

УДК 533.697.4:532.417.4

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ТЕЧЕНИЯ РЕАКТИВНОЙ СТРУИ И ВНЕШНЕГО ПОТОКА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ И ТУРБУЛЕНТНОЙ ЗОНЫ СМЕШЕНИЯ

ЕФРЕМОВ Н. Л., ТАГИРОВ Р. К.

Исследование задачи совместного течения реактивной струи и внешнего потока привлекает значительное внимание. В настоящее время имеются работы, в которых получено численное решение этой задачи в основном в рамках модели идеального газа [1–3]. В практических случаях наличие вязких сил (пограничных слоев, зон отрыва и смешения) могут изменить картину обтекания и характеристики выходного устройства. Поэтому возникает задача построения математической модели и соответствующего алгоритма для расчета совместного течения внешнего и внутреннего потоков выходного устройства с учетом влияния вязких сил. Обычно числа Рейнольдса достаточно большие, и для математического моделирования вязкого течения представляется целесообразным использовать приближение пограничного слоя, т. е. разделение всего течения на основной невязкий поток и вязкий слой.

Такого типа решения были получены недавно в [4–6]. Причем в [4], как и в [1], введен относительно грубый учет влияния вязкости в зоне смешения двух потоков путем прибавления постоянной величины толщины вытеснения к границе струи невязкого газа. Более полное решение задачи для дозвуковых скоростей обтекания ($M_\infty = 0,4$) получено в [5]. Параметры в зоне смешения определялись численным интегрированием уравнений пограничного слоя вдоль границы струи. При этом пограничным слоем в выходном сечении сопла пренебрегалось, а воздействие зоны смешения на внешний поток учитывалось путем введения толщины вытеснения. В примерах расчета согласование внешнего и внутреннего потоков не проводилось.

Такое согласование вязких потоков с использованием итерационного метода получено в [6]. Для описания течения в зоне смешения использовались интегральные уравнения пограничного слоя, профиль скорости приближенно представлялся в виде линейной комбинации профиля скорости пограничных слоев в плоскости выхода сопла и автоматического струйного профиля. Истекающая из сопла струя рассчитывалась с помощью одномерных соотношений, а расчет зоны смешения проводился вдоль границы этой струи. Путем введения конической поверхности толщины вытеснения в работе приближенно рассматривалось влияние отрывной зоны, возникающей в конце кормовой части. В указанных работах делается предположение о совпадении линии, разделяющей массы двух потоков вязкого газа, с соответствующей разделяющей границей потоков невязкого газа. Данная работа посвящена математическому описанию совместного течения внешнего и внутреннего вязких потоков (плоских или осесимметричных) без использования указанных выше ограничений и предположений.

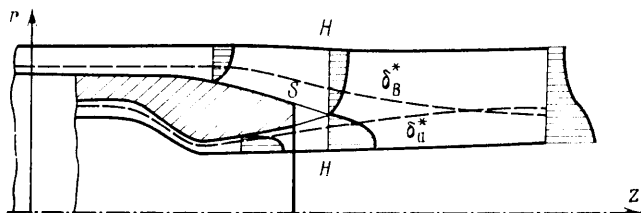
1. Будем считать, что задача совместного течения внешнего и внутреннего невязких потоков решена в соответствии с [3]. При этом решение для каждого из двух потоков получается в процессе установления по времени, общее решение достигается в процессе итераций. Из-за наличия вязкости в реальных потоках вдоль поверхностей сопла и кормовой части нарастают пограничные слои и возможно появление отрыва пограничного слоя. За кормой между двумя потоками образуется относительно толстая зона смешения (см. схему на фиг. 1).

Отметим сразу, что отрывная зона в данной работе описывается простой моделью. Это позволяет решать всю задачу совместного течения внешнего

и внутреннего потоков, сосредоточивая главное внимание на расчете образующейся между ними зоны смешения.

Для расчета зоны смешения используется интегральный метод. При этом получение решения расщепляется на два этапа. Профили скоростей вязкого слоя определяются из решения упрощенного уравнения пограничного слоя. Для описания интегральных параметров (толщины вытеснения, потока количества движения и т. д.) используются обыкновенные дифференциальные уравнения, полученные после интегрирования исходных уравнений пограничного слоя в пределах его толщины.

