

УДК 538.4

УСТОЙЧИВОСТЬ СВОБОДНОГО ЗАТОПЛЕННОГО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ СЛОЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ В ОСЕВОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

КЛЮКИН А. А., ЛЕВИН В. Б.

Рассматривается однородная электропроводная несжимаемая среда с током в однородном внешнем магнитном поле, ограниченная параллельными изоляционными плоскостями, нормальными вектору индукции. При подводе тока с помощью системы коаксиальных электродов, расположенных на одной или обеих изоляционных плоскостях, возникают области вращательного движения среды. Если боковая стенка находится на достаточном расстоянии от электродов, образующийся в результате взаимодействия осевого магнитного поля и радиальной компоненты электрического тока вращающийся слой имеет свободные боковые границы. Исследуется зависимость числа Рейнольдса от потери устойчивости такого слоя от числа Гартмана и геометрического параметра при больших значениях числа Гартмана и малых значениях магнитного числа Рейнольдса.

Во вращающихся МГД-течениях в достаточно чистых условиях проявляются МГД-эффекты, определяющие структуру потока: выравнивание распределений скорости в направлении магнитного поля (эффект, названный в [1] магнитной жесткостью), формирование гартмановских и продольных сдвиговых слоев [2–5], сильное влияние магнитного поля на гидродинамическую устойчивость [6–10].

Отметим особенности и основные результаты работ [6–10]. В эксперименте Ленерта с вращающимся медным кольцом, вмонтированным в медное дно сосуда со ртутью, формировался свободный вращающийся слой с неустойчивым профилем скорости [6]. Прямое действие магнитного поля на возмущения повышает устойчивость, однако индукция магнитного поля была недостаточной для получения устойчивого режима [2]. В эксперименте [7] исследовалась устойчивость свободного вращающегося слоя, образованного с помощью осевого магнитного поля и тока, протекающего по слою ртути между двумя соосными медными дисками, вмонтированными в параллельные изоляционные пластины (невозмущенное течение исследовано в [3, 4]). Была получена эмпирическая зависимость критического числа Рейнольдса от числа Гартмана и отмечена необходимость теоретического исследования воздействия электромагнитных сил на неустойчивые возмущения.

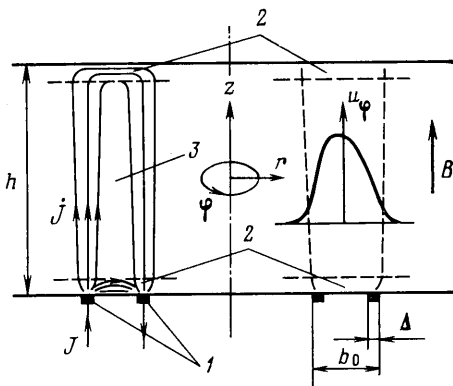
В работе [8] подвод тока осуществлялся с помощью большого числа коаксиальных электродов, вмонтированных в изоляционное дно. При этом ширина электродов была мала и профиль скорости имел над электродами ступени, на которых производная скорости резко возрастала. Ниже будет показано, что неустойчивость вращающегося слоя определяется производной скорости, поэтому ступенчатый профиль менее устойчив, чем соответствующий сглаженный. Анализ эксперимента [8] показал, что для создания устойчивых профилей целесообразно использовать два относительно широких электрода [9]. На разработанной в [9] рабочей части было выполнено экспериментальное исследование невозмущенного течения [11] и получена экспериментальная зависимость критического числа Рейнольдса от потери устойчивости от числа Гартмана [10].

В [10], как и во всех выполненных ранее работах, не исследовалось влияние геометрии вращающегося слоя на его устойчивость. Ниже будет показано, что предел устойчивости рассматриваемого течения определяется модифицированным числом Гартмана, являющимся произведением числа Гартмана и геометрического параметра. С учетом того, что геометрический параметр оказывает столь же сильное влияние на устойчивость, как и число Гартмана, в данной работе выполнено экспериментальное исследование зависимости числа Рейнольдса от потери устойчивости при изменении числа Гартмана и геометрического параметра примерно на порядок.

