

УДК 533.6.011.72

СВЕРХЗВУКОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ В ГАЗЕ С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

КАМЕНЕЦКИЙ В. Ф., ТУРЧАК Л. И.

Рассматривается задача о сверхзвуковом нестационарном обтекании затупленных тел вязким потоком, содержащим ударные волны. Существуют различные подходы к решению данной задачи. В работах [1, 2] параметры в ударном слое на оси симметрии определялись на основе одномерной теории. Исследования дифракции ударной волны на движущихся торце и клине методами сквозного счета проведены соответственно в [3, 4]. Метод сквозного счета для исследования течения около клина с присоединенным скачком применялся также в [5]. Однако в отличие от [4] в этой работе использованы автомодельные переменные, что позволило получить более четкую картину взаимодействия.

В данной статье приводятся результаты исследования дифракции плоской ударной волны на движущемся со сверхзвуковой скоростью теле с выделением головного скачка. Для решения задачи за основу взят сеточно-характеристический метод [6], который успешно применялся для решения стационарных и нестационарных задач [7–10]. Однако, для лучшего расчета течений с внутренними скачками разработана модификация метода, состоящая в том, что вместо энтальпии и давления в качестве искомым термодинамических параметров приняты скорость звука и энтропия. Численные расчеты показали эффективность данного подхода к решению поставленной задачи.

Приводятся результаты обтекания тел со сферическим и плоским (торец) затуплениями при различных значениях скоростей тел и пересекаемых ими ударных волн. Рассмотрены встречное и догонное взаимодействия. Проведено сравнение с экспериментальными данными.

1. Постановка задачи и качественный анализ. Рассматривается осесимметричная задача о дифракции плоской ударной волны на теле, движущемся со сверхзвуковой скоростью. В зависимости от направлений движения волны и тела с точки зрения неподвижного наблюдателя здесь возможны два принципиально различных случая: а) встречное взаимодействие, когда ударная волна и тело движутся навстречу друг другу; б) догонное взаимодействие, при котором тело и ударная волна движутся в одном направлении.

Вводится связанная с телом сферическая система координат. Поскольку здесь обсуждаются результаты решения осесимметричной задачи, то можно ввести меридиональную полуплоскость и полярные координаты в ней r, θ . В этом случае постановка задачи иллюстрируется на фиг. 1. Здесь BC — поверхность тела (сфера или цилиндрический торец — пунктир), AD — отошедший скачок, EF — бесконечная плоская ударная волна, набегающая на тело с числом Маха M_c . Имеется три области течения: I — набегающий поток при отсутствии ударной волны, II — течение за плоской ударной волной, III — расчетная область $ABCD$, где AB — ось симметрии течения, CD — отрезок замыкающего расчетную область луча $\theta = \pi/2$.

В качестве основных характерных параметров задачи принимаются: L — линейный размер, p_1 и ρ_1 — давление и плотность газа в области I. Тогда скорость будет отнесена к параметру $(p_1/\rho_1)^{1/2}$, время — к $L(p_1/\rho_1)^{-1/2}$.

Задача полностью определяется заданием двух значений числа Маха: $M_1 = V_1/a_1$ и $M_c = V_c/a_1$, где V_1 и V_c — скорость газа в области I и скорость

набегающего скачка соответственно; a_1 — скорость звука в области I. При этом для встречного взаимодействия $M_c > M_1$, для догонного — $M_c < M_1$. Газ во всех областях считается идеальным с показателем адиабаты $\kappa = 1,4$.

В данной постановке достаточно задавать значения M_1 и M_c . Что касается числа Маха в среде II, в которой движется тело после прохождения ударной волны, то очевидным является требование $M_2 > 1$ для корректной постановки задачи. Анализ показывает, что это условие выполняется.

Действительно, при догонном взаимодействии скорость газа II больше скорости газа I за ударной волной (относительно неподвижного тела), а скорость звука $a_2 < a_1$ вследствие нагрева газа в области I. Следовательно, $M_2 > M_1 > 1$.

