

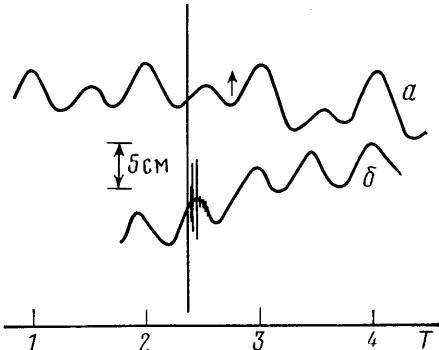
УДК 532.546

РАСЧЕТ ВОДОНАПОРНОГО ПЛАСТА КАК ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СЕЙСМОГРАФА

НИКОЛАЕВСКИЙ В. Н., РАМАЗАНОВ Т. К.

Дан анализ реакции порового давления полностью насыщенного жидкостью пласта на периодические длинноволновые изменения напряженного состояния горного массива. Выявлена амплитудно-частотная характеристика напорного пласта при использовании его как гидравлического датчика.

Слабые периодические изменения давления в скважинах, вскрывающих напорные артезианские пласты, содержат колебания, соответствующие твердоприливному полю Земли (см., например, [1]). На фиг. 1 приведены экспериментальные записи [2] колебаний во времени (T — сутки) уровня воды в глубокой (1635 м) скважине после вычитания нестационарных атмосферных помех (стрелка — опускание уровня воды). Видно, что они четко повторяют (фиг. 1, *a*) приливы в оболочке Земли и даже фиксируют некоторые удаленные землетрясения (фиг. 1, *b*). Было обнаружено, что дебиты самоизливающихся скважин также хорошо реагируют на твердоприливные поля деформаций [3]. Указанная реакция напорных пластов приобретает особое значение в связи с проблемой прогноза землетрясений, поскольку процесс подготовки землетрясений всегда связан с изменениями напряженно-деформированного состояния недр. Землетрясению могут предшествовать как повышение, так и снижение уровней жидкости в скважинах, по-видимому, в зависимости от их расположения относительно эпицентralной зоны [4-7].



Фиг. 1

1. Исходная линеаризованная система уравнений [8] при учете приливного поля в виде эффективных объемных сил имеет вид

$$(1-m_0)\rho_1 \frac{\partial u_i}{\partial t} + m_0 \rho_2^\circ \frac{\partial v_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ij}^f}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - [(1-m_0)\rho_1^\circ + m_0 \rho_2^\circ] \frac{\partial W}{\partial x_i} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\beta_1}{3} \frac{\partial \theta^f}{\partial t} - \beta_1 (1-m_0) \frac{\partial p}{\partial t} - (1-m_0) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \beta_2 m_0 \frac{\partial p}{\partial t} + m_0 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1.3)$$

$$\rho_2^\circ \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu m_0}{k_0} (v_i - u_i) - \rho_2^\circ \frac{\partial W}{\partial x_i} = 0 \quad (1.4)$$

$$\sigma_{ij}^f = \Gamma_{ij} + p \delta_{ij} = 2G \left(e_{ij} + \frac{v}{1-2v} e \delta_{ij} \right) + e p \delta_{ij} \quad (1.5)$$

$$\theta^f = \sigma_{ij}^f \delta_{ij}, \quad e_{ij} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_j} + \frac{\partial l_j}{\partial x_i} \right), \quad u_i = \frac{\partial l_i}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$e = (1-m_0) \beta_1 K, \quad \delta_{ij} = 1, \quad i \neq j; \quad \delta_{ij} = 0, \quad i = j$$

Здесь l_i , u_i — смещения и скорости твердых частиц, v_i — компоненты скорости жидкости, ρ_1° , ρ_2° и β_1 , β_2 — соответственно плотности и коэффициенты изотермической сжимаемости твердой и жидкой фаз; m — отклонение пористости пласта от начального значения m_0 ; p — возмущение порового давления; e_{ij} и σ_{ij}' — компоненты тензоров деформации и эффективного напряжения; $\partial W/\partial x_i$ — компоненты объемных сил; k_0 , μ — коэффициенты проницаемости пласта и вязкости жидкости; ν , E — коэффициент Пуассона и модуль Юнга твердой фазы; $(1-m_0)K$ — модуль всестороннего сжатия скелета пласта. Индекс 0 относится к невозмущенному состоянию. Естественно, наличие пузырьков в пласте изменит не только порядок коэффициентов β_1 , β_2 , но и потребует учета температур (см. [8]).