1. В соответствии с общими свойствами рассматриваемого класса течений, установленными в [2–5], на фиг. 1 представлена структура течения,

возникающего при подводе тока с помощью двух коаксиальных электродов, расположенных на одной изоляционной плоскости. В левой части фигуры схематически изображены линии плотности тока, в правой приведена схема поля скорости. Цифрами обозначены: 1 — электроды (их ширина — Δ , ширина системы электродов — b_0); 2 — слои Гартмана (сильно увеличены); 3 — ядро вращающегося слоя. Рассматривается течение при больших числах Гартмана $M_h = (\sigma/\mu)^{1/2} B h$, где σ — электропроводность, μ — вязкость жидкости, B — магнитная индукция, h — расстояние между изоляционными плоскостями.

В соответствии с [2–5] в ядре течения ЭДС индукции уравновешивает внешнее электрическое поле и плотность тока пренебрежимо мала. Поперек магнитного поля ток течет по гартмановским слоям толщиной $\delta_{\perp} \sim h M_h^{-1}$. Для перетекания тока вдоль поля возможны два предельных случая. При $\Delta/\delta_{\parallel}(h) \rightarrow 0$, где $\delta_{\parallel}(h) \sim h M_h^{-1/2}$, ток течет по продольным слоям, расширяющимся в направлении от электродов к верхней изоляционной плоскости, вблизи которой их толщина равна $\delta_{\parallel}(h)$. При $\delta_{\parallel}(h)/\Delta \rightarrow 0$, что соответствует $M_h \rightarrow \infty$, продольное перетекание тока происходит



Фиг. 1

в слоях над электродами, имеющих постоянную ширину Δ . В этом случае течение однородно по z при существенно несимметричных по z граничных условиях. В рассматриваемом диапазоне больших чисел Гартмана $\delta_{\parallel}(h)$ и Δ — величины одного порядка, а ширина вращающегося слоя $b \approx b_0$.

В отличие от одномерного течения Гартмана во вращающемся слое имеются свободные боковые границы и радиальное распределение скорости. Форма радиального профиля скорости определяется параметрами Δ/b_0 и $\delta_{\parallel}(h)/\Delta$. Первый характеризует геометрию системы электродов, второй — влияние числа Гартмана.

Двумерность течения и изменение формы радиального профиля азимутальной скорости с числом Гартмана затрудняют применение строгих методов теории гидродинамической устойчивости и делают целесообразным использование энергетического метода и принятых ниже аппроксимаций. При больших числах Гартмана в рассматриваемом течении, имеющем свободные боковые границы, наиболее опасна неустойчивость Кельвина — Гельмгольца, а возникающая после потери устойчивости вихревая дорожка состоит из вихрей, в которых, как и в исходном течении, изменение скорости в осевом направлении существенно только в гартмановских слоях [6–11].

В отсутствие магнитного поля уравнение баланса энергии возмущений имеет вид [12]

$$\frac{dE}{dt} = - \int \langle u_i' u_{\alpha}' \rangle \frac{\partial u_i}{\partial x_{\alpha}} dv - \nu \int \sum_{i,j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 dv \quad (1.1)$$

Первый член правой части соответствует генерации энергии возмущений, второй — ее диссипации. Интегрирование производится по объему, ограниченному твердыми стенками, но вследствие осесимметричности течения и периодичности возмущений в азимутальном направлении достаточно рассмотреть объем, соответствующий одному развивающемуся после потери устойчивости вихрю. Для течения однородной электропроводной

среды в магнитном поле в уравнении баланса энергии возмущений появляются два дополнительных члена, описывающих джоулеву диссипацию и магнитную диффузию возмущений [13]. Как и при течении в отсутствие магнитного поля, интеграл по рассматриваемому объему от диффузионного члена равен нулю и в правой части уравнения энергии остаются члены, соответствующие генерации, вязкой и джоулевой диссипации энергии.

При определении генерации и диссипации, проинтегрированных по объему вихря, изменения скорости основного и возмущенного движений в направлении z вне слоев Гартмана можно считать малыми и использовать вне этих слоев в качестве характерного для невозмущенного течения профиль тангенциальной скорости на середине высоты $u(r)$, а для возмущенного движения — характерную скорость $u_1(t)$.