В случае встречного взаимодействия, используя соотношения на ударной волне, можно получить

$$M_2 = \frac{M_1(\kappa+1)(M_c-M_1) + 2[(M_c-M_1)^2 - 1]}{\sqrt{[2 + (\kappa-1)(M_c-M_1)^2][2\kappa(M_c-M_1)^2 - (\kappa-1)]}}$$

Проведенный анализ (численно и аналитически) этого выражения показывает, что при любых возможных значениях M_1 и M_c всегда получается

$M_2 > 1$. При этом, если зафиксировать значение κ , существует такое число M_1^* , что при $M_1 \geq M_1^*$ величина M_2 всегда меньше M_1 при произвольных M_c . При $M_1 < M_1^*$ значение M_2 может быть как меньшим, так и большим M_1 в зависимости от величины M_c . Для $\kappa = 1,4$ получается $M_1^* = 5$.

Таким образом, поскольку всегда $M_2 > 1$, все отражения и взаимодействия ударных волн будут происходить вблизи поверхности тела внутри ударного слоя. Это позволяет проводить численное решение задачи с выделением головной отошедшей ударной волны и заданием набегающего скачка. Ударный слой при этом принимается в качестве расчетной области.

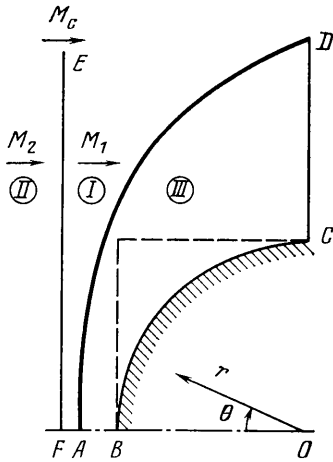
Математическая постановка задачи следующая. В расчетной области $ABCD$ (фиг. 1) решается система уравнений Эйлера, описывающая нестационарное движение вязкого нетеплопроводного газа.

Граничные условия: на отрезке AD головной ударной волны записываются соотношения Гюгонио; отрезок AB расположен на оси симметрии течения, и здесь задаются условия симметрии; на поверхности тела используется условие непротекания, т. е. нормальная к нему составляющая скорости равна нулю; замыкающий расчетную область отрезок CD находится в сверхзвуковой области течения, и нормальная к нему составляющая скорости в каждой точке должна быть больше местного значения скорости звука.

Необходимо также задать начальные условия, т. е. распределение параметров течения и положение головной ударной волны при $t=0$. Они получатся в результате решения задачи о сверхзвуковом обтекании тела однородным установившимся потоком газа I (фиг. 1) при отсутствии набегающего скачка. Решение находится путем установления с помощью той же программы, которая используется для основной нестационарной задачи.

Нестационарный этап исследования начинается при $t=0$ с момента прихода набегающего скачка в соприкосновение с головной ударной волной, т. е. когда точки A и F совпадут.

Качественный характер течения в дальнейшем следующий [1, 2].



Фиг. 1

На начальной стадии встречного взаимодействия преломленный набегающий скачок проникает внутрь ударного слоя. Между преломленным и головным скачками образуется контактный разрыв. Затем внутренний скачок отражается от тела и движется к головному, после взаимодействия с которым отражается от него в виде волны разрежения. При догонном взаимодействии падающий скачок также преломляется на головном, однако в данном случае это приводит к образованию волны разрежения внутри ударного слоя. В дальнейшем происходят отражения этой волны от тела и головного скачка.

Целью настоящей работы является численное исследование описанной картины течения.

2. Численный метод. В предыдущем разделе было установлено, что как при встречном, так и при догонном взаимодействиях все физические явления протекают внутри ударного слоя. Поэтому для численного решения поставленной задачи за основу был выбран сеточно-характеристический метод [6] с выделением головного скачка. Криволинейная область интегрирования $ABCD$ (фиг. 1) приводится к прямоугольному виду ($0 \leq \xi \leq 1$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$) путем введения переменной $\xi = (r - r_b) / (r_w - r_b)$, где $r = r_b(\theta)$, $r = r_w(\theta, t)$ — соответственно радиусы поверхности тела и головной ударной волны. Падающий скачок моделируется путем задания на головной волне граничных условий, зависящих от угла θ и времени. При этом учитываются как перемещение по заданному закону падающего скачка EF , так и рассчитываемое на каждом шаге изменение положения головного скачка AD (фиг. 1).

