

УДК 532.593:532.529

## **НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНЫ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ПАРА**

**ЗЫОНГ НГОК ХАЙ, НИГМАТУЛИН Р. И., ХАБЕЕВ Н. С.**

Исследуются нестационарные волновые процессы в парожидкостных средах пузырьковой структуры с учетом нестационарного межфазного тепломассообмена. При этом использована односкоростная с двумя давлениями модель пузырьковой среды, учитывающая радиальную инерцию жидкости при изменении объема среды и распределение температур в ней [1]. Система исходных дифференциальных уравнений модели преобразована к виду, удобному для реализации численного интегрирования. Изучены основные закономерности эволюции нестационарных волн. Показано определяющее влияние межфазного тепломассообмена на поведение волны. Установлено, что время и расстояние выхода волн на стационарную конфигурацию в парожидкостной пузырьковой среде значительно меньше, чем соответствующие характеристики волны в газожидкостной среде. Проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными.

Распространение акустических возмущений в жидкости с паровыми пузырьками теоретически изучалось в [2]. Эволюция волн малой, но конечной амплитуды, распространяющихся в одном направлении в пузырьковой парожидкостной среде, исследована в [3, 4] на основе полученного авторами обобщения уравнения Бюргерса — Кортевега-де Вриза. Экспериментальное исследование ударных волн в такой среде проведено в [5, 6], структура стационарных ударных волн рассмотрена в [7].

**1. Основные уравнения.** Движение жидкости со взвешенными в ней пузырьками пара рассматривается при следующих основных допущениях: характерный размер течения в целом много больше расстояний между пузырьками, которые в свою очередь много больше размеров пузырьков (объемные содержания паровой фазы достаточно малы:  $\alpha_2 \leq 0,1$ ). Смесь локально-монодисперсная, т. е. в каждом элементарном объеме все пузырьки сферические и одного радиуса. Вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессе межфазного взаимодействия и, в частности, при пульсациях пузырьков. Отсутствуют процессы зарождения, дробления и коагуляции пузырьков. Скорости поступательного движения фаз совпадают.

Последнее допущение позволяет описывать изменение объема пузырьков, распределение температур вокруг пузырьков, процессы конденсации и испарения в рамках сферически-симметричной схемы с использованием уравнений радиальных пульсаций пузырька и радиальной теплопроводности жидкости. Это допущение связано с тем, что в случае паровых пузырьков роль межфазного тепломассообмена еще более возрастает по сравнению с газовыми пузырьками и двухскоростные эффекты становятся тем более несущественными на фоне тепловой диссипации [7, 8]. Обтекание пузырька может нарушать сферическую симметрию распределения температуры вокруг него и интенсифицировать межфазный тепломассообмен. Однако в тех случаях, когда смещение пузырька относительно жидкости за характерное время (например, период радиальных пульсаций пузырька) значительно меньше размера пузырька, эта интенсификация незначительна. Кроме того, в не очень очищенных жидкостях всегда имеются поверхностно-активные вещества, которые, собираясь на поверхности пузырьков, приближают ее свойства к свойствам твердой поверхности. В ре-

зультате пузырьки обтекаются как твердые сферы, т. е. с заметно меньшей скоростью, чем это дает расчет по формуле для силы сопротивления, действующей на пузырьки [1]. Тем не менее следует иметь в виду, что в сильных ударных волнах межфазный тепломассообмен может быть более интенсивным, чем это дает сферически-симметричная схема за счет увеличения межфазной поверхности из-за деформации пузырьков и дробления.