В развивающихся вследствие неустойчивости вихря индуцируются радиальные токи, замыкание которых происходит по продольным и гартмановским слоям. Джоулева диссипация в каждом слое пропорциональна его омическому сопротивлению. При оценке сопротивления продольный слой можно считать полым цилиндром высотой h , диаметром d и толщиной δ_{\parallel} (d — характерный поперечный размер вихря). Его сопротивление $\sim h/d\delta_{\parallel}$. Гартмановский слой имеет диаметр d и толщину δ_{\perp} , его сопротивление $\sim \delta_{\perp}^{-1}$. Отношение джоулевой диссипации в продольном слое и слое Гартмана $\sim h\delta_{\perp}/d\delta_{\parallel} \sim (M_d d/h)^{-1/2}$, где $M_d = (\sigma/\mu)^{1/2} B d$. Вязкая диссипация в единице объема продольного слоя $\sim u_1^2/\delta_{\parallel}^2$, в единице объема слоя Гартмана $\sim u_1^2/\delta_{\perp}^2$. Отношение вязкой диссипации в продольном слое и слое Гартмана $\sim h\delta_{\perp}/d\delta_{\parallel} \sim (M_d d/h)^{-1/2}$. При $(M_d d/h)^{1/2} \gg 1$ диссипацией в продольном слое можно пренебречь по сравнению с диссипацией в слое Гартмана.

В полученном условии надо перейти от параметра d к внешнему параметру задачи b_0 . Для этого отметим, что в отсутствие магнитного поля в течениях струйного типа длина волны развивающихся возмущений и поперечный размер вихрей в дорожке Кармана по порядку величины равны ширине профиля скорости. В отличие от течения в продольном поле в рассматриваемом течении, завихренность которого направлена вдоль поля, прямое влияние поля на длину волны развивающихся возмущений отсутствует, а косвенное, проявляющееся посредством воздействия на профиль скорости, для данной оценки несущественно. Вследствие этого условие $(M_d d/h)^{1/2} \gg 1$ можно заменить условием $(M_b b_0/h)^{1/2} \gg 1$, где $M_b = (\sigma/\mu)^{1/2} B b_0$, или эквивалентным условием $M_b^{1/2} b_0/h \gg 1$. Отметим, что в уравнении энергии d сокращается и выражение для предела устойчивости не зависит от связи d с b_0 .

Для неустойчивости Кельвина — Гельмгольца в выражении $-\langle u'_i u'_a \rangle \partial u_i / \partial x_a$, представляющем генерацию возмущений, отличен от нуля член $\langle u'_\varphi u'_r \rangle \partial u_\varphi / \partial r$. Толщина слоя Гартмана $\delta_{\perp} \ll h$, и в нем u'_φ , u'_r и $\partial u_\varphi / \partial r$ убывают до нулевого значения на стенке, поэтому вклад слоев Гартмана в генерацию возмущений Кельвина — Гельмгольца пренебрежимо мал. В этих слоях $\partial u_\varphi / \partial z \gg \partial u_\varphi / \partial r$, однако вблизи границы устойчивости свободного сдвигового слоя $\langle u'_\varphi u'_z \rangle \partial u_\varphi / \partial z = 0$ вследствие того, что тонкий слой Гартмана более устойчив к возмущениям, характерным для пристеночных слоев, чем свободный сдвиговый слой к возмущениям Кельвина — Гельмгольца.

Характерным значением производной du/dr естественно считать максимальную величину модуля $|du/dr|_m$, которая реализуется в зонах над электродами, где распределение скорости близко к линейному. В рассматриваемом диапазоне больших чисел Гартмана имеется только одна форма опасных возмущений, поэтому можно считать, что определяемый формой возмущений коэффициент корреляции $-\langle u'_\varphi u'_r \rangle / u_1^2$ не зависит от M . С использованием этих допущений генерация возмущений в объеме вихря записывается в виде $a_1 \rho h d^2 |du/dr|_m u_1^2$, где a_1 — постоянная.

В слое Гартмана вязкая и джоулева диссипации на единицу поверхности определяются с использованием известных распределений скорости

и плотности тока

$$u(z) = u_0 [1 - \exp(-B(\sigma/\mu)^{1/2}z)], \quad j(z) = u_0 \sigma B \exp(-B(\sigma/\mu)^{1/2}z)$$

$$\int_0^{\infty} \mu (du/dz)^2 dz = \int_0^{\infty} (j^2/\sigma) dz = 0,5(\sigma\mu)^{1/2} B u_0^2$$

В рассматриваемом вихре скорость на внешней границе слоев Гартмана u_0 переменна, а полная диссипация в этих слоях может быть записана в виде $a_2(\sigma\mu)^{1/2} d^2 B u_1^2$, где a_2 — постоянная.

