспериментальному исследованию конвекции в замкнутых объемах простой конфигурации (плоской области [1], цилиндре [2, 3], сфере [4–7]) посвящен ряд работ. Если для областей простой геометрии достаточно хорошо исследованы и изучены структура течения и длительность характерных режимов конвекции, то сведения о характеристиках конвекции в тонкостенных цилиндрических сосудах с полусферическими днищами практически отсутствуют. Более того, почти во всех работах не учитывается конечная теплоемкость тонкостенной оболочки и перетоки тепла по ней.

В настоящей работе приведены результаты расчета конвекции в тонкостенном цилиндрическом сосуде с полусферическими днищами в диапазоне чисел Рэлея и Фурье, охватывающем основные режимы нестационарной ламинарной конвекции при заданном потоке тепла.

1. Постановка задачи и метод расчета. Сосуд высотой H с полусферическими днищами радиуса R и цилиндрической вставкой длиной H_1 , образованный тонкостенной оболочкой постоянной толщины δ , полностью заполнен жидкостью. К внешней поверхности сосуда подводится постоянный равномерно распределенный поток тепла. Направление действия массовых сил совпадает с вертикальной осью сосуда. Физические свойства жидкости и оболочки не зависят от температуры, а поля течения и температуры осесимметричны. Оболочка сосуда считается тонкой ($\delta/R \ll 1$), поэтому изменением температуры в поперечном направлении пренебрегается.

Уравнения для температуры оболочки, поля течения и температуры в жидкости в безразмерной форме имеют вид

$$\frac{\delta}{R} \frac{\rho_w c_w}{\rho c} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\delta}{R} \frac{k_w}{k} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \left(1 + \frac{\delta}{R}\right) - q_n(z, t) \quad (1.1)$$

$$\frac{\delta}{R} \frac{\rho_w c_w}{\rho c} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\delta}{R} \frac{k_w}{k} \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right) + \left(1 + \frac{\delta}{R}\right)^2 - q_n(\varphi, t) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial r} = Ra^* Pr \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + Pr \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) \quad (1.3)$$

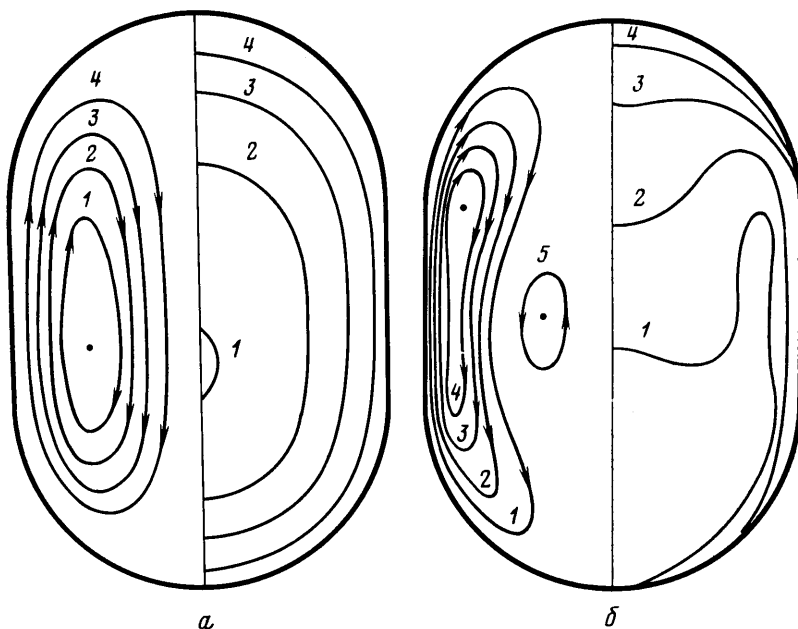
$$\omega = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (1.5)$$

$$\theta = (T - T_0) k (q_w R), \quad q_n = \text{grad } \theta n$$

$$\text{Ra}^* = g \beta q_w R^4 / (\nu a k), \quad \text{Pr} = \nu / a$$

Здесь θ — безразмерная температура; ρ , c , k — соответственно плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности жидкости (индекс w относится к стенке); q_n — поток тепла, поступающий от стенки в жидкость, φ — угол в сфери-