При принятых допущениях парожидкостную среду можно рассматривать в рамках модели взаимопроникающих и взаимодействующих двух сплошных сред: первой фазы — несущей жидкости, а второй — паровой. В лагранжевой системе координат  $(x, t)$  уравнения изменения масс фаз, отдельного пузырька и импульса всей смеси в случае одномерного плоского движения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 \rho}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial x} &= -4\pi R^2 n j, & \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\rho_2 \rho}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial x} &= 4\pi R^2 n j \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_2^\circ \right) &= 4\pi R^2 j, & \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} &= g \\ \rho_i &= \alpha_i \rho_i^\circ, & \alpha_1 + \alpha_2 &= 1, & \rho &= \rho_1 + \rho_2 \\ \alpha_2 &= \frac{4}{3} \pi R^3 n, & p &= \alpha_1 p_1 + \alpha_2 \left( p_2 - \frac{2\sigma}{R} \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $\rho_i^\circ$ ,  $\rho_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $p_i$  — истинная и приведенная плотности, объемная доля и давление  $i$ -й фазы;  $\rho$ ,  $p$ ,  $v$  — средняя плотность, приведенное давление и скорость смеси;  $n$  — число пузырьков в единице объема;  $j$  — скорость фазовых переходов с единицы межфазной поверхности ( $j > 0$  соответствует испарению,  $j < 0$  — конденсации);  $g$  — интенсивность внешних массовых сил;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения. Индексами 1 и 2 внизу отмечены параметры жидкости и пара, индексом 0 внизу — параметры в начальном равновесном состоянии.

Система гидродинамических уравнений (1.1) будет замкнутой, если задать уравнение для интенсивности фазовых переходов  $j$ , уравнения состояния и условия совместного деформирования фаз. При рассмотрении эволюции волн умеренных интенсивностей предположим, что несущая фаза несжимаемая, давление, температура и плотность пара в пузырьках однородны, пар находится на линии насыщения и подчиняется уравнениям Клапейрона — Клаузиуса и калорически совершенного газа

$$\rho_1^\circ = \text{const}, \quad \frac{\partial T_2}{\partial p_2} = \frac{T_2}{\rho_2^\circ l} \left( 1 - \frac{\rho_2^\circ}{\rho_1^\circ} \right), \quad p_2 = \rho_2^\circ B T_2 \quad (1.2)$$

Здесь  $T$  — температура,  $B$  — газовая постоянная,  $l$  — удельная теплота парообразования.

Однородность давления внутри пульсирующих пузырьков имеет место, когда размер пузырька значительно меньше длины звуковой волны в паровой фазе. При монотонных режимах изменения радиуса пузырька условие гомобаричности может быть записано в виде  $(w_0/C_2)^2 \ll 1$ , где  $w_0$  — характерное значение радиальной скорости пузырька,  $C_2$  — скорость звука в паре. Учет неоднородности распределения температуры и плотности в пузырьках при нормальных условиях  $p \sim 10^5$  Па не приводит к заметному влиянию на их динамику [7]. Предположение о несжимаемости несущей жидкости приемлемо, когда скорость волны  $C$  относительно среды перед фронтом и объемная доля паровой фазы в смеси удовлетворяют условиям  $(C/C_1)^2 \ll 1$  и  $\alpha_2 \gg \alpha_c = p_0/\rho_1^\circ C_1^2$ , где  $C_1$  — скорость звука в чистой жидкости. В этом случае все сжатие смеси практически происходит за счет сжатия пара в пузырьках. Для многих жидкостей при обычных условиях  $p \sim 10^5$  Па эти условия выполняются при объемном содержании паровой фазы  $\alpha_2 \sim 10^{-2}$ .

Для задания интенсивности межфазного массообмена  $j$  в макроуравнениях (1.1) рассматривается микропроцесс тепломассообмена вокруг «пробного» пузырька. В рамках сферически-симметричной схемы уравне-

ние теплопроводности для жидкости вокруг пузырька имеет вид

$$\rho_1 c_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial t} + w_{1R} \frac{R^2}{r^2} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_1 r^2 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) \quad (1.3)$$

где  $w_{1R}$  — радиальная скорость  $i$ -й фазы на межфазной границе;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c$  — теплоемкость;  $r$  — сферическая эйлера координата, отсчитываемая от центра пузырька. При этом предполагалось, что граница раздела пар — жидкость находится в термодинамическом равновесии, а жидкость является термостатом и сохраняет на достаточном расстоянии от пузырьков начальную температуру  $T_0$ . Тогда в рамках представлений ячеистой модели [4] граничное условие вдали от пузырька можно ставить, например, на поверхности эквивалентной сферической ячейки, окружающей пузырек

$$r = R\alpha_2^{-1/3}, \quad T_1 = T_0 \quad (1.4)$$

Скорость фазовых переходов  $j$  в равновесном приближении может быть определена из граничных условий на поверхности пузырька

$$r = R, \quad T_1 = T_2, \quad jl = -q_{1R} - q_{2R}, \quad q_{1R} = -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_R \quad (1.5)$$

