

УДК 532.5.013.4:536.25

НАДКРИТИЧЕСКИЙ РЕЖИМ КОНВЕКЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ С ДВИЖУЩИМИСЯ ГРАНИЦАМИ

ЛОБОВ Н. И., ТАРУНИН Е. Л.

В бесконечном плоском вертикальном слое, подогреваемом сбоку, возникает плоскопараллельное конвективное течение жидкости с кубическим профилем скорости. Устойчивость такого течения исследовалась в [1-4]. При малых числах Прандтля P кризис течения связан с развитием возмущений типа вихрей на границе встречных потоков. При $P > 12$ неустойчивость конвективного течения обусловлена нарастающим бегущим тепловым волн. Вторичные стационарные режимы конвекции в нелинейной постановке методом сеток исследовались в [5, 6], конечно-амплитудные волновые возмущения изучались в [7, 8].

В [9] в гидродинамическом приближении ($P=0$) рассмотрено влияние встречного движения границ слоя на развитие монотонных гидродинамических возмущений. Показано, что суперпозиция конвективного движения и плоского течения Куэтта приводит к эффективному подавлению возмущений — вихрей на границе встречных потоков. Область соответствующих надкритических движений жидкости, возникающих после потери устойчивости основного течения, в полной постановке исследована в [10].

Линейный анализ устойчивости такого комбинированного течения относительно малых возмущений с учетом тепловых факторов ($P \neq 0$) проведен в работах [11, 12]. Выяснено влияние движения границ на устойчивость течения относительно гидродинамических возмущений и возмущений в виде нарастающих тепловых волн. Установлено, что при определенных условиях возможен и оказывается наиболее опасным новый тип неустойчивости, связанный с монотонными тепловыми возмущениями.

В данной работе методом сеток исследуется в нелинейной постановке область существования вторичных режимов движения, связанных с монотонными тепловыми возмущениями.

1. Постановка задачи. Жидкость с кинематической вязкостью ν , плотностью ρ , коэффициентом теплового расширения β находится в вертикальном бесконечном слое, ограниченном плоскостями $x = \pm h$ (x — горизонтальная координата). Границы слоя поддерживаются при разных температурах $T = \mp \Theta$ (подогрев сбоку) и движутся в своих плоскостях со скоростями $\mp U$. Конвективное движение описывается уравнениями тепловой конвекции в приближении Буссинеска [13]. В переменных функциях тока ψ и вихря скорости φ решаемая система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \Delta \varphi + G \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{P} \Delta T \\ \Delta \psi + \varphi &= 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$x = \pm 1: T = \mp 1, \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \pm \text{Re}$$

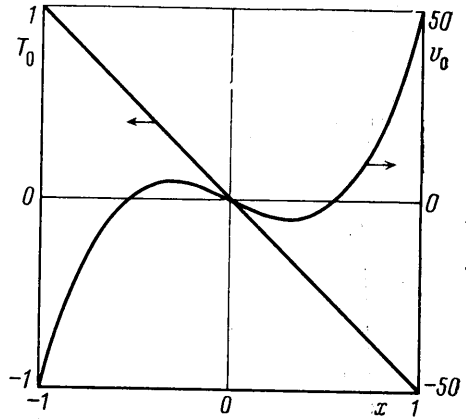
$$G = \frac{g\beta\Theta h^3}{\nu^2}, \quad P = \frac{\nu}{\chi}, \quad \text{Re} = \frac{Uh}{\nu}$$

Уравнения и граничные условия приведены в безразмерной форме. Выбраны следующие единицы измерения: расстояния — h (полуширина слоя), времени — h^2/ν , температуры — Θ . Задача содержит три безразмерных параметра — числа Грасгофа G , Прандтля P , Рейнольдса Re — и имеет стационарное решение, описывающее плоскопараллельное движение