Резкая пространственная разделенность зон генерации и диссипации энергии возмущений является характерной МГД-особенностью данного течения. Индуцируемый возмущенным движением ток вызывает МГД-взаимодействие и энергетическую связанность зон генерации и диссипации. Диссипация в слоях Гартмана повышает устойчивость свободных сдвиговых слоев. Поскольку генерация происходит по всей высоте h , а диссипация в слое Гартмана от h не зависит, устойчивость вращающегося слоя должна уменьшаться с увеличением его высоты.

Используя полученные выше аппроксимации, запишем уравнение энергии возмущений в виде

$$\frac{du_1^2}{dt} = a_1 \left| \frac{du}{dr} \right|_m u_1^2 - a_2 \frac{(\sigma\mu)^{1/2}}{\rho h} B u_1^2 \quad (1.2)$$

Приравняв левую часть нулю, получаем выражение для предела устойчивости

$$\frac{(\sigma\mu)^{1/2} B_*}{\rho h |du/dr|_m} = c_1 \quad (1.3)$$

При $B > B_*$ течение устойчиво, при $B < B_*$ — не устойчиво. Значение постоянной c_1 должно быть определено из эксперимента.

Если для простоты пренебречь изменением формы профиля, то $|du/dr|_m \sim u_m/b_0$. Подставляя это соотношение в (1.3), запишем выражение для числа Рейнольдса потери устойчивости Re_* , а также определения числа Рейнольдса и модифицированного числа Гартмана M^*

$$Re_* = c_2 M^* \quad (1.4)$$

$$Re = \frac{u_m b_0}{\nu}, \quad M^* = \frac{M_b b_0}{2h} = 2M_h \left(\frac{b_0}{2h} \right)^2 = \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^{1/2} \frac{B b_0^2}{2h}$$

Учитывая изменение формы профиля и используя (1.3), запишем выражения для Re_* и параметра формы профиля f , являющегося величиной, обратной максимальному безразмерному значению производной в профиле скорости

$$Re_* = c_1^{-1} M^* f, \quad f = [|du/dr|_m / (2u_m/b_0)]^{-1} \quad (1.5)$$

При исследовании устойчивости f — внешний параметр, зависящий от способа создания вращающегося слоя и числа M^* .

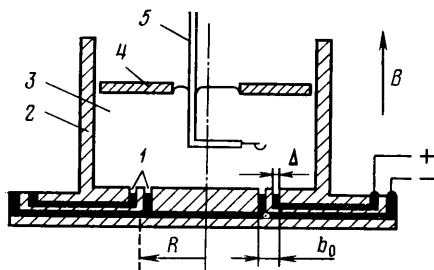
Соотношения (1.3)–(1.5) можно использовать при различных способах создания вращающегося слоя, если они не связаны с физическими процессами, дающими дополнительный вклад в уравнение энергии возмущений, например при вращении под действием термотока, возникающего в неоднородных средах, когда градиенты концентрации и температуры не параллельны.

Если ширина электродов $\Delta \ll \delta_{||}(h)$, что может иметь место, например, в системах с большим числом электродов [8], производная скорости определяется шириной продольных слоев $|du/dr|_m \sim u_m/\delta_{||} \sim u_m/h M_h^{-1/2}$. В этом

случае из (1.3) получаем

$$\text{Re}_* = \text{const} (M^*)^{1/2} \quad (1.6)$$

Вследствие торможения о торцевые стенки могут возникать вторичные течения. Завихренность во вращающемся слое параллельна, а во вторичном течении перпендикулярна вектору индукции, поэтому при больших числах Гартмана скорость вторичного течения мала и ее влиянием на устойчивость можно пренебречь.



Фиг. 2

2. В экспериментах изоляционный цилиндрический сосуд был расположен между полюсами электромагнита в однородном осевом поле (фиг. 2). Вмонтированные в дно коаксиальные медные электроды 1 имели ширину $\Delta = 2$ мм и были заглублены относительно поверхности дна на 2 мм.