где  $q_{iR}$  — поток тепла от межфазной поверхности к  $i$ -й фазе. В случае однородного равновесного пузырька тепловой поток  $q_{2R}$ , идущий на изменение температуры насыщения пара из-за изменения давления, может быть получен путем интегрирования уравнения притока тепла паровой фазы по объему пузырька [7]

$$q_{2R} = \frac{R}{3} \left[ \frac{c_{p2} T_2}{l} \left( 1 - \frac{\rho_2^\circ}{\rho_1^\circ} \right) - 1 \right] \frac{\partial p_2}{\partial t} \quad (1.6)$$

где  $c_{p2}$  — теплоемкость пара при постоянном давлении.

Давление фаз и размер пузырьков связаны условием совместного деформирования, роль которого играет обобщенное уравнение Рэлея, в котором учтены поправки на «неодиночность» пузырька и фазовые переходы

$$\begin{aligned} (1 - \varphi_1) R \frac{\partial w_{1R}}{\partial t} + 1,5(1 - \varphi_2) w_{1R}^2 + \frac{4\nu_1}{R} w_{1R} &= \frac{1}{\rho_1^\circ} \left( p_2 - p_1 - \frac{2\sigma}{R} \right) \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= w_{1R} + \frac{j}{\rho_1^\circ} \\ \varphi_1 &= 1,5 \frac{\alpha_2^{1/3} - \alpha_2}{1 - \alpha_2}, \quad \varphi_2 = \frac{(2 + \alpha_2) \alpha_2^{1/3} - 3\alpha_2}{1 - \alpha_2} \end{aligned} \quad (1.7)$$

где  $\nu_1$  — кинематический коэффициент вязкости жидкости. Поправочные коэффициенты  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  имеют порядок  $\alpha_2^{1/3}$  и могут быть достаточно большими даже при малых объемных долях пара  $\alpha_2 \sim 10^{-2}$ . Несмотря на это, учет этих поправок в случае осцилляционных волн приводит лишь к незначительному увеличению частоты пульсаций, а в случае ударных волн монотонной структуры практически не оказывает влияния на профиль давления волн [7].

Система уравнений (1.1) — (1.7) при задании соответствующих начальных и граничных условий замкнута. Путем несложных преобразований с учетом соотношений (1.2), (1.5) — (1.7) уравнения (1.1) могут быть переписаны в следующем, удобном для реализации численного интегрирования виде:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 3\rho_0 \frac{\alpha_2 w_{1R}}{\rho R} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -3\rho \frac{\alpha_2 w_{1R}}{R}$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{3\gamma p_2}{\gamma_* R} \left( \frac{\lambda_1}{l \rho_2^\circ} \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_R - \frac{\partial R}{\partial t} \right) \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{3\alpha_2 \rho_0^2}{(1-\varphi_1) \rho R^2} \times$$

$$\times \left[ \frac{w_{1R}^2}{2} (1-4\varphi_1+3\varphi_2) - \frac{4v_1}{R} w_{1R} + \frac{1}{\rho_1^\circ} \left( p_2 - p_1 - \frac{2\sigma}{R} \right) \right]$$

$$\gamma_* = 1 + (\gamma - 1) \left( 1 - \frac{c_{22} T_2}{l} \right) \left[ 1 - \frac{c_{22} T_2}{l} \left( 1 - \frac{\rho_2^\circ}{\rho_1^\circ} \right) \right]$$