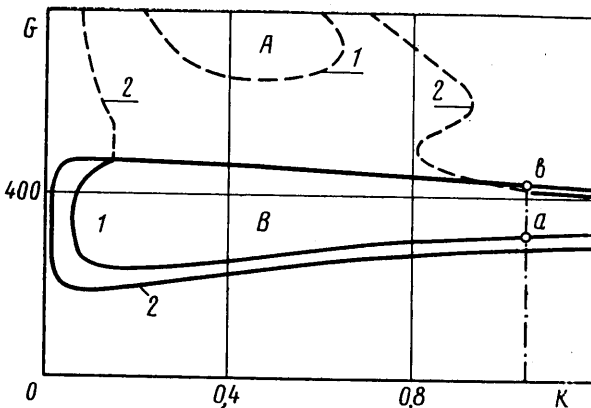
$$\begin{aligned} \psi_0 &= -G(1-x^2)^2/24 - Re(1-x^2)/2, \\ T_0 &= -x \end{aligned} \quad (1.2)$$

Течение (1.2) является суперпозицией свободноконвективного течения ($Re=0$) и плоского течения Куэтта ($G=0$). Профили скорости и температуры в случае $Re=-50$, $G=420$ изображены на фиг. 1.

Согласно результатам линейной теории [12], при отрицательных числах Рейнольдса и $P > 2,4$ на плоскости $G-k$ (k — волновое число возмущений) существует две области тепловой неустойчивости — монотонной и колебательной. На фиг. 2 приведены нейтральные кривые тепловых возмущений при $Re=-50$ для $P=10$ (линии 1) и $P=50$ (линии 2). Границы монотонной неустойчивости указаны сплошными линиями, а колебательной — штриховыми. Область колебательной неустойчивости при $P=10$ отмечена буквой A , а область монотонной неустойчивости — буквой B . С ро-



Фиг. 1



Фиг. 2

стом числа Прандтля области неустойчивости увеличиваются в размерах, сближаются и при $P > 30$ имеют общую границу (см. линии 2 на фиг. 2 для $P=50$).

2. Метод решения. Для исследования вторичных конечно-амплитудных режимов конвекции использовался метод сеток. Решение, как и в [5–8], находилось в прямоугольной области $-1 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq l$. На границах $y=0$ и $y=l$ использовались условия периодичности решения. Так как, согласно линейной теории, область монотонной неустойчивости характеризуется умеренными значениями чисел Грасгофа и Рейнольдса, для нахождения стационарного решения в области монотонной неустойчивости использовалась явная схема. Пространственные производные аппроксимировались центральными разностями на равномерной сетке. Порядок аппроксимации выбранной схемы $O(\tau + h_1^2 + h_2^2)$.

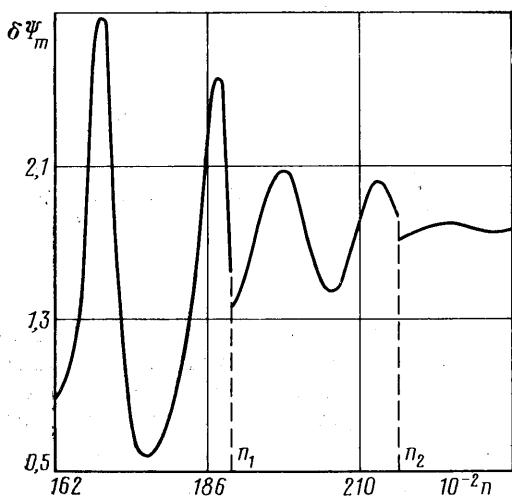
Для сокращения затрат машинного времени шаги по времени в уравнениях для вихря и температуры были различными и, кроме того, вычисления производились в

половине области с привлечением условий симметрии $\psi(x, y, t) = \psi(-x, l-y, t)$, $T(x, y, t) = -T(-x, l-y, t)$. Функция тока определялась на каждом шаге по времени из решения уравнения Пуассона методом последовательной верхней релаксации. Значения вихря скорости на твердых границах вычислялись по формулам Тома.