Рассмотрим схему течения для типичного осесимметричного выходного устройства, показанного на фиг. 1. За сечением $H-H$, где смыкаются внешний и внутренний пограничные слои, развивается зона смешения,



Фиг. 1

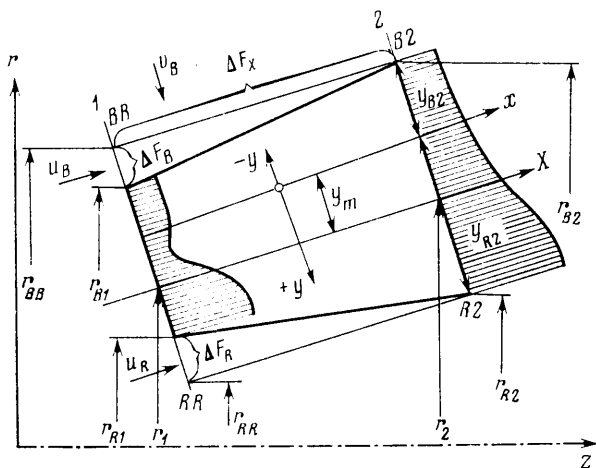
которая имеет верхнюю B и нижнюю R границы, а также линию постоянных масс j , отделяющую массу внутреннего потока от внешнего. При известном профиле скорости можно определить относительно линии j две линии толщину вытеснения δ_a^* и δ_b^* соответственно для внутреннего и внешнего потоков. Сращивание невязкого ядра каждого потока и вязкого слоя можно проводить вдоль указанных двух линий вытеснения. При этом разработанные ранее алгоритмы и программы для невязких потоков могут использоваться без всяких изменений. Согласование внешнего и внутреннего потоков осуществляется на основе равенства давлений вдоль соответствующих границ потоков (линий вытеснения). Необходимость выполнения равенства давлений на линиях вытеснения двух смешивающихся потоков была показана в [7] на основе анализа уравнений Навье — Стокса.

Однако для искривленных струй указанное выше условие не точно. Нельзя приравнивать перепады давлений, создаваемые толщиной вытеснения зоны смешения в струе и во внешнем потоке и имеющие порядок $\rho u^2 \delta / x$, поскольку из-за центробежных сил возникает перепад давления поперек пограничного слоя $\Delta p \sim \rho u^2 \delta / R$, где R — радиус кривизны разделительной линии слоя смешения толщины δ . Обычно границы струй имеют относительно большие радиусы кривизны (в примерах расчета $x/R < 0,1$), поэтому в рамках данной работы использование равенства давлений в соответствующих точках двух линий вытеснения оправдано.

Согласованное решение для обоих потоков получается в процессе итераций. Схема расчета включает следующие этапы. Проводится расчет пограничного слоя вдоль стенки сопла до его среза и определяется линия вытеснения. По известному распределению давления из предыдущего приближения с учетом толщины вытеснения на срезе сопла проводится расчет невязкого ядра струи. Очевидно, что граница этой струи является линией вытеснения соответствующей вязкой струи. Проводится расчет пограничного слоя вдоль поверхности кормовой части до ее среза или до точки отрыва, определяемой с помощью соответствующего критерия. Определяется область отрыва, и в сечении присоединения двух границ отрывной зоны все параметры оказываются известными. Начиная с этого сечения, вдоль линии вытеснения внутреннего потока при известных па-

раметрах внешнего (из предыдущего приближения) и внутреннего (из данного приближения) потоков рассчитывается зона смешения (метод расчета будет изложен ниже). В результате определяется линия вытеснения внешнего потока. Рассматривая эту линию в качестве нижней границы, проводим расчет вязкого ядра внешнего потока и определяем распределения параметров вдоль этой линии, необходимые для последующего приближения. С использованием полученного распределения давления опять рассчитывается невязкое ядро струи и делается следующее приближение.

2. Рассмотрим более подробно зону смешения двух потоков. Используются две ортогональные системы координат: r, z и Y, X . Здесь z — ось



Фиг. 2

-симметрии, r — радиус, ось X совпадает с границей невязкого ядра струи. В последующем вместо системы Y, X будет использоваться преобразованная система координат y, x , причем преобразование делается следующим образом: $x=X, Y=y-y_m$, где y_m — ордината смещения — определяется в процессе решения задачи.