Фиг. 1

ческой системе координат; T_0 — начальная температура; a — коэффициент теплопроводности; β — коэффициент температурного расширения; Ra^* — число Рэлея; Pr — число Прандтля. В качестве масштабов длины, времени, скорости и температуры выбраны соответственно R , R^2/a , a/R , $q_w R/k$. Вихрь и функция тока вводятся соотношениями

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -ur, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = vr, \quad r\omega = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.6)$$

Начальные условия

$$\theta(r, z, 0) = \psi(r, z, 0) = \omega(r, z, 0) = 0$$

Граничные условия для функции тока и вихря могут быть получены из определения функции тока и граничных условий для составляющих скорости u , v (на оси сосуда $u = \partial v / \partial r = 0$, на твердых поверхностях заданы условия прилипания $u = v = 0$). На сферической поверхности $\psi = \partial \psi / \partial r = \partial \psi / \partial z = 0$, на цилиндрической поверхности $\psi = \partial \psi / \partial r = 0$, на оси сосуда $\psi = \partial(\partial \psi / r \partial r) / \partial r = 0$.

Граничные условия для вихря определяются из (1.6) с помощью граничных условий для скорости [5]. Граничными условиями для температуры при решении уравнения переноса тепла в жидкости являются значения температуры стенки в соответствующий момент времени, найденные из решения уравнений (1.1), (1.2).

Для решения уравнений Буссинеска в переменных ω , ψ , θ использовалась неявная разностная схема типа переменных направлений на неравномерной сетке [5].

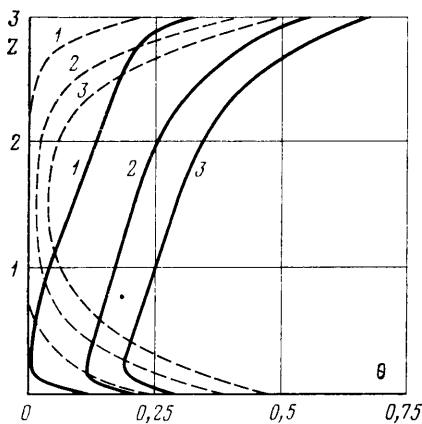
**2. Основные закономерности конвективного теплообмена и температурного рас-
слоения.** Критерияльное соотношение для безразмерной температуры согласно

(1.1)–(1.5) имеет вид

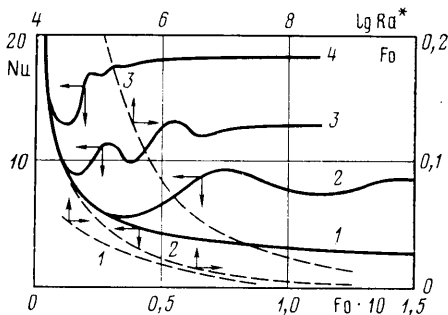
$$\theta = f(r, z, Fo, H/R, \delta/R, k_w/k, \rho_w c_w / (\rho c), Pr, Ra^*)$$

Рассмотрим режимы конвекции в плоскости Ra^* и Fo (значения остальных безразмерных параметров $Pr=1$, $\delta/R=3 \cdot 10^{-3}$, $H/R=3$, $k_w/k=125$, $\rho_w c_w / (\rho c)=4,96$ полагаются неизменными).

В цилиндрическом сосуде с полусферическими днищами можно выделить режимы относительно слабой конвекции ($Ra^*=10^2-10^5$) и сильной конвекции ($Ra^*>10^6$), существенно различающиеся по структуре и характерным временным масштабам. Слабая конвекция малоэффективна в перемешивании, ее действия связаны с перераспределением температур по вертикали, что хорошо видно на фиг. 1, а по сдвигу



Фиг. 2



Фиг. 3

изотерм и линий тока в нижнюю часть области практически без изменения их формы ($Ra^*=10^3$, $Fo=0,17$, линиям 1–4 справа соответствуют безразмерные значения температуры: $\theta=0,14$; $0,28$; $0,41$; $0,55$, а линиям 1–4 слева – значения функции тока $\psi=-0,49$; $-0,37$; $-0,24$; $-0,12$).