Уравнение для определения давления смеси  $p$  получается путем дифференцирования уравнения изменения импульса смеси. Полученная система дифференциальных уравнений (1.2)–(1.8) была приведена к безразмерному виду. При этом теплофизические свойства фаз входят в полученные уравнения через четыре безразмерных параметра: показатель адиабаты пара  $\gamma$ , число Пекле  $Pe = C_* R_0 / D_1$  и безразмерные комбинации  $C_{1*} = c_1 T_0 / \varepsilon_0 l$ ,  $C_{2*} = B T_0 / l$ , где  $C_*^2 = \rho_0 / \rho_1^\circ$ ,  $D_1 = \lambda_1 / c_1 \rho_1^\circ$  — коэффициент теплопроводности жидкости. При этом теплофизические свойства пара определяют параметры  $\gamma$  и  $C_{2*}$ , а теплофизические свойства жидкости — параметры  $Pe$  и  $C_{1*}$ . При принятых допущениях  $\gamma$  и  $Pe$  — постоянными, а  $C_{1*}$  и  $C_{2*}$  — медленно возрастающими функциями давления  $p$ . При не очень больших перепадах давлений  $C_{1*}$  и  $C_{2*}$  также можно считать постоянными.

Система уравнений (1.2)–(1.8) состоит из восьми дифференциальных уравнений, причем шесть уравнений, описывающих изменение параметров лагранжевых частиц смеси во времени, содержат лишь производные по времени и радиальной эйлеровой микрокоординате. Поля скорости и давления смеси на фиксированные моменты времени определяются по полям остальных параметров путем решения краевых задач для первого и последнего дифференциальных уравнений системы (1.8), содержащих лишь производные по продольной лагранжевой микрокоординате  $x$ .

**2. Эволюция ударных волн и импульсов конечной длительности.** Система уравнений (1.2)–(1.8) использовалась для исследования основных закономерностей распространения плоских нестационарных волн и эволюций импульсных воздействий в пузырьковых парожидкостных средах. Соответствующие математические задачи заключаются в отыскании решений системы (1.2)–(1.8) при следующих граничных и начальных условиях:

$$x=0, \quad p=f_0(t) \quad \text{или} \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \varphi_0(t)$$

$$x=L, \quad p=f_L(t) \quad \text{или} \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \varphi_L(t) \quad (2.1)$$

$$t=0, \quad p_1=p_0, \quad p_2=p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}, \quad R=R_0, \quad T_1=T_0, \quad v=w_{1R}=0$$

Для треугольного импульса функция  $f_0(t)$  имеет следующий вид:

$$f_0(t) = p_0(1+b_1 t), \quad t_1 > t \geq 0 \quad (2.2)$$

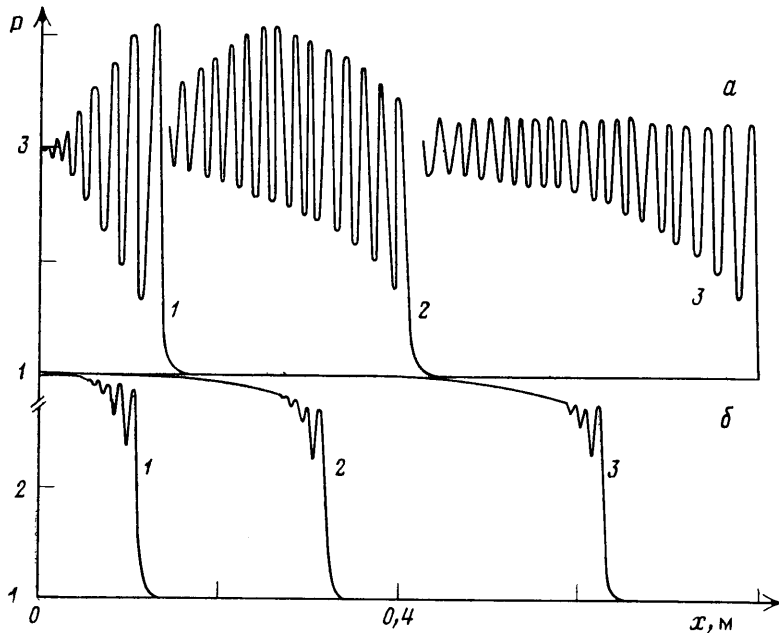
$$f_0(t) = p_0[1+b_1 t_1 - b_2(t-t_1)], \quad t_2 \geq t \geq t_1$$

$$f_0(t) = p_0, \quad t > t_2$$

где постоянные  $t_1$ ,  $t_2$  определяются длительностью начального импульса, а неотрицательные коэффициенты  $b_1$ ,  $b_2$  — его интенсивностью. При этом рассматривался случай отсутствия внешних массовых сил  $g=0$ .