Пусть в начальном сечении зоны смешения $H-H$ ($x=0$), где произошло смыкание двух пограничных слоев, газодинамические параметры определены. В частности, известны толщины вязкого слоя δ_a и вытеснения δ_a^* для внутреннего потока, аналогично δ_b и δ_b^* — для внешнего потока. Кроме того, в этом же сечении известны безразмерные профили скорости. На каждой итерации известны также параметры невязкого ядра внутреннего и внешнего потоков. При рассмотрении зоны смешения в качестве граничных условий удобно использовать проекции векторов скорости на оси X и Y : u_R, v_R, u_B, v_B . Так как ось X по определению является линией тока, то $v_R=0$.

В продольном направлении оси z зона смешения разбивается на области, которые совпадают, например, с продольными размерами ячеек внешнего потока.

Рассмотрим схему течения в элементе зоны смешения протяженности ΔX (фиг. 2). Этот элемент выделяется двумя поперечными сечениями 1 и 2, нормальными к оси X , и двумя продольными линиями $BB-B2$ и $RR-R2$, проведенными параллельно оси X от верхней и нижней границ зоны смешения в сечении 2. В пределах малого шага ΔX линии $BB-B2$ и $RR-R2$ будем предполагать прямолинейными. При переходе от сечения 1 к сечению 2 происходит расширение зоны смешения и деформация профиля скорости. Для получения замкнутого решения используется двухпарамет-

рический неавтономный профиль скорости, его определение дается в следующем разделе. Этот профиль деформируется в направлении оси X в соответствии с принятым законом для коэффициента турбулентной вязкости и им определяются в каждом сечении ординаты y_R и y_B нижней и верхней границ зоны смешения. Сам профиль описывается относительно собственной базовой оси x . Поэтому необходимо определить положение этой оси x относительно известной границы X , т. е. ординату смешения y_m . После этого можно найти соответствующие потоки количества движения и массы.

Итак, пусть в сечении 1 все параметры известны, а в сечении 2 их необходимо определить. Для определения искомой величины y_m в сечении 2 выделенного элемента выпишем уравнение сохранения импульса

$$J_2 + F_{b2} p_2 = J_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + F_{b1} p_1 + \rho_{R1} u_{R1}^2 \Delta F_R + \rho_{B1} u_{B1}^2 \Delta F_B + \rho_{BC} u_{BC} v_{BC} \Delta F_X \quad (2.1)$$

$$J_2 = \int_{y_{B2}}^{y_{R2}} \rho u^2 [r_2 - (y - y_{m2}) \cos \theta_2] dy$$

Это уравнение представляет собой по существу конечно-разностную запись известного интегрального уравнения для пограничного слоя. Здесь нижние индексы 1 и 2 отвечают сечениям 1 и 2, индекс C — средним значениям параметров на длине ΔX . Величины F_{b2} и F_{b1} представляют кольцевые площади боковых сечений $RR-BB$ и $R2-B2$. Площади ΔF_R , ΔF_B , ΔF_X показаны на фиг. 1, r — радиус границы струи, т. е. линии вытеснения внутреннего потока, θ — угол наклона элемента X к оси z , ρ — плотность. Площади и радиусы, входящие в уравнение (2.1), определяются с помощью геометрических соотношений (фиг. 2). Единственная неизвестная величина y_{m2} , входящая в уравнение (2.1), определяется из этого уравнения в явном виде после решения квадратного уравнения.

Ординату y_j линии постоянных масс (линии раздела j двух вязких потоков) найдем из уравнения сохранения массы, записанного для нижней части зоны смешения

$$\int_{y_{j2}}^{y_{R2}} \rho u^2 [r_2 - (y - y_{m2}) \cos \theta_2] dy = \frac{\rho_{R2} u_{R2}}{\cos \theta_2} \{r_2^2 - [r_2 - (y_{R2} - y_{m2}) \cos \theta_2]^2\}$$

Правая часть этого уравнения записана с использованием известного радиуса линии вытеснения r_2 внутреннего потока.