Приведем уравнения движения (1.1) и (1.4) к безразмерному виду, выбрав в качестве масштабов времени, длин, скорости, напряжений и объемных сил величины T , h , V , U , σ и F . Последние соответствуют периоду волны, мощности пласта, скорости жидкости и твердых частиц, максимальной сумме главных возмущающих напряжений и внешних возбуждающих сил. Безразмерные переменные отметим штрихом. Подставляя эти значения в уравнения (1.1), (1.4) и разделив обе части на V/h^2 , получим

$$\begin{aligned} \text{Sh} \left[(1-m_0) \frac{\rho_1^\circ U}{\rho_2^\circ V} \frac{\partial u_i'}{\partial t'} + m_0 \frac{\partial v_i'}{\partial t'} \right] - \text{Eu} \left\{ \frac{\partial \sigma_{ij}' f}{\partial x_j'} - \frac{\partial p'}{\partial x_i'} + \frac{F}{\sigma} [(1-m_0) \rho_1^\circ + m_0 \rho_2^\circ] \frac{\partial W'}{\partial x_i'} \right\} = 0 \\ \text{Sh} \frac{\partial v_i}{\partial t'} + \frac{\mu h}{\rho_2^\circ k_0 V} \left(v_i - \frac{U}{V} u_i' \right) + \text{Eu} \left[\frac{\partial p'}{\partial x_i'} + \rho_2^\circ \frac{F}{\sigma} \frac{\partial W'}{\partial x_i'} \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

где $\text{Sh}=h/(VT)$ — число Струхаля; $\text{Eu}=\sigma/(\rho_2^\circ V^2)$ — число Эйлера. Период приливной волны или заключительного этапа процесса подготовки землетрясений измеряется часами (сутками). Типичны такие значения: $h \sim 10$ м, $V \sim (10^{-4}-10^{-5})$ м/с, $\mu \sim 10^{-7}$ Па/с, $\rho_2^\circ \sim 10^3$ кг/м³, $k_0 \sim 10^{-13}$ м², $\sigma \sim (10^4-10^6)$ Па. Отсюда имеем следующие условия:

$$\text{Sh} \ll \text{Eu}, \quad \text{Sh} \ll \frac{\mu h}{\rho_2^\circ k_0 V}, \quad \text{Eu} \sim \frac{\mu h}{\rho_2^\circ k_0 V} \quad (1.8)$$

С другой стороны, будем считать, что длина волны Λ значительно больше мощности пласта: $\Lambda=cT \gg h$, $c=(\chi\omega)^{1/4}$.

Последнее неравенство выполнено для значений $T \geq 10^4$ с и при скорости волны $c \geq 10^{-2}$ м/с.

В этом случае в уравнении (1.7) можно пренебречь инерционным членом и оно принимает вид

$$m_0(v_i - u_i) = -\frac{k_0}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho_2^\circ \frac{\partial W}{\partial x_i} \right) \quad (1.9)$$

Из уравнения неразрывности твердой фазы (1.2) и закона Гука (1.5) получим [8]

$$m = (1-m_0)(1-\beta_1 K)(e + \beta_1 p), \quad e = \frac{\Gamma_{kk} + 3p}{3(1-m_0)K} - \beta_1 p, \quad e = e_{11} + e_{22} + e_{33}. \quad (1.10)$$

Подстановка (1.9), (1.10) в уравнение (1.3) приводит его к виду

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \Gamma_{kk}}{\partial t} = \chi \nabla^2(p + \rho_2^\circ W) \quad (1.11)$$

$$\chi = \frac{k_0}{\mu \beta}, \quad \beta = m_0 \beta_2 + \frac{1 - (1+m_0)\epsilon}{(1-m_0)K}, \quad \alpha = \frac{1-\epsilon}{3(1-m_0)\beta K}. \quad (1.12)$$

Для потенциального силового поля в уравнении (1.11) выпадает последнее слагаемое.

