

чеством одинаково при всех значениях α : после непродолжительного периода роста возмущений на фоне почти неискаженного профиля осредненной скорости $W_0 = 1 - r^2 + V_{00}K$, наступает более длительная стадия снижения интенсивности возмущений и торможения потока. При этом профиль скорости наполняется, приобретая типично «турбулентный» вид. Дальнейшее развитие при $\alpha \leq 1,3$ и $\alpha \geq 1,6$ ведет к быстрому затуханию возмущений и постепенному возвращению профиля скорости W_0 к исходному параболическому виду.

При $\alpha = 1,45$ и $1,5$ затухания не происходит, а средние характеристики устанавливаются при $t \approx 2000$. Расчеты продолжались до $t = 5000$. Возникающее при этом автоколебательное движение характеризуется резким по сравнению с ламинарным режимом падением расхода жидкости. Число Рейнольдса, вычисленное по устанавливающейся в пределе средней скорости $R_c = 2W_{cr0}/v$, близко к экспериментальной границе устойчивости (при $\alpha = 1,5$ $R_c \approx 2630$). Профиль скорости в предельном режиме ($\alpha = 1,5$) изображен на фиг. 3 кривой 1, кривая 2 — начальный параболический профиль.

Подчеркнем, что учет ограниченного числа взаимодействующих волн позволяет правильно описать интегральные характеристики движения: предельная величина коэффициента сопротивления отличается от экспериментальных значений [1] не более чем на 10–15%.

Автор выражает искреннюю благодарность Г. И. Петрову и С. Я. Герценштейну за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шиллер Л. Движение жидкостей в трубах. М.—Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936. 230 с.
2. Salwen H., Grosch C. E. The stability of Poiseuille flow in a pipe of circular cross-section.— J. Fluid Mech., 1972, v. 54, № 1, p. 93–112.
3. Salwen H., Cotton F. W., Grosch C. E. Linear stability of Poiseuille flow in a circular pipe.— J. Fluid Mech., 1980, v. 98, № 2, p. 273–284.
4. Itoh Nobutake. Nonlinear stability of parallel flows with subcritical Reynolds numbers. Pt 2. Stability of pipe Poiseuille flow to finite axisymmetric disturbances.— J. Fluid Mech., 1977, v. 82, № 3, p. 469–479.
5. Patera A. T., Orszag S. A. Finite-amplitude stability of axisymmetric pipe flow.— J. Fluid Mech., 1981, v. 112, p. 467–474.
6. Ладыженская О. А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970. 288 с.
7. Петров Г. И. Применение метода Галеркина к задаче об устойчивости течения вязкой жидкости.— ПММ, 1940, т. 4, № 3, с. 3–12.
8. Fox J. A., Lessen M., Bhat W. V. Experimental investigation of the stability of Hagen-Poiseuille flow.— Phys. Fluids, 1968, v. 11, № 1, p. 1–4.

Москва

Поступила в редакцию
12.IV.1984

УДК 532.526.2.013.4

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ СКОРОСТИ ВНЕШНЕГО ТЕЧЕНИЯ

ЛЫСЕНКО В. И., ФОМИЧЕВ В. М.

Исследованию устойчивости ламинарного пограничного слоя в присутствии периодически изменяющихся во времени возмущений скорости внешнего течения высокой частоты, в частности акустических колебаний, посвящен ряд работ, подробный обзор которых можно найти в монографии [1]. Механизм влияния таких возмущений на устойчивость и на переход к турбулентному режиму течения может быть различным. Например, они могут привести к деформации осредненного поля основного течения. Однако такой характер воздействия возмущений ранее не обсуждался, поскольку, не без определенных оснований, считалось, что изменение основного течения очень невелико даже при возмущениях большой амплитуды.

Цель настоящей работы — показать достаточно большую эффективность воздействия возмущений, или пульсаций скорости внешнего потока, посредством изменения основного течения на устойчивость ламинарного пограничного слоя газа в условиях существенной неизоотермичности и привести примеры расчетов, иллюстрирующие это утверждение.

1. **Постановка задачи.** Пусть на внешней границе плоского пограничного слоя скорость потока задана в виде $u = u_c(x) + u'(x, t)$, где $u'(x, t)$ — периодическая функция времени. Пульсации скорости сопровождаются пульсациями давления, температуры и физических свойств газа.