Радиус r_{b2} линии вытеснения внешнего потока, который является основной искомой величиной для зоны смешения, определим из уравнения сохранения массы для верхней части зоны смешения

$$\int_{y_{B2}}^{y_{j2}} \rho u^2 [r_2 - (y - y_{m2}) \cos \theta_2] dy = \frac{\rho_{B2} u_{B2}}{\cos \theta_2} \{[r_2 - (y_{B2} - y_{m2}) \cos \theta_2]^2 - r_{b2}^2\}$$

После определения искомых величин y_{m2} , y_{j2} и r_{b2} заканчивается расчет рассматриваемого элемента зоны смешения. После этого можно рассчитать аналогичным образом следующий элемент зоны смешения и т. д. В конечном итоге будет найдена вся нижняя граница $r_b(z)$ невязкого ядра внешнего потока. Затем с использованием метода установления определяются и все газодинамические параметры внешнего потока и делается новая итерация, как это уже было описано в предыдущем разделе.

3. Для определения профиля скорости в зоне смешения рассмотрим вспомогательную задачу: течение вязкого газа в изобарической области. Уравнение движения после линеаризации и замены переменных вместе

и начальными данными можно записать в виде

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2}, \quad \varphi = \frac{u}{u_R}, \quad \psi = \frac{x}{\delta_a}, \quad \xi = \frac{y}{\delta_a}, \quad \xi = \int_0^\psi \frac{\varepsilon}{\delta_a U} d\psi$$

$$\delta_a \leq y \leq \infty, \quad \varphi = \varphi_R = 1, \quad 0 \leq y < \delta_a, \quad \varphi = \varphi(\xi)$$

$$\delta_b \leq y < 0, \quad \varphi = \varphi_B(\xi), \quad -\infty < y < \delta_b, \quad \varphi = \varphi_B$$

Здесь ε и U — средние по ширине зоны смешения значения коэффициента турбулентной вязкости и скорости.

Интеграл Пуассона можно записать в следующем виде:

$$\varphi = \frac{1 + \varphi_B}{2} + \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}(\eta - \eta_x) - \varphi_B \operatorname{erf}\left(\eta - \eta_x \frac{\delta_b}{\delta_a}\right) \right] +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\eta - \eta_x}^{\eta} \varphi_a \left(\frac{\eta - \beta}{\eta_x} \right) e^{-\beta^2} d\beta - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\eta - \eta_x \delta_b / \delta_a}^{\eta} \varphi_b \left(\frac{\eta - \beta}{\eta_x} \right) e^{-\beta^2} d\beta$$

$$\eta_x = \frac{1}{2\sqrt{\xi}}, \quad \eta = \eta_x \xi$$

Получили двухпараметрический профиль скорости, зависящий помимо ординаты η также от продольной координаты η_x и отношения скоростей двух потоков $\varphi_B = u_B/u_R$.

Определим теперь функции ξ и η_x . Поскольку зона смешения с профилем $\varphi(\eta, \eta_x, \varphi_B)$ образуется между двумя потоками, имеющими скорости u_R и u_B , то среднюю скорость, входящую в выражение для ξ , представим в виде $U = (u_R + u_B)/2$. Для определения среднего коэффициента турбулентной вязкости используем соотношение Прандтля с модификацией, учитывающей влияние начальной турбулентной вязкости ε_0 [9, 10]

$$\varepsilon = k(u_R - u_B)x + \varepsilon_0, \quad k = \frac{1}{4\sigma^2 \Lambda}, \quad \Lambda = \frac{u_R - u_B}{u_R + u_B}$$

Коэффициент расширения зоны смешения двух потоков σ определим по соотношению Гертлера [11]

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{\frac{u_R + u_B}{u_R - u_B}}, \quad \sigma_0 = 12 + 2,78 M_R$$

где σ_0 определяется согласно [12, 13].

С учетом полученных соотношений для ξ имеем

$$\xi = 2 \int_0^\psi \frac{\varepsilon}{\delta_a u_R (1 + \varphi_B)} d\psi = \frac{\Lambda \psi^2}{4\sigma_0^2} + \frac{2\varepsilon_0 \psi}{1 + \varphi_B}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_0}{\delta_a u_R},$$

где ψ отсчитывается от начального сечения зоны смешения $H-H$. Величина ε_0 определяется предысторией течения. В частности, в сечении соединения пограничных слоев внешнего и внутреннего потоков под величиной ε_0 можно понимать среднее по высоте значение коэффициента турбулентной вязкости.