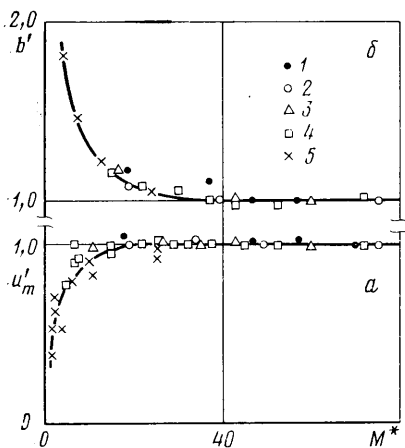
Ширина системы токоподвода, состоящей из двух электродов, $b_0 = 10$ мм, а средний радиус $R = 35$ мм. Сосуд, стенка которого 2 имела внутренний радиус 60 мм, заполнялся эвтектическим сплавом галлий — индий — олово 3 до разных уровней; эксперименты выполнены при пяти значениях h в диапазоне $h = 8 - 72$ мм. На поверхности сплава располагалось плавающее изоляционное кольцо 4, через отверстие которого в сплав вводился датчик кондукционного анемометра 5. Электроды датчика устанавливались на середине высоты слоя. С помощью кондукционного анемометра на подкритическом режиме определялись профили скорости $u(r)$, исследовался процесс разгона и торможения вращающегося слоя при ступенчатом включении и отключении тока и определялся предел устойчивости. Методика измерений рассмотрена в [11].

При определении предела устойчивости концы электродов датчика устанавливались вблизи внутренней границы слоя, где скорость составляла $\sim 5\%$ от максимальной. Было установлено, что при этом датчик практически не влиял на устойчивость. Сигнал датчика поступал на усилитель микровольтметра постоянного тока В2-15, а с его выхода — на осциллограф С1-68 и самописец Н 327-1. В исследованном диапазоне чисел Re появляющаяся при потере устойчивости переменная составляющая скорости имеет частоту в пределах 0,1—1,5 Гц. В этом диапазоне небольшое изменение коэффициента усиления микровольтметра не влияло на точность определения предела устойчивости, так как во вращающихся потоках даже при малой надкритичности возмущения развиваются до легко регистрируемого стационарного уровня. Однако при малых значениях чисел Re и M^* и малой надкритичности время развития возмущений увеличивается. В связи с этим время наблюдения за развитием сигнала на экране осциллографа изменялось от 3—5 мин при $B \sim 1,5$ Тл до 20—30 мин при $B \sim 0,1$ Тл.

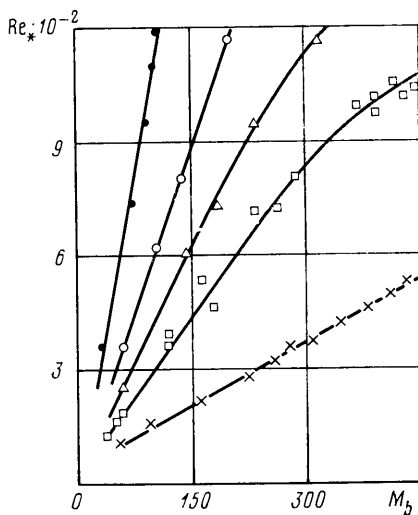
На каждом режиме производилось ступенчатое повышение тока до величины, при которой возникали колебания. После отключения тока и успокоения жидкости производилось более точное определение критического режима путем повышения тока с меньшим шагом. Регулярно проводилась проверка воспроизводимости результатов.

При исследовании разгона и торможения вращающегося слоя на ленте самописца регистрировалось изменение по времени максимальной скорости при различных значениях h и B . Торможение вращающегося слоя после отключения тока можно описать уравнением, аналогичным (1.2) при отсутствии генерации, из которого следует экспоненциальный закон затухания с постоянной времени $\tau \sim \rho h / (\sigma \mu)^{1/2} B$. Для представления результатов эксперимента в безразмерном виде использовалась величина $\tau_\mu = \rho b_0^2 / \mu$, пропорциональная постоянной времени условного процесса, в котором от-

