

## ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ПРИ ТРЕХФАЗНОМ ТЕЧЕНИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

ВИРНОВСКИЙ Г. А.

Рассматривается задача определения параметров фильтрационного течения, описываемого системой уравнений Баклея – Леверетта, по функциям, допускающим непосредственное измерение. Обобщено известное решение аналогичной задачи для двухфазного течения [1–3]. В отличие от [4] рассматривается общий случай, когда доли фаз в потоке и фазовые проницаемости зависят от двух переменных.

1. Одномерное течение трех несмешивающихся жидкостей при известных допущениях может быть описано следующей системой уравнений:

$$wF \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial x} + m \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} = 0, \quad F_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial s_j}, \quad i, j=1, 2 \quad (1.1)$$

$$w(t) = -k \frac{1}{\psi} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \psi = \left( \sum_{i=1}^3 \frac{k_i(s)}{\mu_i} \right)^{-1} \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^3 s_i = 1, \quad \mathbf{s} = (s_1, s_2), \quad f_i = \frac{\psi k_i}{\mu_i}, \quad i=1-3$$

Здесь  $p$  – давление;  $s_i$  – насыщенность,  $k_i(\mathbf{s})$  – относительная проницаемость,  $f_i(\mathbf{s})$  – доля в потоке,  $\mu_i$  – вязкость  $i$ -й фазы;  $k(x)$  – абсолютная проницаемость,  $w$  – скорость фильтрации,  $x$  – координата,  $t$  – время,  $m$  – пористость.

Предположим для определенности, что скорость положительна, а матрица  $F$  имеет два вещественных положительных собственных числа. Последнее условие обеспечивает принадлежность системы (1.1) к гиперболическому типу [5].

Рассмотрим задачу определения функций  $k_i(\mathbf{s})$ ,  $i=1-3$ , предполагая известными давления и расходы фаз в точках  $x=0$  и  $x=l$ , а также пористость и вязкости фаз. При этом будем исходить из уравнения (1.1) и уравнения, которое получается интегрированием (1.2)

$$\int_0^l r(x) \psi(\mathbf{s}(x, t)) dx = z(t) \quad (1.3)$$

$$r(x) = 1/k(x), \quad z(t) = (p(l, t) - p(0, t))/w(t)$$

2. При постоянных начальных и граничных условиях насыщенность  $\mathbf{s}$  автомодельна [5]. Воспользуемся этим свойством для решения сформулированной задачи. Запишем уравнение материального баланса в виде

$$m \int_0^l \mathbf{s} dx = \mathbf{s}_0 m l + \mathbf{f}_0 q - \mathbf{Q}_l$$

$$\mathbf{f}_0 = (f_1, f_2) |_{x=0}, \quad q(t) = \int_0^l w(\tau) d\tau$$

$$\mathbf{Q}_l(t) = \int_0^l w(\tau) \mathbf{f}(\mathbf{s}(l, \tau)) d\tau \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{s}_0$  – начальная насыщенность.

Преобразуем интеграл в левой части (2.1), используя уравнения  $d_i \mathbf{f} = \xi d_i \mathbf{s}$  на характеристиках ( $\xi$  – автомодельная переменная) и условия на скачках

$$(s^+ - s^-) \xi^* = f^+ - f^-$$

$$s^\pm = \mathbf{s}(\xi \pm 0), \quad \mathbf{f}^\pm = \mathbf{f}(s^\pm), \quad \xi = x/q^\circ, \quad q^\circ = q/m$$