Полученный выше профиль скорости позволяет определить ординаты η_R и η_B внутренней и внешней границ зоны смешения. Профиль является асимптотическим в том смысле, что $\varphi \rightarrow 1$ при $\eta \rightarrow +\infty$ и $\varphi \rightarrow \varphi_B$ при $\eta \rightarrow -\infty$.

Примем, что на нижней границе зоны смешения относительная скорость равна $\varphi_R = 1 - \omega_R$, а на верхней границе $\varphi_{VB} = \varphi_B \mp \omega_B$, где ω_R , ω_B — малые величины (знак минус, если $\varphi < \varphi_B$, и плюс в противоположном случае). Искомые ординаты η_R и η_B для каждого сечения определяются из уравнений

$$\varphi(\eta_R, \eta_x, \varphi_B) = 1 - \omega_R, \quad \varphi(\eta_B, \eta_x, \varphi_B) = \varphi_B \mp \omega_B$$

Поскольку начальные профили скорости в сечении $H-H$ определяются предысторией течения, то величины ω_R и ω_B должны задаваться не произвольно, а так, чтобы при переходе через сечение $H-H$ сохранялась непрерывность интенсивности изменения границ зоны смешения.

4. Рассмотрим несколько более подробно задачу определения параметров в начальном сечении $H-H$ зоны смешения, включая приближенное определение координаты этого сечения. В общем случае эта задача сложная. Здесь ограничимся приближенным описанием этого локального участка течения.

Если отрывной зоны нет, то предположим, что пограничные слои вдоль стенок сопла и кормы можно рассчитывать вплоть до выходного сечения. В этом случае начальное сечение $H-H$ зоны смешения будет совпадать с сечением выхода сопла, а развившиеся вдоль стенок сопла и кормы пограничные слои будут определять начальные профили скорости для зоны смешения. Отметим, что для расчета пограничных слоев в данной работе используется интегральный метод [14], в котором интегрируются два уравнения для толщины вытеснения и форм-параметра. При этом для сопла делается только одна итерация для согласования невязкого ядра потока и пограничного слоя, а пограничный слой на поверхности кормы определяется с помощью специально созданного метода итерационного согласования, учитывающего вязко-невязкое взаимодействие. Если профили скорости внутреннего и внешнего пограничных слоев описываются степенным законом $\varphi = \zeta^{1/n}$, то, зная толщины вытеснения и форм-параметры для каждого сечения, можно определить соответствующие показатели степени n и толщины пограничного слоя. Это позволяет непосредственно перед расчетом зоны смешения найти все необходимые параметры в сечении $H-H$.

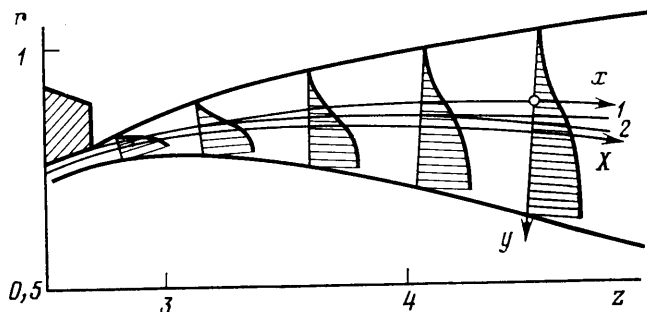
При возникновении отрывной зоны в окрестности выходной кромки сопла моделирование течения усложняется, в особенности если один или оба потока являются до- или трансзвуковыми. Отрыв может возникать из-за наличия кольцевого донного уступа, внутри сопла — из-за режима перерасширения, на поверхности кормы — из-за градиента давления.

Для преодоления этого ограничения и для возможности решения всей задачи совместного течения внешнего и внутреннего потоков будем использовать упрощенную модель отрывного течения. Приближенно определим положение линий нулевых скоростей. Начала этих линий (точки отрыва) либо заданы (уступ), либо определяются с помощью эмпирических соотношений. Положение линии нулевых скоростей для внутреннего потока определяется, если предположить, что от сечения отрыва до сечения присоединения $H-H$ сохраняется масса пограничного слоя и показатель степени профиля скорости. Если при этом поток сверхзвуковой, то дополнительно следует учесть деформацию профиля пограничного слоя в сечении отрыва из-за наличия скачка уплотнения или волны разрежения.