существует диссипация в слоях Гартмана и становится существенной вязкая диссипация в продольных слоях (в данном эксперименте $\tau_\mu = 160$ с). Если диссипация определяется слоями Гартмана, $\tau/\tau_\mu = \text{const}/M^*$. Результаты эксперимента показали, что при $M^* \geq 15$ величина $M^* \tau/\tau_\mu$ постоянна (и равна 0,26) и, следовательно, диссипация определяется слоями Гартмана. Начиная с $M^* \sim 70$ разброс экспериментальных точек увеличивается, а воспроизводимость результатов ухудшается. Это, по-видимому, объясняется тем, что с уменьшением толщины слоя Гартмана усиливается возмущающее воздействие кольцевых канавок над электродами на течение в слое



Фиг. 3



Фиг. 4

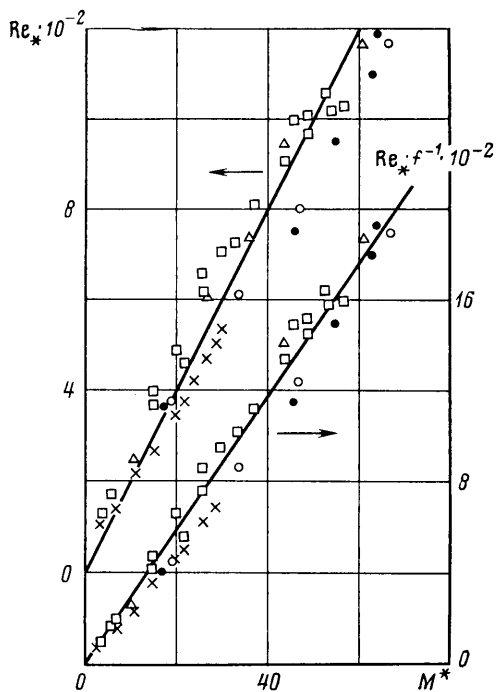
Гартмана. В связи с этим диапазон экспериментальных результатов был ограничен значением $M^* \sim 70$ (этому соответствуют максимальные значения $M_b \sim 450$ и $M_h \sim 3 \cdot 10^3$).

Зависимости безразмерной максимальной скорости $u'_m = u_m/u_{m\infty}$ ($u_{m\infty}$ — значение u_m при заданном токе и больших числах M^*) и безразмерной ширины $b' = b/b_0$ от M^* приведены на фиг. 3. Ширина вращающегося слоя определялась как расстояние между точками пересечения с осью r касательных к профилю скорости в точках перегиба. На фиг. 3–5 экспериментальные точки соответствуют следующим значениям h/b_0 : 1 — 0,8; 2 — 1,5; 3 — 2,7; 4 — 4,0; 5 — 7,2. При $M^* > 20$ u_m и b мало отличаются от своих асимптотических значений.

Экспериментальные данные для критического числа Рейнольдса приведены на фиг. 4, 5. При использовании в качестве аргумента числа M_b получается сильное расслоение экспериментальных точек по геометрическому параметру, которое сохраняется при использовании M_h вместо M_b . Если в соответствии с (1.4) используется модифицированное число Гартмана M^* , расслоение существенно снижается (фиг. 5 — левая шкала). При обработке данных в соответствии с (1.5) (фиг. 5 — правая шкала) использовался определенный по измеренным профилям $u(r)$ параметр $f(M^*)$. Максимальное значение производной скорости реализуется в зоне над электродами, где распределение скорости близко к линейному, поэтому погрешность определения $|du/dr|_m$ не превышала $\pm 6\%$. Обработка в соответствии с (1.5) уменьшает расслоение экспериментальных точек и отклонение от линейной зависимости (последнее лучше прослеживается при рассмотрении групп точек, относящихся к постоянному значению геометрического параметра).

По данным фиг. 5 получаются следующие значения коэффициентов в (1.3)–(1.5): $c_1^{-1} \cong 30$; $c_2 \cong 20$.

3. В рассматриваемой задаче параметры течения и предел устойчивости определяются модифицированным числом Гартмана M^* , являющимся произведением числа Гартмана и геометрического параметра. При $M^* > 20$ джоулева и вязкая диссипация определяются слоями Гартмана, ширина вращающегося слоя и максимальная скорость мало отличаются от своих асимптотических значений. Предел устойчивости определяется условием $Re_* \cong 30M^*f$, где f – параметр формы профиля. Пренебрегая изменением формы профиля, можно использовать более простую зависимость: $Re_* \cong 20M^*$.