Численное решение системы (1.2)–(1.8) с условиями (2.1), получается комбинацией конечно-разностного метода Эйлера с пересчетом с методом прогонки. Результаты расчетов проверялись путем сравнения стационарной конфигурации, реализующейся при эволюции нестационарных ударных волн, с известными решениями [7]. Проводились также тестовые расчеты для частного случая отсутствия фазовых переходов. Полученные при этом решения сравнивались с результатами решения задачи об эволюции волн в газожидкостных пузырьковых средах [9].

На фиг. 1 показано сравнение эволюции ударной волны в воде с пузырьками воздуха (фиг. 1, а) и в кипящей воде — с пузырьками пара (фиг. 1, б) в случае стационарных граничных условий на  $x=0$  ( $p(0, t) =$



Фиг. 1

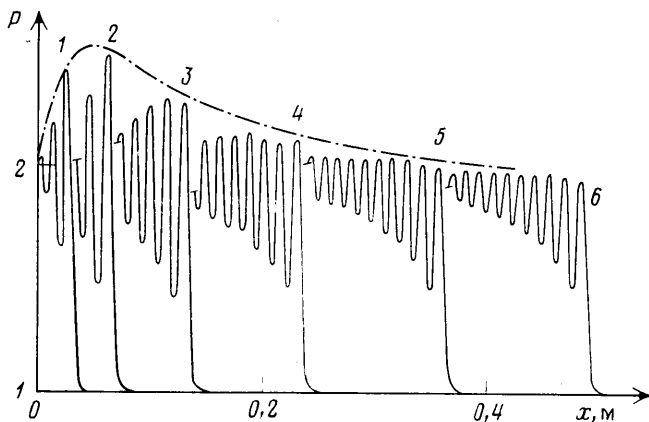
$=p_e = \text{const}$ ) при  $L \rightarrow \infty$ . Кривые 1–3 соответствуют значениям  $t=1; 3; 6$  мс. При этом  $p_0=10^5$  Па;  $P_e=p_e/p_0=3$ ;  $\alpha_{20}=0,02$ ;  $R_0=1$  мм;  $P=p/p_0$ . В случае воздушных пузырьков  $T_0=293$  К. В этом и ниже рассчитанных вариантах теплофизические свойства фаз в парожидкостной среде принимались согласно [10].

Время и расстояние выхода ударных волн на стационарную конфигурацию в жидкости с пузырьками пара (порядка нескольких миллисекунд и нескольких десятков сантиметров) намного меньше, чем в жидкости с газовыми пузырьками (порядка нескольких десятков миллисекунд и нескольких метров [8, 9]). Стационарная конфигурация, представленная на фиг. 1, формируется на расстоянии 0,4 м за время порядка 3 мс. При этом по времени амплитуда осцилляции уменьшается, а скорость распространения волны практически постоянна.

Исследование нестационарных волн в различных жидкостях с пузырьками пара показало, что начальная стадия распространения ударных волн конечной интенсивности всегда осцилляционная. Затем волна выходит на стационарную конфигурацию, которая в случае воды при  $p_0 \sim 10^5$  Па и  $R_0 \sim 1$  мм монотонна для волн интенсивностью  $P_e \lesssim 2$ .