Для течения с одним скачком имеем

$$\int_0^l s(x/q^\circ) dx = q^\circ(f_0 - f_l) + s_l l \quad (2.2)$$

$$s_l = s(l, t), \quad f_l = f(s_l)$$

Подстановка (2.2) в (2.1) дает

$$s_l = s_0 + (qf_l - Q_l) / ml \quad (2.3)$$

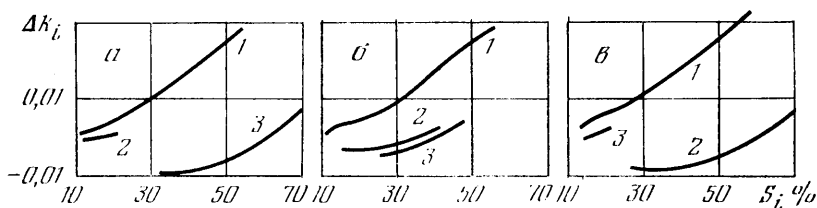
Полученное соотношение обобщает формулу Велджа [1]. Оно позволяет вычислить насыщенность на правом конце по наблюдаемым фазовым расходам.

Преобразуем уравнение (1.3), учитывая автомодельность насыщенности

$$z = \begin{cases} q^\circ \left[ \int_0^{\xi^*} r(q^\circ \xi) G(\xi) d\xi + \int_{\xi^*}^{l/q^\circ} r(q^\circ \xi) G(\xi) d\xi \right], & \xi^* < \frac{l}{q^\circ} \\ q^\circ \int_0^{l/q^\circ} r(q^\circ \xi) G(\xi) d\xi, & \xi^* \geq \frac{l}{q^\circ} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$G(\xi) = \psi(s(\xi))$$

Наибольший практический интерес, по-видимому, представляет случай, когда



Фиг. 1

пористая среда макрооднородна. В этом случае, дифференцируя (2.4), имеем

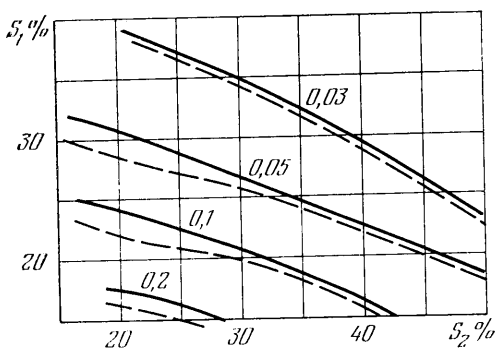
$$G\left(\frac{l}{q^\circ}\right) = \psi(s_l) = \frac{k}{l} \left( z - q \frac{dz}{dq} \right) \quad (2.5)$$

Совместное применение формул (2.3) и (2.5) позволяет определить относительные пропускания, если среда макрооднородна. В случае, требующем учета неоднородности пористой среды, функция  $\psi$  может быть найдена из решения линейного интегрального уравнения (2.4).

Отметим, что формулы (2.3) и (2.5) сохраняют свой вид при любом числе скачков насыщенности. Вывод этих формул, верный лишь при одном скачке, приведен в целях сокращения записи промежуточных выкладок.

3. Вытеснение газов водонефтяной смеси моделировалось путем численного решения исходной системы уравнений при заданной скорости фильтрации, граничной насыщенности  $s(0, t) = (1; 0)$  и различных начальных насыщенностях:  $s_0 = (0; 0,2); (0; 0,5); (0; 0,8)$ . В расчетах принималось  $k_i(s) = s_i^2$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

$\mu_1 = 0,02$  сП (газ),  $\mu_2 = 1$  сП (вода),  $\mu_3 = 2$  сП (нефть),  $k(x) = 1$  дарси,  $m = 0,2$ . Расчеты проводились с помощью явной разностной схемы первого порядка [7]. Подстановка вычисленных фазовых расходов и перепада давлений в разностные аналоги формул



Фиг. 2

(2.3) и (2.5) приводит к определению функций  $k_i$  с погрешностями  $\Delta k_i$ , которые обусловлены погрешностями разностного решения. Погрешности  $\Delta k_i$  для числа пространственных шагов разностной сетки  $N=60$  показаны на фиг. 1. Как показывают расчеты, при изменении  $N$  в диапазоне 60–20 погрешности линейно возрастают.