Предположим, что течение существенно дозвуковое $M \ll 1$, а характерная частота возмущений Ω достаточно велика, так что, во-первых, толщина вязкого слоя Стокса $\sigma = \sqrt{\nu/\Omega}$ много меньше толщины пограничного слоя ($\epsilon = \sigma/\delta \ll 1$) и, во-вторых, $\Omega \gg \omega$, где ω — частота волн Толлмина — Шлихтинга. Используя известные результаты теории гидродинамической устойчивости, нетрудно получить следующее оценочное соотношение: $\omega/\Omega \sim 10^{-1} \text{Re}_e \epsilon^2 \ll 1$.

Таким образом, в задаче предполагается наличие двух различных масштабов времени: первый обусловлен высокочастотными возмущениями скорости внешнего течения, второй — масштаб «медленного» времени — определяется периодом волны Толлмина — Шлихтинга. Это позволяет провести исследование по следующей схеме.

1. Усреднение исходной системы уравнений Навье — Стокса по «быстрому» времени. Полученная система будет отличаться наличием дополнительных членов, содержащих корреляционные моменты возмущений (пульсаций).

2. Линеаризация полученных уравнений относительно некоторого, пока неизвестного решения, определяющего среднее течение. Линеаризованные уравнения имеют такой же вид, как соответствующие уравнения, записанные для температурного пограничного слоя газа при отсутствии пульсаций.

3. Нахождение среднего поля скорости, температуры и физических свойств газа, через которые определяются коэффициенты линейной системы уравнений, и исследование устойчивости ее решения.

В целях существенного сокращения объема статьи изложение начинается с последнего пункта указанной схемы.

2. Среднее течение в периодическом пограничном слое. Первые исследования по теории пограничного слоя при наличии гармонических возмущений скорости внешнего течения были выполнены в [2, 3]. О последующих достижениях в этой области можно узнать из обзоров, приведенных в [4–7]. Теоретический анализ, в основу которого были положены уравнения нестационарного ламинарного пограничного слоя несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами, показал, что высокочастотные возмущения конечной амплитуды не приводят к заметной перестройке осредненного поля основного течения. В то же время многочисленные экспериментальные исследования свидетельствуют об обратном — возмущения могут вызвать существенное изменение ($\sim 100\%$) таких характеристик течения, как сопротивление и теплообмен.

В работах [8–11] была указана возможная причина этого противоречия теории и эксперимента. Было установлено, что влияние возмущений на среднее течение в неизотермическом пограничном слое газа носит качественно иной характер, чем ранее считалось, и использование упрощенной математической модели несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами в этом случае недопустимо. Кроме того, был предложен метод определения осредненных полей скорости и температуры, применение которого показало хорошее соответствие результатов расчета с опытными данными ряда исследований.

Запишем осредненные уравнения периодического температурного пограничного слоя и граничные условия в виде [9]

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \rho_e u_e \frac{du_e}{dx} + f$$

$$c_p \rho \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

$$u = v = 0, \quad T = T_w \quad (y=0); \quad u = u_e, \quad T = T_e \quad (y=\infty) \quad (2.2)$$

$$f = \frac{\rho_e}{2} (1 - \psi) \sum_{n=1}^{\infty} u_n \frac{du_n}{dx}$$

Здесь u_n — спектральная составляющая возмущения скорости $u'(x, t)$ при $y = \infty$, $\psi = T/T_e$.

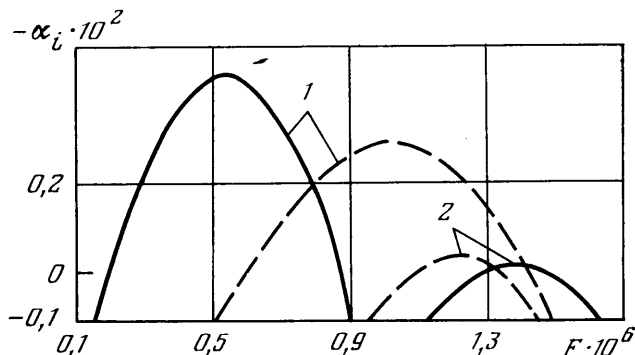
Уравнения (2.1) отличаются от уравнений стационарного ламинарного пограничного слоя наличием члена f , не зависящего явно от временного масштаба (частоты) возмущений. Этот член обусловлен появлением дополнительных касательных напряжений в пограничном слое. Корреляционные моменты, содержащие возмущения температуры и физических свойств газа, пренебрежимо малы при $\epsilon \ll 1$. Такой вид осредненных уравнений получен асимптотическим методом и справедлив при условии малости параметра $\epsilon/|1 - \psi_w|$. Погрешность расчета имеет порядок величины этого параметра. При $\psi_w = 1$ такое описание неправомерно, однако этот случай не представляет интереса, так как влияние возмущений в этом случае мало.