При сильной конвекции в поле течения и температур можно отчетливо выделить пристеночную область, где велики градиенты температур, и конвективное ядро, в котором градиенты температур по горизонтали сравнительно малы. Пример расчета при $Ra^*=10^6$, $Fo=0,03$ дан на фиг. 1, б. Слева на фиг. 1, б показаны изолинии функции тока (линиям 1–5 соответствуют безразмерные значения $\psi=-3,26$; $-6,52$; $-9,79$; $-13,05$; $-16,31$; 1), а справа изотермы (линиям 1–4 соответствуют безразмерные значения $\theta=0,06$; $0,12$; $0,18$; $0,24$). Вертикальное распределение температур вдоль оси (фиг. 2, $Ra^*=10^6$, линиям 1–3 соответствуют значения $Fo=0,03$; $0,08$; $0,11$) напоминает аналогичное распределение вдоль оси сферы [5]. Штриховыми линиями на фиг. 2 показаны соответствующие профили температуры при переносе тепла только путем теплопроводности.

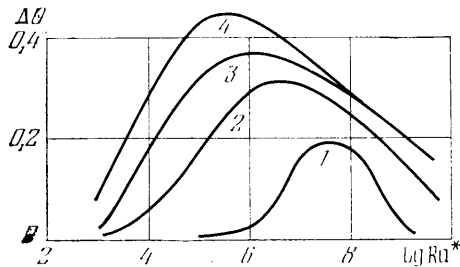
При развитой конвекции вертикальный профиль, как и в сфере, имеет три характерные зоны: зона у дна, на которую распространяется действие тепловой неустойчивости, конвективное ядро с постоянным вертикальным градиентом температуры и верхний слой, образованный за счет подвода тепла извне и конвекции вдоль стенок. Стабилизирующее распределение температуры в верхнем слое ослабляет и оттесняет конвекцию, и вклад молекулярной теплопроводности в формирование профиля температуры в этой зоне оказывается значительным. Профиль температуры в этой зоне вырабатывается в результате взаимодействия теплопроводности и конвекции. С течением времени глубина прогрева (фиг. 2) увеличивается и верхний слой опускается на дно сосуда. Следует отметить, что горизонтальные разности температуры при $Ra^*=10^6$ достигают постоянного значения при числе $Fo \approx 0,07-0,08$, однако вертикальные разности температуры продолжают увеличиваться. Время установления квазистационарного режима прогрева жидкости по вертикальному разности в данном случае, по-видимому, близко к времени установления этого режима при переносе тепла путем теплопроводности ($Fo \sim 1$). Причиной этого важного обстоятельства является ослабление конвекции при прогреве сверху, в результате чего перенос тепла путем теплопроводности становится сопоставимым с конвективным переносом. Аналогичная картина наблюдается в цилиндрическом сосуде при комбинированном подводе тепла к свободной и боковой поверхностям и дну [3].

На фиг. 3 показана зависимость среднего числа Нуссельта $Nu=1/(\theta_w-\theta_m)$ от числа Fo (линиям 1–4 соответствуют значения числа Рэлея 10^3 , 10^5 , 10^6 , 10^7). Зависимость эта носит затухающий колебательный характер. Физической причиной этих колебаний является образование вторичных течений и взаимодействие вторич-

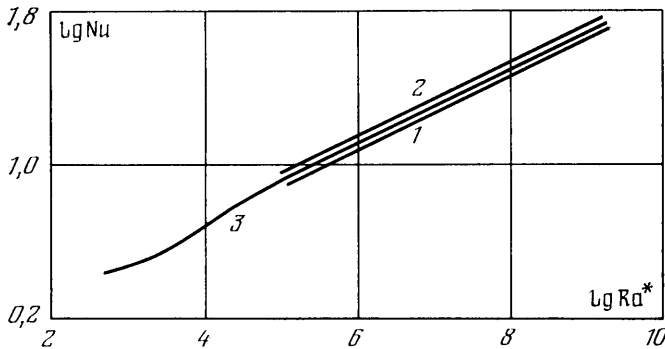
ных течений с основным [3]. Одной из причин отрыва пограничного слоя от нагретой стенки является тормозящее воздействие градиента температур по вертикали. Другим механизмом образования вторичных токов является перегрев жидкости на оси сосуда по сравнению с жидкостью, находящейся между стенкой и осью, в результате чего частицы на оси становятся более легкими по сравнению с более холодными частицами в основной массе жидкости и всплывают вверх (фиг. 1, б).