При описании межфазного теплообмена определяющую роль играет внешняя тепловая задача вокруг «пробного» пузырька, так как поток тепла к межфазной границе со стороны жидкости по абсолютной величине значительно превосходит аналогичный поток со стороны паровой

фазы ( $|q_{1R}| \gg |q_{2R}|$ ). Это связано с тем, что коэффициент теплопроводности жидкости многократно превышает коэффициент теплопроводности пара, а коэффициент температуропроводности жидкости во много раз меньше коэффициента температуропроводности пара. Поэтому точность определения интенсивности межфазного массообмена  $j$  определяется точностью определения  $q_{1R}$ , для вычисления которого требуется решать уравнение (1.4). Из сказанного следует, что эволюция волн в жидкости с паровыми



Фиг. 2

пузырьками определяется температуропроводностью жидкости, а не газа, как в случае жидкости с пузырьками нерастворимого и неконденсирующегося газа. Расчеты показали определяющее влияние межфазного тепло- и массообмена на эволюцию волн.

Изучение влияния различных факторов на эволюцию волн показало, что увеличение начального статистического давления в системе, уменьшение начального паросодержания, увеличение начального радиуса пузырьков приводят к увеличению расстояния выхода волны на стационарную конфигурацию и усиливают тенденцию к осцилляционной структуре. Это связано не только с изменением скорости распространения волны, но и с изменением массы пара в пузырьках и характера межфазного взаимодействия.

На фиг. 2 показана эволюция ударной волны в жидком азоте с пузырьками пара азота. При этом  $R_0=1$  мм,  $\alpha_{20}=0,05$ ,  $P_e=2$ . Кривые 1-6 соответствуют моментам времени  $t=0,45$ ; 0,9; 1,8; 3,15; 4,95; 6,75 мс. Сравнение фиг. 2 с фиг. 1 показывает кардинальное влияние теплофизических свойств фаз и главным образом теплофизических свойств жидкости на эволюцию волн в парожидкостных средах пузырьковой структуры.

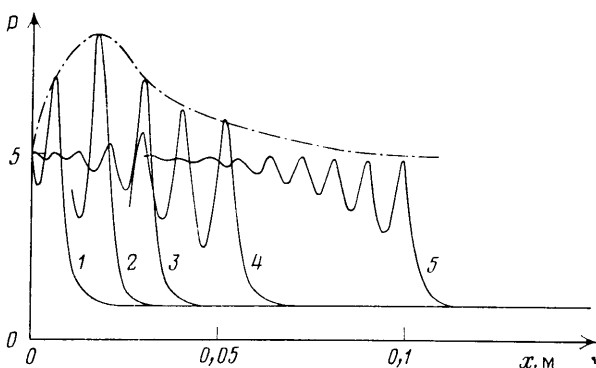
Для рассмотренных двух двухфазных систем определяющие безразмерные параметры представлены в таблице

Среда	$10^{-5} p_0$ , Па	$10^{-5} P_e$	$C_{1*}$	$C_{2*}$	$\gamma$
Жидкий азот - пар азота	1	1,89	134	0,081	1,32
Вода - водяной пар	1	0,607	1139	0,076	1,28
То же	5	1,34	302	0,090	1,24

Увеличение  $C_{1*}$  и уменьшение  $P_e$  означает, что процесс межфазного тепло- и массообмена интенсифицируется. Это приводит к уменьшению расстояния выхода волн на стационарную конфигурацию и усиливает

тенденцию к монотонной структуре. Входящее в параметр  $C_1$  отношение  $\epsilon_0 = \rho_{20} / \rho_1$  характеризует упругость смеси в целом. Нестационарная волна в жидком азоте с пузырьками пара азота в данном случае имеет ярко выраженную осцилляционную структуру. Волна выходит на стационарную монотонную конфигурацию на расстоянии порядка 10 м, при этом толщина волны достигает примерно 3 м (фиг. 2).