Рассмотрим подробно задачу, в которой предполагается, что характерная длина волны возмущений много больше линейного размера поверхности. Тогда два последних члена в правой части уравнения сохранения импульса можно записать так

$$\rho_e u_e \frac{du_e}{dx} + f = \rho_e u_e \frac{du_e}{dx} [1 - I(\psi - 1)], \quad I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n^2}{2u_e^2}$$

где I — относительная интенсивность возмущений.

Основные качественные заключения относительно влияния возмущений можно сделать без нахождения решений системы уравнений (2.1) и исследования их устойчивости. Видно, что «длинноволновые» возмущения деформируют основное течение



Фиг. 1

только при наличии продольного градиента давления. Если его величина отрицательная, а температура поверхности выше ее значения на внешней границе пограничного слоя, осредненные профили скорости и температуры становятся менее наполненными и, следовательно, пограничный слой менее устойчив. На холодной поверхности, наоборот, эти профили более наполнены, что приводит к повышению устойчивости пограничного слоя по сравнению со случаем отсутствия возмущений. При положительном градиенте давления эффект воздействия возмущений будет обратным — охлаждение поверхности будет оказывать уже стабилизирующее, а нагревание — стабилизирующее влияние на устойчивость пограничного слоя.

Приведем теперь результаты конкретных расчетов.

3. Устойчивость периодического пограничного слоя. Для пограничных слоев типа Фокнер — Скэц, т. е. при $u_e = Cx^n$, задача (2.1) — (2.3) может быть приведена к автомодельному виду

$$\frac{d}{d\eta} \left(K \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} \right) + \varphi \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} = \beta \left[\left(\frac{d\varphi}{d\eta} \right)^2 - \psi(1 - I(\psi - 1)) \right] \quad (3.1)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{K}{Pr} \frac{d\theta}{d\eta} \right) + \varphi \frac{d\theta}{d\eta} = 0$$

$$\varphi = 0, \quad \frac{d\varphi}{d\eta} = 0, \quad \theta = 0 \quad (\eta = 0); \quad \frac{d\varphi}{d\eta} = 1, \quad \theta = 1 \quad (\eta = \infty) \quad (3.2)$$

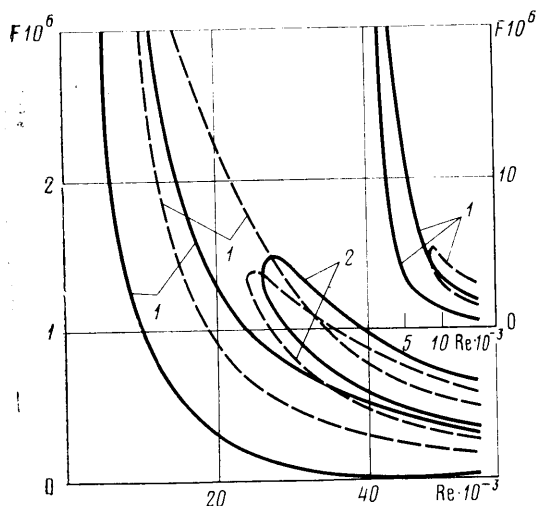
$$\eta = \left(\frac{(n+1)Cx^{n-1}}{2\nu} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy, \quad \frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{u}{u_e}, \quad \theta = \frac{T - T_w}{T_e - T_w}, \quad \beta = \frac{2n}{n+1}, \quad K = \frac{\mu\rho}{\mu_e\rho_e}$$

Для исследования устойчивости решений этой системы была модифицирована программа, ранее составленная для неизотермического стационарного пограничного слоя. Методика расчета изложена в [12]. В результате численного интегрирования линейных уравнений в приближении Дана — Линя при условии $M=0$ определялись характеристики устойчивости — коэффициенты пространственного нарастания возмущений α_i и нейтральные кривые. Результаты интегрирования представлялись в виде $\alpha_i = \alpha_i(F, Re)$ и $F = F(Re)$, где $F = \omega\nu/u_e^2$ — безразмерный частотный параметр, $Re = (u_e x/\nu_e)^{1/2}$ — модифицированное число Рейнольдса.