При использовании в качестве независимых переменных логарифма давления P , энтальпии h и двух компонент скорости: u по θ и v по r , сеточно-характеристический метод, несмотря на недивергентную форму представления исходной системы уравнений, хорошо улавливает не слишком сильные внутренние разрывы, если в качестве уравнения энергии использовать уравнение Бернулли [7]. Однако такой подход возможен лишь при решении стационарных задач. В рассматриваемом случае имеем дело с существенно нестационарной задачей. Поэтому для лучшего улавливания внутренних скачков идеи сеточно-характеристического метода были применены к такой форме системы уравнений Эйлера, в которой в качестве независимых термодинамических переменных используются скорость звука a и энтропия S . Данная система в безразмерном виде выглядит следующим образом:

$$a_t + \mathbf{V} \left(\nabla a - \frac{a}{2\kappa} \nabla S \right) + \frac{\kappa - 1}{2} \operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{a}{2\kappa} S_t$$

$$\mathbf{V}_t + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} + \frac{2a}{\kappa - 1} \left(\nabla a - \frac{a}{2\kappa} \nabla S \right) = 0$$

$$S_t + \mathbf{V} \nabla S = 0$$

Использование системы уравнений Эйлера в такой форме приводит к тому [11, 12], что при замене дифференциальных операторов конечно-разностными вдоль некоторого направления l с учетом направления бихарактеристик при переходе через скачок аппроксимируется следующая комбинация искомых параметров:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(\mathbf{V} l + \frac{2a}{\kappa - 1} \right) - \frac{a}{\kappa(\kappa - 1)} \frac{\partial S}{\partial l}$$

Сумма переменных, стоящих под знаком дифференцирования по l , при переходе через скачок претерпевает разрыв, величина которого имеет второй порядок малости относительно интенсивности скачка. Это дает возможность хорошо улавливать достаточно сильные скачки. Разностные формулы и другие соотношения получают аналогично работе [7].

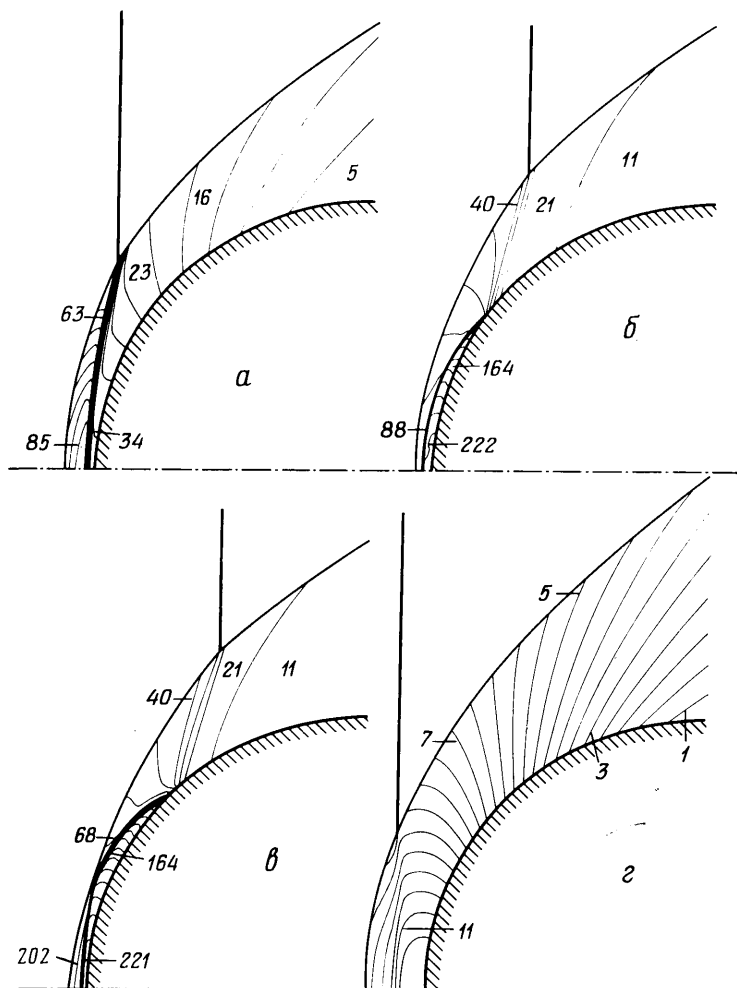
Программа, составленная на основе такого подхода, апробировалась на решении задачи о стационарном обтекании тел однородным сверхзвуковым потоком при различных числах Маха. Расчеты проводились на трех сетках с общим количеством узлов 171, 651, 1196. Сравнение результатов, полученных на различных сетках, продемонстрировало хорошую сходимость. Полученные данные хорошо согласуются с результатами других авторов.