Анализируя зависимость максимального значения функции тока $|\psi|_{\max}$ и числа Нуссельта от числа Fo , можно условно выделить три режима конвекции: а) режим теплопроводности, характеризующийся сравнительно небольшим отличием поля температур от теплопроводностного; б) переходный режим, характеризующийся развитием конвекции и достижением ее максимальной интенсивности во времени; в) квазистационарный режим прогрева, характеризующийся постоянной интенсивностью конвекции и числом Нуссельта. Штриховые линии 1, 2, 3 на фиг. 3 означают соответственно границу начала влияния конвекции на поле температур, режим максимальной интенсивности (по $|\psi|_{\max}$) и квазистационарный.

Результаты проведенных расчетов подтверждают эффект максимума температурного расслоения, установленный ранее для плоской [1], цилиндрической [2] и сферической областей [5] и сформулированный в общем виде в работе [8]. Максимум вертикальных разностей температур в сосудах различной геометрии имеет место при определенном числе Рэлея, соответствующем переходу от режима слабой к режиму сильной конвекции. Из фиг. 4 видно, что максимум $\Delta\theta_b = \theta(H, 0) - \theta(0, 0)$ на квазистационарном режиме ($Fo \geq 0,2$) имеет место при числе $Ra^* \sim 5 \cdot 10^5$ (линиям 1, 2, 3, 4 соответствуют значе-



Фиг. 4



Фиг. 5

ния числа $Fo=0,01; 0,05; 0,1; 0,2$), причем при уменьшении длительности прогрева положение максимума смещается в сторону больших чисел Рэлея.

Условную границу перехода к режиму сильной конвекции можно определить также из сопоставления зависимостей максимальной скорости вблизи стенки v_{\max} и на оси $|v_m|$ в сечении $z=H/2$ на квазистационарном режиме от числа Рэлея. Эти зависимости имеют степенной вид $v_{\max}=0,056 Ra^{*0,53}$, $|v_m|=Ra^{*0,25}$.

На фиг. 5 дана зависимость среднего числа Нуссельта на квазистационарном режиме от числа Рэлея. При $Ra^* \geq 10^5$ эта зависимость (линия 3) имеет степенной вид с постоянным показателем степени $Nu=0,81 Ra^{*0,2}$. Здесь же для сравнения приведены соответствующие зависимости для цилиндра с плоскими днищами $Nu=0,75 Ra^{*0,2}$ (линия 1, $H/R=2$) [2] и сферы $Nu=0,87 Ra^{*0,2}$ [5] (линия 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Полежаев В. И. Нестационарная ламинарная тепловая конвекция в замкнутой области при заданном потоке тепла. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 4, с. 110–117.
2. Вальциферов Ю. В., Полежаев В. И. К расчету конвективного теплообмена и температурного расслоения в цилиндрическом сосуде при заданном потоке тепла. Численные методы механики сплошной среды. Изв. СО АН СССР, 1981, т. 12, № 1, с. 10–19.

3. *Полежаев В. И.* Конвективное взаимодействие в цилиндрическом сосуде, частично заполненном жидкостью, при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям и дну.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 4, с. 77–88.
4. *Тарунин Е. Л.* Нестационарная тепловая конвекция в шаровой полости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 4, с. 118–124.
5. *Вальциферов Ю. В., Полежаев В. И.* Конвективный теплообмен и температурное расслоение в сфере, полностью заполненной жидкостью, при заданном потоке тепла.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 150–155.
6. *Whitley H. G. III, Vachon R. I.* Transient laminar free convection in closed spherical containers.— Trans. ASME, Ser. C, 1972, v. 94, № 4, p. 360–366.
7. *Щелкунов В. Н., Кириченко Ю. А.* О характерных временах конвективного теплообмена в шаровом объеме.— В кн.: Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. Вып. 2. Харьков, 1972, с. 20–23.
8. *Полежаев В. И.* Эффект максимума температурного расслоения и его приложения.— Докл. АН СССР, 1974, т. 218, № 4, с. 783–786.

Москва

Поступила в редакцию
6.X.1983

Технический редактор *Е. В. Синицына*

Сдано в набор 17.07.84	Подписано к печати 14.09.84	Т-14180	Формат бумаги 70×108 ^{1/4}
Высокая печать	Усл. печ. л. 18,2	Усл. кр.-отт. 30,0 тыс.	Уч.-изд. л. 19,8
	Тираж 1634 экз.	Зак. 368	Бум. л. 6,5

Издательство «Наука». 103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Шубинский пер., 10