Примеры численных расчетов для течения вблизи критической точки затупленного тела ($n=1$) при нагретой и холодной его поверхности приведены на фиг. 1, 2.

Штриховые линии отвечают случаю отсутствия внешних возмущений, т. е. $I=0$, сплошные — $I=0,75$. Зависимости I отвечают $\psi_w=2$, зависимости 2 — $\psi_w=0,7$. На фиг. 1 коэффициенты пространственного нарастания возмущений рассчитаны для фиксированного значения $Re=28\ 810$.

Действующие на пограничный слой возмущения понижают его устойчивость на нагреваемой поверхности и повышают — на охлаждаемой (фиг. 2). При этом для



Фиг. 2

нагреваемой поверхности и повышают — на охлаждаемой (фиг. 2). При этом для $\psi_w > 1$ область неустойчивых частот и распространяется на меньшие числа Re , т. е. уменьшается критическое число Рейнольдса, а для $\psi_w < 1$ нейтральная кривая сдвигается в область больших F . Как показали соответствующие расчеты, смещение кривых нейтральной устойчивости тем больше, чем больше отличие ψ_w от 1. Аналогичное дестабилизирующее или стабилизирующее влияние оказывают внешние возмущения и на коэффициенты пространственного нарастания собственных колебаний в пограничном слое — для $\psi_w > 1$ ($\psi_w=2$) максимальные значения α_i выше, чем при отсутствии возмущений, а для $\psi_w < 1$ ($\psi_w=0,7$) — ниже. Необходимо также отметить, что величина воздействия возмущений на устойчивость пограничного слоя на нагретой поверхности значительно выше, чем на холодной.

Таким образом, проведенный анализ показал, что периодические возмущения скорости внешнего течения оказывают существенное

влияние на линейную устойчивость неизоэтермического пограничного слоя газа, причем чем выше степень неизоэтермичности при неизменной амплитуде возмущений, тем больше это влияние.

Авторы благодарят А. А. Маслова за помощь в проведении расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982. 152 с.
2. Lightill M. J. The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuation in the stream velocity.— Proc. Roy. Soc. London, 1954, v. 224, № 1156, p. 1—23.
3. Lin C. C. Motion in the boundary layer with a rapidly oscillating external flow.— Proc. 9th Int. Cong. Appl. Mech., Brussel, 1957, v. 4, p. 155—167.
4. Накоряков В. Е., Бурдуков А. П., Болдарев А. М., Терлеев П. Н. Тепло- и массообмен в звуковом поле. Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1970. 253 с.
5. Richardson P. D. Effects of sound and vibration on heat transfer.— Appl. Mech. Rev., 1967, v. 20, № 3, p. 201—217.
6. Stuart J. T. Unsteady boundary layers.— In: Recherches recentes sur les couches limites instationnaires. Quebec: Ed. Univ. de Laval, 1972, v. 2, p. 1—59.
7. Галицкий Б. М., Рыжов Ю. А., Якуш Е. В. Тепловые и гидродинамические процессы в колеблющихся потоках. М.: Машиностроение, 1977. 256 с.
8. Леонтьев А. И., Фомичев В. М. Трение и теплообмен в ламинарном пограничном слое с периодическими пульсациями давления.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 4, с. 43—50.
9. Леонтьев А. И., Фомичев В. М. Skin friction and heat transfer across pulsating laminar boundary-layer.— Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf., Toronto, 1978. V. 2, Ottawa, 1978, p. 495—500.
10. Леонтьев А. И., Фомичев В. М. Трение и теплообмен в бинарном пограничном слое с периодическими пульсациями давления.— Теплофиз. высоких температур, 1978, № 5, с. 977—1004.
11. Леонтьев А. И., Фомичев В. М. Исследование влияния периодических пульсаций давления на естественную конвекцию у нагретой поверхности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 5, с. 203—208.
12. Лысенко В. И., Маслов А. А. Влияние охлаждения на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя. Препринт ИТПМ СО АН СССР, Новосибирск, 1981.

Новосибирск,
Москва

Поступила в редакцию
22.I.1983