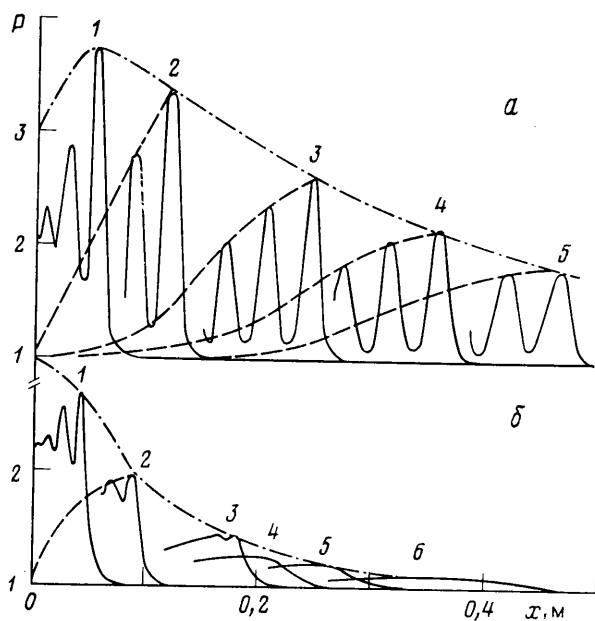
В отличие от стационарных волн [7] в нестационарных волнах давление может превышать инициирующее их давление  $p_e$  (эффект усиления). При увеличении начального статического давления системы это усиление становится заметнее. На фиг. 3 показана эволюция волны интенсив-



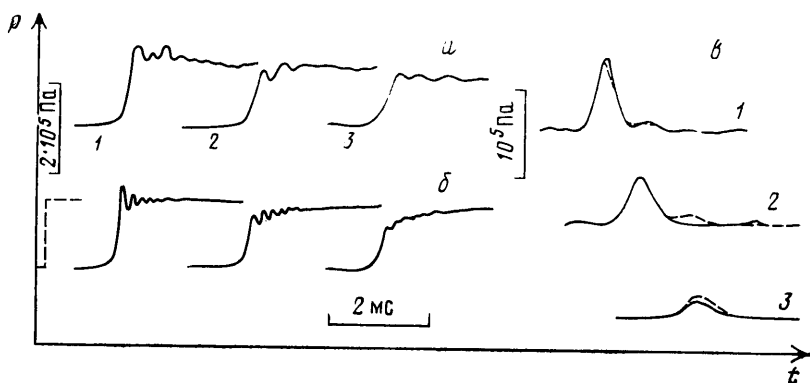
Фиг. 3

ностью  $P_e = 5$  в воде с пузырьками водяного пара. При этом  $p_0 = 10^5$  Па,  $R_0 = 1$  мм,  $\alpha_{20} = 0,05$ . Кривые 1–5 соответствуют моментам времени  $t = 0,1; 0,2; 0,3; 0,5$  и 1 мс. На начальной стадии распространения нестационарных волн давление в волне может заметно превышать давление за волной. При этом максимальное усиление достигается не сразу после инициирования волны и не обязательно на первом пике осцилляции давления. Штрихпунктирная линия на фиг. 3 — огибающая максимальных пиков давления. Зона повышения давления в волне в обычных условиях для многих смесей узкая. С уменьшением интенсивности процесса межфазного тепло-массообмена, с увеличением упругости среды и с увеличением скорости волн эта зона увеличивается. В воде с пузырьками пара для волн интенсивностью  $P_e = 2$  при увеличении начального статического давления в системе от  $10^5$  до  $5 \cdot 10^5$  Па зона, в которой наблюдается усиление волны, меняется от 1 до 10 см. В жидком азоте с пузырьками азота при  $p_0 = 10^5$  Па,  $P_e = 2$  ширина этой зоны составляет около 40 см. В волнах большой интенсивности, когда конденсационное схлопывание пузырьков сопровождается их дроблением, усиление волн может становиться еще более значительным [5].

На фиг. 4 показана типичная волновая картина эволюции треугольного импульса в воде с пузырьками воздуха (фиг. 4, а) и в кипящей воде — с пузырьками пара (фиг. 4, б). При этом  $p_0 = 10^5$  Па,  $R_0 = 1$  мм,  $\alpha_{20} = 0,02$ ,  $t_1 = 0,1$  мс,  $t_2 = 0,9$  мс,  $p_{\max}/p_0 = 3$ . В случае воздушных пузырьков  $T_0 = 293$  К, а в случае пузырьков пара  $T_0 = 373$  К. Кривые 1–6 соответствуют моментам времени  $t = 0,5; 1; 2; 3; 4; 7$  мс. Штриховые линии — огибающие пиков осцилляции давления в каждый момент времени. Видно, что эволюция импульсных воздействий в парожидкостной среде характеризуется гораздо более сильным затуханием, чем в газожидкостной (холодной) среде. На расстоянии  $\sim 0,1$  м амплитуда импульса на фиг. 4, б составляет лишь половину начальной амплитуды, а на расстоянии  $\sim 0,5$  м импульс практически не наблюдается. Как и в случае ударных волн, ха-