Фиг. 5

В работе рассматривался вращающийся слой в условиях, при которых влиянием центробежных сил можно пренебречь [9]. Поэтому полученные условия устойчивости должны быть справедливы также для плоскопараллельного течения между изоляционными стенками, нормальными вектору индукции, при свободных боковых границах (такое течение можно создать с помощью прямолинейных параллельных электродов).

Для одномерного течения Гартмана, а также для течения в трубе, слое смешения и струе при наличии продольного магнитного поля и больших числах Гартмана из условия для предела устойчивости $(M/Re)_* = (\sigma\mu)^{1/2} B_* / \rho u_m = \text{const}$ следует, что критическое значение индукции $B_* \sim u_m$ и не зависит от ширины профиля скорости. Зависимость $B_* \sim |du/dr|_m \sim u_m/b$ является характерной особенностью рассматриваемой задачи. Отметим качественное отличие зависимости максимальной скорости на пределе устойчивости u_{m*} от ширины профиля скорости для различных типов течений. В отсутствие магнитного поля для каждого типа течения потеря устойчивости происходит при некотором значении $Re_* = u_{m*}b/\nu$, поэтому u_{m*} обратно пропорционально ширине потока. В одномерном течении Гартмана и течениях в продольном поле при больших числах Гартмана u_{m*} не зависит от b . В рассматриваемом течении $u_{m*} \sim b$.

Критическое число Рейнольдса $Re_* \sim M^* \sim Bb^2$. В эксперименте при $B \sim 1,4$ Тл и $b = 1$ см получено значение $Re_* \sim 10^3$. При технически реализуемом в настоящее время значении $B \sim 14$ Тл и при $b \sim 10$ см в рассматриваемом течении со свободными боковыми границами можно получить $Re_* \sim 10^6$, в то время как для течений со свободными границами в отсутствие магнитного поля $Re_* \sim 10$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каулинг Т. Магнитная гидродинамика. М.: Атомиздат, 1978. 142 с.
2. Брагинский С. И. К магнитной гидродинамике слабо проводящих жидкостей. – ЖЭТФ, 1959, т. 37, вып. 11, с. 1417–1430.
3. Hunt J. C. R., Williams W. E. Some electrically driven flows in magnetohydrodynamics. Pt 1. Theory. – J. Fluid Mech., 1968, v. 31, № 4, p. 705–722.
4. Hunt J. C. R., Malcolm D. G. Some electrically driven flows in magnetohydrodynamics.

- mics. Pt 2. Theory and experiment.— J. Fluid Mech., 1968, v. 33, № 4, p. 775–801.
5. *Hunt J. C. R., Shercliff J. A.* Magneto hydrodynamics at high Hartmann Number.— Ann. Rev. Fluid Mech., v. 3, Calif.: Palo Alto, 1971, p. 37–62.
 6. *Lehnert B.* An instability of laminar flow of mercury caused by an external magnetic field.— Proc. Roy. Soc., Ser A, 1955, v. 233, № 1194, p. 299–301.
 7. *Malcolm D. G.* An investigation of the stability of a magnetohydrodynamic shear layer.— J. Fluid Mech., 1970, v. 41, № 3, p. 531–544.
 8. *Brahme A.* On the hydromagnetic stability of a nonuniformly rotating fluid.— Physica Scripta, 1970, v. 2, № 3, p. 108–112.
 9. *Левин В. Б.* Свободный вращающийся слой электропроводной жидкости в осевом магнитном поле.— Магнитная гидродинамика, 1980, № 1, с. 86–92.
 10. *Клюкин А. А., Колесников Ю. Б., Левин В. Б.* Экспериментальное исследование свободного вращающегося слоя в осевом магнитном поле. 2. Граница устойчивости и структура возмущений.— Магнитная гидродинамика, 1980, № 1, с. 140–143.
 11. *Клюкин А. А., Колесников Ю. Б., Левин В. Б.* Экспериментальное исследование свободного вращающегося слоя в осевом магнитном поле. 1. Устойчивый режим.— Магнитная гидродинамика, 1980, № 1, с. 93–98.
 12. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 640 с.
 13. *Иевлев В. М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975, 256 с.

Рига,
Москва

Поступила в редакцию
25.III.1983