Описанный способ позволяет определить относительные проницаемости, очевидно, лишь для тех значений насыщенности, которые реализуются в рассматриваемом автомодельном течении, т. е. в тех точках плоскости  $(s_1, s_2)$ , которые принадлежат характеристикам уравнения (1.1), отвечающим данным начальным и граничным условиям. Если относительные проницаемости зависят от двух переменных, то для их определения необходимо проводить серию экспериментов, варьируя условия таким образом, чтобы характеристики достаточно плотно покрывали область изменения насыщенности.

В следующем примере в отличие от предыдущего было принято  $k_3 = s_3^2(50s_1^2 + 2s_2^2 + s_3^2)^{-1}$ , начальная газонасыщенность нулевая, начальная водонасыщенность: 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,5;  $N=20$ , остальные параметры те же. На фиг. 2 сплошными кривыми показаны линии уровня  $k_3(s)$ , штриховыми – линии уровня функции, найденной из решения обратной задачи.

Автор благодарен Б. В. Шалимову за обсуждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Welge H. J.* A simplified method for computing oil recovery by gasor water drive. – Trans. AIME, 1952, v. 195, p. 91–98.
2. *Эфрос Д. А.* Определение относительных проницаемостей и функций распределения при вытеснении нефти водой. – Докл. АН СССР, 1956, т. 110, № 5, с. 746–749.
3. *Johnson E. F., Bossler D. P., Naumann V. O.* Calculation of relative permeability from displacement experiments. – Trans. AIME, 1959, v. 216, p. 370–372.
4. *Sarem A. M.* Three-phase relative permeability measurements by unsteady-state method. – Soc. Petrol. Engng. Journal, 1966, v. 6, № 3, p. 199–205.
5. *Шалимов Б. В.* О фильтрации трехфазной жидкости (модель Баклея – Леверетта). – Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 1, с. 39–44.
6. *Шалимов Б. В.* Численное моделирование одномерной трехфазной фильтрации. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 6, с. 59–66.

Москва

Поступила в редакцию  
21.VII.1983

УДК 533.6.011

### РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОПЛА ЛАВАЛЯ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГОРЛОВИНОЙ

ДВОРЕЦКИЙ В. М., ПАНИН С. Д., ШИШКОВ А. А.

Приводятся результаты экспериментального и численного исследования смешанного течения и параметров теплопередачи в трансзвуковой области осесимметричного сопла Лавалья, горловина которого образована цилиндрической поверхностью, т. е. контур сопла вблизи минимального сечения содержит две угловые точки.

В известных работах [1–4], посвященных анализу особенностей внутренних трансзвуковых течений и параметров теплопередачи, рассматриваются сопловые тракты с гладким контуром горла либо с одной угловой точкой. Сопла сложной формы с цилиндрической горловиной исследовались в работах [5, 6], однако при этом определялись главным образом интегральные характеристики течения и не была отмечена такая особенность структуры потока, как наличие отрывной зоны вблизи критического сечения, выявленная к настоящему времени. Так, экспериментальное исследование плоских сопел с одной угловой точкой в горле и с малой геометрической степенью расширения [7] указывает на возможность появления особенностей в распределении локальных характеристик газового и теплового потоков в трансзвуковой области тракта с цилиндрической горловиной.

Данная работа содержит сопоставление результатов модельных испытаний и численных расчетов осесимметричного сопла Лавалья с двумя изломами контура в окрестности критического сечения. Распределение статического давления на стенке сопла в физическом эксперименте определялось с помощью дренажных отверстий. В качестве рабочего тела использовался холодный очищенный сухой воздух. Для исследования условий теплообмена в тракте применена металлическая лента с токоподводом.

Численные расчеты поля течения газа выполнены на основе метода установления по времени с использованием схемы С. К. Годунова. Опытные значения коэффициентов теплообмена и температуры восстановления сопоставлены с расчетными. На основе сравнительного анализа результатов измерений статического давления и