Фиг. 4



Фиг. 5

характер эволюции волн конечной длительности определяется теплофизическими свойствами смеси, ее структурой, начальным статическим давлением в системе, видом импульсного воздействия, процессами межфазного взаимодействия. Эволюция импульсного воздействия может иметь монотонный или осцилляционный характер. После прохождения волны конечной длительности пузырьки постепенно восстанавливают свой начальный размер, так как конечная энергия импульсного воздействия полностью рассеивается в бесконечном полупространстве, заполненном средой, не меняя при этом ее состояния.

На фиг. 5 представлено сопоставление результатов расчета эволюции ударной волны в воде с пузырьками пара (фиг. 5, б) с экспериментальными осциллограммами давления смеси по времени в разных сечениях ударной трубы, отсчитываемых от свободной поверхности рабочей части (фиг. 5, а) [6]. Осциллограммам 1–3 соответствуют следующие координаты сечения:  $x=0,05$ ;  $0,425$ ;  $0,525$  м. При этом  $p_0=5 \cdot 10^5$  Па,  $P_c=1,47$ ,  $\alpha_{20}=0,01$ . Средний начальный радиус пузырьков  $R_0=1,4$  мм.

В этом эксперименте из-за большого начального статического давления



в системе и ограниченной длины экспериментального участка волна не успела выйти на стационарную монотонную конфигурацию. Наблюдаемые в эксперименте пульсации давления (фиг. 5, а) неплохо описываются численными решениями системы дифференциальных уравнений (1.10) (фиг. 5, б).

На фиг. 5, в показано сравнение расчета эволюции треугольного импульса в воде с пузырьками пара (штриховые линии) с экспериментальными данными [6] (сплошные линии). Кривым 1–3 соответствуют следующие координаты сечения ударной трубы, отсчитываемые от свободной поверхности рабочей части:  $x=0,05; 0,15; 0,425$  м. При этом  $p_0=5 \cdot 10^5$  Па,  $p_{\max}/p_0=1,14$ ;  $R_0=1,37$  мм;  $\alpha_{20}=0,015$ . Видно хорошее согласование экспериментальных и расчетных осциллограмм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978, 336 с.
2. Trammell G. T. Sound waves in water containing vapor bubbles.— J. Appl. Phys., 1962, в. 33, № 5, р. 1662–1670.
3. Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р. Модель распространения возмущений в парожидкостной смеси.— Теплофиз. высоких температур, 1979, т. 17, № 4, с. 798–803.
4. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Прибагурич Н. А., Шрейбер И. Р. Распространение возмущений давления конечной амплитуды в пузырьковой парожидкостной среде.— ПМТФ, 1982, № 3, с. 84–90.
5. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губайдуллин А. А., Губин С. А., Губанов А. В. и др. Усиление ударных волн в жидкости с пузырьками пара.— В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск: Изд-во Ин-та теплофиз. СО АН СССР, 1977, с. 67–74.
6. Покусаев Б. Г. Волны давления в пузырьковых газо- и парожидкостных средах.— В кн.: Гидродинамика и теплообмен в одно- и двухфазных средах. Новосибирск, 1979, с. 26–36. (Ин-т теплофизики СО АН СССР.)
7. Зыонг Нгок Хай, Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Структура ударных волн в жидкости с паровыми пузырьками.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 2, с. 109–118.
8. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С., Шагапов В. Ш. Об ударных волнах в жидкости с пузырьками газа.— Докл. АН СССР, 1974, т. 214, № 4, с. 779–782.
9. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа.— Докл. АН СССР, 1976, т. 226, № 6, с. 1299–1302.
10. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.

Москва

Поступила в редакцию  
15.III.1983