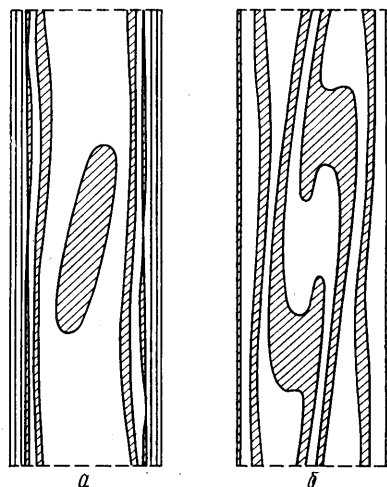
По полученным значениям функций в узлах сетки вычислялись следующие интегральные характеристики: максимальное значение модуля функции тока на оси канала ψ_m , максимальная разность значений функции тока на оси канала $\delta\psi_m$ и среднее по длине ячейки число Нуссельта Nu . В случае плоскопараллельного течения $\delta\psi_m = 0$, $Nu = 1$, $\psi_m = G/24 + Re/2$.

В качестве первого (в дальнейшем использовался метод продолжения по параметру) начального состояния задавалось распределение (1.2), к которому добавлялось возмущение вихря скорости $\delta\psi = c(1-x^2) \sin(\pi y/l)$ с амплитудой $c \leq 2$.

Вычисления показали, что процесс установления стационарного вторичного режима течения имеет колебательный характер (близка область колебательной не-



Фиг. 3



Фиг. 4

устойчивости). Интегральные характеристики течения осциллируют около некоторых средних значений с медленно убывающей амплитудой.

Для ускорения процесса установления стационарного решения была использована процедура, идея которой заключается в допущении, что с некоторого момента $t > t_0$ поведение всех величин описывается зависимостью

$$\sigma(t) = c_1 \cos(\omega(t-t_0)) \exp(-\mu(t-t_0)) + c_2$$

Параметры этой зависимости определялись после проведения счета на одном периоде по трем экстремальным значениям по времени: $\sigma_0 = \sigma(t_0)$, $\sigma_1 = \sigma(t_0 + \pi/\omega)$, $\sigma_2 = \sigma(t_0 + 2\pi/\omega)$.

В момент $t = t_2$ определялись новые значения функции тока, вихря скорости и температуры по формулам

$$\sigma^*(t) = \frac{\sigma_2 + \eta \sigma_1}{1 + \eta}, \quad \eta = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_0 - \sigma_1} \quad (2.1)$$

Величина η в расчетах определялась по изменению теплового потока ($\sigma = Nu$) и для повышения устойчивости пересчетной процедуры умножалась на коэффициент $(1 - h_{\text{шах}}^2)$. Использование описанной процедуры «экстраполяция к пределу» в некоторых случаях на порядок сокращало затраты машинного времени.

3. Результаты. Фиксированными параметрами задачи были число Прандтля $P = 10$, число Рейнольдса $Re = 50$ и безразмерная длина периодической структуры течения $l = 6$. В процессе счета изменялось значение числа Грасгофа в пределах 320–450 в соответствии с вертикальным разрезом ab на фиг. 2.

Для получения стационарного решения при $G = 420$ с точностью до 1% требовалось вести счет в течение более чем 40 периодов колебаний. Как уже отмечалось, для сокращения времени выхода на стационар использовалась в некоторый момент смена состояния по формулам (2.1). Зави-

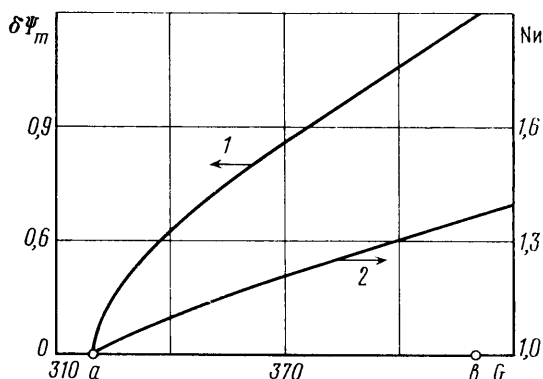
симось $\delta\psi_m(n)$ в этом случае имела вид, изображенный на фиг. 3. Смена состояния была выполнена 3 раза — при $n_1=18\ 990$, $n_2=21\ 570$, $n_3=24\ 180$ (на фиг. 3 $n \leq 23\ 000$). После третьей смены состояния на шаге $n=24\ 240$ удовлетворялось условие стационарности $\delta\psi_m$ с погрешностью 0,1%.