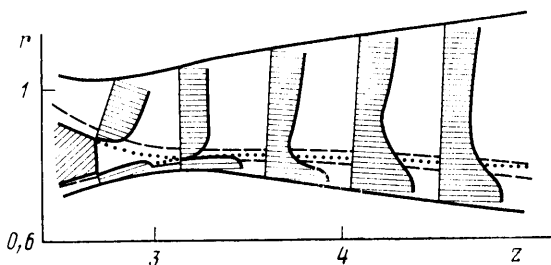
Будем предполагать, что линия нулевых скоростей для внешнего потока описывается кубической параболой, плавно соединяющей точку отрыва с точкой присоединения к линии нулевых скоростей внутреннего потока (сечение $H-H$). Вдоль этой линии, как вдоль фиктивной стенки, рассчитывается пограничный слой и в результате в начальном сечении $H-H$ зоны смешения оказываются определенными все необходимые параметры. Точка присоединения в случае отрыва с поверхности кормы определяется из условия, что выходная кромка находится посередине продольного размера отрывной зоны. В случае донного уступа она определяется

пересечением прямой, проведенной под заданным углом к поверхности кормы, с линией нулевых скоростей внутреннего потока [1].

5. На основе разработанного метода были составлены алгоритмы и программы расчета и проведены численные исследования для нескольких типов выходных устройств при постоянных значениях показателя адиабаты и температуры торможения. В качестве примера на фиг. 3 показаны рассчитанные профили скорости в зоне смещения струи, истекающей в затопленное пространство при отношении



Фиг. 3



Фиг. 4

полного давления струи к статическому давлению среды $\pi = p_a^*/p_\infty = 10$. Осесимметричное выходное устройство состояло из сопла Лавала и сужающейся кормовой части, соответствующие геометрические размеры даны в [3]. Расчет пограничного слоя на стенке сопла был проведен при числе Рейнольдса $Re_a = 10^7$ (в качестве характерного размера взят радиус миделя кормы) и при начальной толщине вытеснения $\delta_{0a}^* = 0,05$. На фиг. 3 помимо линии вытеснения струи (ось X) показаны базовая для профили скорости ось x , а также линия постоянных масс для случаев течения вязкого (линия 1) и невязкого газа (линия 2).

Аналогичный пример расчета при наличии внешнего трансзвукового потока с $M_\infty = 0,9$ дается на фиг. 4. Пограничный слой на кормовой части был рассчитан при $Re_b = 10^8$ и $\delta_{0b}^* = 0,015$, а в сопле — при $Re_a = 10^7$, $\delta_{0a}^* = 0,05$. На графике показаны профили скорости, верхняя и нижняя границы зоны смещения, верхняя и нижняя линии вытеснения (штриховые линии) и линия постоянных масс (пунктирная линия). Видно, что происходит интенсивная деформация профилей скорости по мере развития зоны смещения, иначе говоря, на исследованной длине профиль скорости не автомодельный.

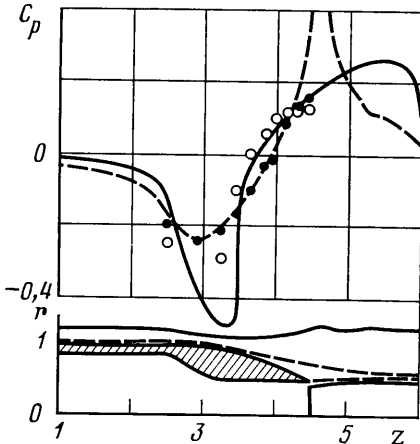
Отметим, что итерационный процесс расчета прекращался, когда относительное максимальное различие радиусов линии вытеснения внутреннего потока для двух соседних итераций становилось меньше 0,3%.

Расчеты показали, что линии постоянных масс для вязких и невязких решений в рассмотренных примерах данной работы мало различаются, т. е. вязкость оказывает слабое влияние на положение этой линии, — различие не превышает 4%.

Для исследованной модели при $\pi = 6,3$ и $M_\infty = 0,9$ величина коэффициента эффективной тяги оказалась равной 0,943 без учета вязкости, а при ее учете — 0,94. Коэффициент волнового сопротивления без учета вязкости равнялся 0,05, с учетом влияния вязкости — 0,047, а коэффициент полного сопротивления — 0,067, т. е. возрос более чем на 13%. Из-за наличия уступа (донного среза) коэффициент полного сопротивления при $\pi = 15$ оказался отрицательным и равным $-0,014$.