Задачи о взаимодействии решались в основном на сетке с $\Delta\theta = 2^\circ$, $\Delta\xi = 0,04$ (1196 узлов). Результаты расчета контрольного варианта на более мелкой сетке несущественно отличаются от результатов, полученных на данной сетке.

3. Результаты расчетов. Численно исследовалась задача о встречном взаимодействии со сферой и торцом и о догонном взаимодействии со сферой. На приведенных графиках силовые нагрузки характеризуются без-

размерной силой F , равной отношению интеграла от давления по поверхности тела в некоторый момент времени к такому же интегралу до начала взаимодействия.

Рассмотрим сначала взаимодействие со сферой. На фиг. 2, *a*, *б*, *в* приведены положения падающего и головного скачков и изолинии давления в некоторые моменты времени для встречного взаимодействия при $M_1 = 5,16$, $M_c = 7,19$. Они позволяют проследить развитие картины течения.



Фиг. 2

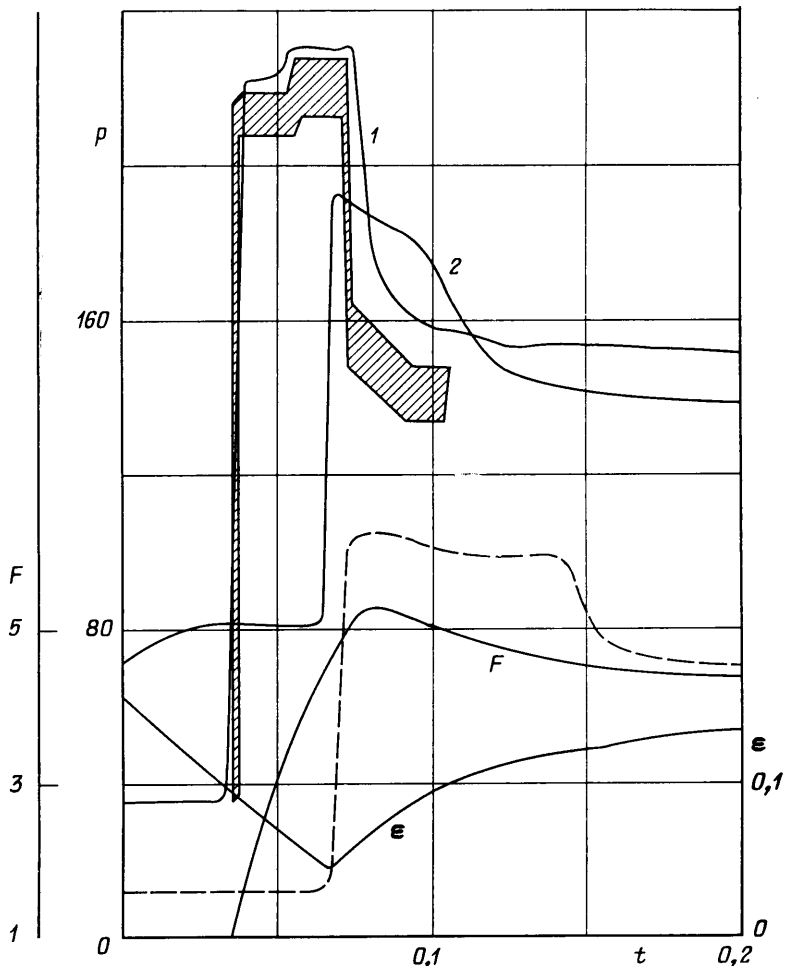
На начальной стадии взаимодействия (*a*) преломленная набегающая ударная волна проникает внутрь ударного слоя и движется в направлении поверхности тела. При этом из анализа распределения плотности в ударном слое установлено, что между преломленным и головным скачками образуется контактный разрыв. После отражения преломленной волны от поверхности тела (*б*) она движется к головному скачку, взаимодействует с ним и отражается от него в виде волны разрежения (*в*).

При догонном взаимодействии ударные волны в расчетной области не образуются. После взаимодействия догоняемой волны с головным скачком внутри ударного слоя образуется волна разрежения. В дальнейшем происходят отражения этой волны от тела и головного скачка. На фиг. 2, *г*

представлены изобары в некоторый момент времени при $M_1=3$, $M_c=2,2$ для догонного взаимодействия.