Структура течения (а) и поля температуры (б) стационарного вторичного течения при $G=420$ представлена на фиг. 4. На этих фигурах заштрихованы области, для которых удовлетворялись соотношения ($j=0, 1, \dots, 5$)

$$(f_j - c/5) < f < (f_j + c/5), \quad c = (f_{\max} - f_{\min})/5, \quad f_j = f_{\min} + jc$$

Здесь f — функция тока или температура. Появление вторичного течения увеличивает тепловой поток поперек слоя. Число Нуссельта, соответствующее распределению температуры на фиг. 4, б, $Nu \approx 1,36$.

На фиг. 5 представлены амплитудные кривые — зависимости $\delta\psi_m(G)$ (кривая 1) и $Nu(G)$ (кривая 2). Точками а и б показаны положения гра-



Фиг. 5

ниц области монотонной тепловой неустойчивости по линейной теории (соответствующие точки показаны и на фиг. 2). Вычисления показывают, что на нижней части нейтральной кривой монотонной моды неустойчивости ответвление вторичных режимов происходит мягко. В окрестности левой точки потери устойчивости исходного течения амплитудные кривые хорошо аппроксимируются зависимостями ($G < 350$)

$$\delta\psi_m \approx 0,14\sqrt{G-319,4}, \quad Nu \approx 1 + 4,9 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{G-319,4}$$

Интенсивность вторичного течения невелика, отношение $\delta\psi_m/\psi_m$ обычно меньше 10%. К примеру, укажем, что при $Re=0$, $P=0$ [10] и надкритичности около 0,2 отношение $\delta\psi_m/\psi_m$ достигает 40% и более.

На верхней части нейтральной кривой монотонной моды потеря устойчивости происходит, по-видимому, жестким образом. Так, при $G=430$ численный эксперимент обнаруживает два режима течения — режим, которому соответствует плоскопараллельное течение (1.2), и вторичный режим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бирих Р. В. О малых возмущениях плоскопараллельного течения с кубическим профилем скорости. — ПММ, 1966, т. 30, № 2, с. 356–361.
2. Рудаков Р. Н. Спектр возмущений и устойчивости конвективного движения между вертикальными плоскостями. — ПММ, 1967, т. 31, № 2, с. 349–355.
3. Бирих Р. В., Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Рудаков Р. Н. Гидродинамическая и тепловая неустойчивость стационарного конвективного движения. — ПММ, 1968, т. 32, № 2, с. 256–263.
4. Бирих Р. В., Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Рудаков Р. Н. О колебательной неустойчивости плоскопараллельного конвективного движения в вертикальном канале. — ПММ, 1972, т. 36, № 4, с. 745–748.

5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Вторичные стационарные конвективные движения в плоском вертикальном слое жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 5, с. 130—136.
6. Тарунин Е. Л. О вторичных стационарных конвективных течениях в вертикальном слое.— Уч. зап. Пермск. ун-та, 1972, № 293, с. 3—13.
7. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Сорокин Л. Е., Тарунин Е. Л. Вторичные колебательные конвективные движения в плоском вертикальном слое жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 1, с. 94—101.
8. Сорокин Л. Е. О нелинейном конвективном движении в плоском вертикальном слое жидкости в области колебательной неустойчивости.— Уч. зап. Пермск. ун-та, 1974, № 316, с. 127—137.
9. Бирих Р. В., Рудаков Р. Н. О влиянии движения границ на устойчивость конвективного течения между вертикальными плоскостями.— Уч. зап. Пермск. ун-та, 1970, № 216, с. 93—98.
10. Тарунин Е. Л. Вторичное конвективное движение жидкости в вертикальном слое с подвижными границами.— Уч. зап. Пермск. ун-та, 1974, № 316, с. 115—126.
11. Лобов Н. И., Никитин А. И. Влияние движения границ на устойчивость конвективного течения в вертикальном слое.— В кн.: Исследование тепловой конвекции и теплопередачи. Свердловск: Уральск. научн. центр, 1981, с. 12—15.
12. Лобов Н. И., Никитин А. И. О механизмах неустойчивости комбинированного конвективного течения.— В кн.: Конвективные течения. Пермь: Пермск. пед. ин-т, 1981, с. 41—51.
13. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

Пермь

Поступила в редакцию
19.IX.1983