Величина коэффициента расхода сопла при наличии вязкости ($\delta_{0a}^* = 0,01$) была 0,992, а экспериментальное значение — 0,993 [3].

Другой пример расчета для выходного устройства, содержащего сужающееся сопло, демонстрируется на фиг. 5. В верхней части графика показано распределение коэффициента давления вдоль поверхности кормы и по границе струи. Сплошная линия отвечает $M_\infty=0,9$; $\pi=4,06$; $\delta_{0a}^*=0,05$; $\delta_{0b}^*=0,03$, штриховая линия — $M_\infty=0,4$; $\pi=2,02$; $\delta_{0a}^*=0,004$; $\delta_{0b}^*=0,0077$. В нижней части графика кроме конфигурации выходного устройства показаны границы зоны смещения и линии вытеснения (штриховые линии), полученные расчетом для варианта с $\pi=4,06$.



Фиг. 5

Рассчитанные распределения давления качественно согласуются с экспериментальными данными, взятыми из [15]. Заметное отличие наблюдается в конце кормовой части, где, как показывает расчет, возникает отрывная зона. Видно, что использованная упрощенная математическая модель отрывной зоны не позволяет получить достаточно правильные результаты в окрестности кромки сопла рассмотренной конфигурации из-за наличия развитой отрывной зоны. Однако следует отметить, что в [15] не указаны размеры пограничных слоев, не отмечено возможное существование отрывной зоны на поверхности кормы, что затрудняет проведение аккуратного сравнения.

В целом численные исследования показали необходимость учета влияния сил вязкости для правильного определения характеристик выходного устройства.

В заключение авторы благодарят А. Н. Крайко и В. Я. Нейланда за полезные советы.

В заключение авторы благодарят А. Н. Крайко и В. Я. Нейланда за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тагиров Р. К. Трансзвуковое обтекание тела вращения при истечении реактивной струи из его кормовой части.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 2, с. 97—104.
2. Grossman B., Melnik R. E. The numerical computation of the transonic flow over afterbodies including the effect of jet-plume and viscous interactions.— AIAA pap., 1975, № 62, 12 p.
3. Тагиров Р. К. Численное исследование внешнего обтекания кормовой части и течения внутри сопла при различных режимах истечения реактивной струи.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 3, с. 169—172.
4. Yaros S. F. Prediction of pressure distributions on axisymmetric bodies in transonic flow.— AIAA pap., 1977, № 226, 9 p.
5. Dash S. M., Wilmoth R. G., Pergament H. S. Overlaid viscous/inviscid model for the prediction of near-field jet entrainment.— AIAA Journal, 1979, v. 17, № 9, p. 950—958.
6. Kuhn G. D. Calculation of separated turbulent flows on axisymmetric afterbodies including exhaust plume effects.— AIAA Journal, 1980, v. 18, № 3, p. 235—242.
7. Ting Lu. On the mixing of two parallel streams.— J. Math. and Phys., 1959, v. 38, № 3, p. 153—165.
8. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматгиз, 1961. 400 с.
9. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Турбулентное смещение газовых струй. М.: Наука, 1974. 272 с.
10. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960. 715 с.
11. Miles J. B., Shin J.-S. Similarity parameter for two-stream turbulent jet-mixing region.— AIAA Journal, 1968, v. 6, № 7, p. 1429—1430.
12. Channapragada R. S. Compressible jet spread parameter for mixing zone analyses.— AIAA Journal, 1963, v. 1, № 9, p. 2188—2190.
13. Korst H. H. A theory for base pressures in transonic and supersonic flow.— J. Appl. Mech., 1956, v. 23, № 4, p. 593—600.
14. Sasman P. K., Cresci R. J. Compressible turbulent boundary layer with pressure gradient and heat transfer.— AIAA Journal, 1966, v. 4, № 1, p. 19—25.
15. Reubush D. E., Runckel J. F. Effect of fineness ratio on boattail drag of circular-arc afterbodies having closure ratios of 0.50 with jet exhaust at Mach numbers up to 1.30.— NASA TN, 1973, D-7192. 92 p.

Москва

Поступила в редакцию
24.X.1983