Полученная картина течения правильно отображает физические явления, возникающие при взаимодействии ударных волн. При этом видно, что внутренние скачки улавливаются достаточно хорошо.

На фиг. 3 приведены зависимости от времени давления в точке торможения (1), давления за головным скачком (2) на оси симметрии, безразмерной силы F и отхода головной волны ϵ при $M_1=5,16$ и $M_c=7,19$.



Фиг. 3

Там же приведены экспериментальные данные из работы [1] (заштрихованная область) и зависимость от времени давления в точке торможения при $M_1=3$ и $M_c=5$ (пунктирная кривая).

Рассмотрим кривую 1. Прежде всего отметим хорошее количественное совпадение с экспериментальными данными. Качественное поведение давления в точке торможения объясняется следующим образом.

До тех пор пока преломленная волна не дошла до тела, давление в точке торможения не меняется. С приходом преломленной волны к телу давление в точке торможения резко возрастает. Второй небольшой прирост давления связан со взаимодействием скачка, отраженного от тела, с контактным разрывом. В данном варианте отраженный скачок, проходя через контактный разрыв, попадает в область большей плотности. При этом

образуется слабая отраженная ударная волна, распространяющаяся к телу. Отражение ее от тела вызывает второй прирост давления в точке торможения. Далее, при взаимодействии отраженной ударной волны с головным скачком образуется волна разрежения, движущаяся к поверхности тела. Это приводит к уменьшению давления в точке торможения. Характер кривой 2 отражает еще одно физическое явление. Резкий прирост давления на оси симметрии в точке за ударной волной вызван приходом в эту точку отраженной ударной волны. Как уже отмечалось, при этом образуется волна разрежения, которая, отражаясь от тела, через некоторое время снова достигает головной ударной волны и резко ускоряет спад давления за ней.

Поведение кривой для безразмерной силы F легко объясняется всеми предыдущими рассуждениями. Отметим лишь, что ее максимальное значение превосходит асимптотическое при $t \rightarrow \infty$, т. е. она имеет немонотонный характер.

Рассмотрим еще кривую ϵ . Отход на начальной стадии взаимодействия меняется со временем практически по линейному закону. Резкий излом в ходе кривой связан с приходом отраженного от тела скачка к головной ударной волне и, естественно, совпадает по времени с первым изломом кривой 2.

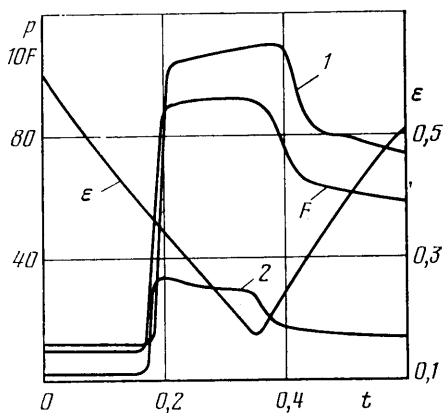
При других значениях M_1 и M_c качественный характер описанных зависимостей остается тем же. Возможно лишь небольшое отличие в зависимости от времени давления в точке торможения. При $M_1=3$ и $M_c=5$ (пунктирная кривая на фиг. 3) отраженный от тела скачок, проходя через контактный разрыв, попадает в область не большей, а меньшей плотности. При этом в направлении тела отражается слабая волна разрежения, которая вызывает первое небольшое уменьшение давления в точке торможения.

Встречное взаимодействие с торцом рассмотрим на примере варианта $M_1=3$, $M_c=5$. Основное отличие от взаимодействия со сферой состоит в том, что преломленная ударная волна начинает отражаться от тела не на оси симметрии, а в точке излома образующей. Это иллюстрируется ходом кривых 1 и 2 на фиг. 4, которые представляют зависимость от времени давления соответственно в точке торможения и в угловой точке тела. В ходе кривой 1 имеется существенное отличие от аналогичной зависимости в случае взаимодействия со сферой (пунктирная кривая на фиг. 3). Плотность газа между контактным разрывом и головным скачком при данном взаимодействии оказывается больше плотности между контактным разрывом и преломленной волной. Отражение от контактного разрыва вызывает второй прирост давления в точке торможения.

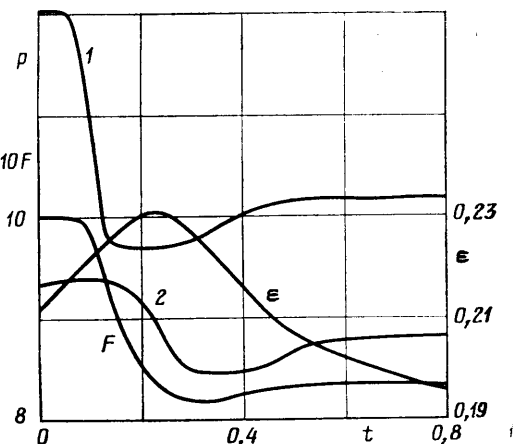
С тем фактом, что отражение от тела начинается в угловой точке, связан и ход зависимости безразмерной силы F от времени. Силовая нагрузка, достигнув своего максимального значения, в течение длительного промежутка времени остается практически постоянной. Зависимость отхода ϵ от времени носит такой же характер, как и в случае взаимодействия со сферой.

Перейдем теперь к рассмотрению догонного взаимодействия. Весь процесс определяется отражением от тела и головного скачка волны разрежения, образующейся на начальной стадии взаимодействия (фиг. 2, ϵ). На фиг. 5 приведены зависимости, аналогичные фиг. 3 для догонного взаимодействия при $M_1=3$ и $M_c=2,2$. Поскольку в этом варианте в внутренних ударных волн не образуется, ход кривых достаточно плавный. Увеличение отхода головной волны на начальной стадии взаимодействия связано с прониканием тела в менее плотный газ. Но, поскольку число Маха M_2 нового газа больше, чем M_1 , асимптотическое значение отхода меньше начального.

Выбранный метод расчета с выделением головной ударной волны позволяет достаточно точно решить задачу о дифракции плоского скачка



Фиг. 4



Фиг. 5

на затупленном теле, движущемся со сверхзвуковой скоростью. Все полученные результаты полностью согласуются с физическими представлениями о задаче.

Хотя приведенные результаты относятся к осесимметричным течениям, предложенный метод может быть использован при решении плоских и трехмерных задач. Данный подход может быть также распространен на задачи о взаимодействии с контактными разрывами и неоднородностями иных типов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor T. D., Hudgins H. E. Interaction of a blast wave with a blunt body traveling of supersonic speeds.— AIAA Journal, 1968, v. 6, № 2, p. 198–204.
2. Арутюнян Г. М. К расчету давления в критической точке при падении ударной волны на тело, движущееся со сверхзвуковой скоростью.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 6, с. 94–101.
3. Балакин В. Б., Буланов В. В. Численное решение задачи о взаимодействии ударной волны с цилиндром в сверхзвуковом потоке. Инж.-физ. журн., 1971, т. 21, № 6, с. 1033–1039.
4. Тугазаков Р. Я. Дифракция ударной волны на движущемся клине.— Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 1, с. 80–84.
5. Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н. Взаимодействие ударной волны с клином в сверхзвуковом потоке.— Уч. зап. ЦАГИ, 1976, т. 7, № 4, с. 115–119.
6. Магомедов К. М., Холодов А. С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений.— Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1969, т. 9, № 2, с. 373–386.
7. Численное исследование современных задач газовой динамики. М.: Наука, 1974. 398 с.
8. Turchak L. I. Investigation of unsteady supersonic flows about blunt bodies.— Lect. Notes Phys., 1979, № 90, p. 514–522.
9. Доколин А. Ю., Турчак Л. И. Сверхзвуковое обтекание тела при заданных колебаниях его поверхности.— Докл. АН СССР, 1983, т. 269, № 1, с. 51–53.
10. Каменецкий В. Ф., Турчак Л. И. Сверхзвуковое обтекание тел неоднородным потоком идеального газа. М.: ВЦ АН СССР, 1982. 20 с.
11. Zanetti L., Colasurdo G. Unsteady compressible flow: computational method consistent with the physical phenomena.— AIAA Journal, 1981, v. 19, № 7, p. 852–856.
12. Zanetti L., Moretti G. Numerical experiments on the leading edge flowfield.— AIAA Journal, 1982, v. 20, № 12, p. 1668–1673.

Москва

Поступила в редакцию
31.I.1984