Линейное уравнение (1.11) описывает закон перераспределения порового давления в насыщенном пласте в сейсмическом и приливном силовых полях. В [3] было использовано уравнение типа (1.11), но с заменой Γ_{kk} на суммарную объемную деформацию e и с иным выражением коэффициентов через параметры пласта и жидкости.

2. Рассмотрим плоскорадиальную фильтрацию жидкости к скважине радиуса r_c в бесконечном насыщенном пласте в возмущенном поле. Возможность втекания жидкости в скважину связана с изменениями возмущений течения в ее окрестности. При изменении объема ΔV в скважине поперечного сечения S уровень жидкости поднимается (опускается) на величину $\Delta\xi$, так что $\Delta\tilde{V}=S\Delta\xi$. Это приводит к изменению давления $\Delta p=\rho_2 g \Delta\xi$. Сжимаемость жидкости β_2 приводит к изменению объема, равному $-\beta_2 \Delta p (V - \Delta V) \approx -\beta_2 V \Delta p$

$$S\Delta\xi = \Delta V - \beta_2 V \Delta p, \quad \gamma = \Delta p / \Delta\xi, \quad S_i = S + \beta_2 \gamma V \quad (2.1)$$

С другой стороны, объем жидкости, втекающей из пласта в скважину за время Δt , определяется так:

$$\Delta V = -2\pi r_c h V_r \Delta t, \quad V_r = m_0 v_r \quad (2.2)$$

Приравнивание выражений (2.2) и (2.1) дает искомое граничное условие в дифференциальном виде

$$\frac{d\xi}{dt} = D \frac{\partial p}{\partial r} + \Phi, \quad r = r_c, \quad D = \frac{2\pi r_c h k_0}{S_i \mu}, \quad \Phi = D \rho_2 \frac{\partial W}{\partial r}, \quad u_r(r_c, t) = 0 \quad (2.3)$$

Дополнительным условием является равенство $p = \gamma\xi$ при $r = r_c$, а граничные условия на бесконечности имеют вид

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (2.4)$$

Ниже будут рассмотрены задачи о колебаниях, для которых начальные условия не нужны. Кроме того, рассмотрены такие частоты колебаний, при которых силы инерции жидкости в стволе скважины намного меньше, чем сила тяжести.

3. Исследуем задачу о вариации уровня жидкости и дебита скважины под действием приложенных к поверхности пласта дополнительных напряжений

$$\Gamma_{kk} = f(t) + \left(\rho_2 \frac{\chi}{\alpha} \right) \int_0^t \nabla^2 W d\tau \quad (3.1)$$

Введем функцию $P(r, t)$, такую, что

$$p = P - \alpha f(t) \quad (3.2)$$

Тогда сформулированная задача сводится к решению системы

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \chi \left(\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = D \frac{\partial P}{\partial r} + \Phi, \quad P = \alpha f(t) + \gamma\xi(t) = \eta(t), \quad r = r_c \quad (3.4)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (3.5)$$

Решение задачи (3.3) и (3.5) представим в виде [9]

$$P(r, t) = \int_0^t \frac{\partial U(r, t-\tau)}{\partial t} \eta(\tau) d\tau \quad (3.6)$$

$$U(r, t) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \exp(-\chi r^2 t) \frac{W_0(rz)}{J_0^2(r_c z) + Y_0^2(r_c z)} \frac{dz}{z} \quad (3.7)$$

$$W_0(rz) = J_0(rz) Y_0(r_c z) - J_0(r_c z) Y_0(rz)$$

где $U(r, t)$ [10] — решение уравнения (3.3), удовлетворяющее условиям $U(r, 0) = 0$, $U(r_c, t) = 1$, а $J_0(z)$, $Y_0(z)$ — бесселевы функции первого и второго рода нулевого порядка. Подстановка (3.6) в первое условие (3.4) с учетом второго условия (3.4) и (3.7) приводит его относительно искомой $\xi(t)$ к линейному интегральному уравнению

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{2D\chi}{\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\int_0^\infty \frac{W_0(rz) z dz}{J_0^2(r_c z) + Y_0^2(r_c z)} \int_{-\infty}^t \exp[-\chi z^2(t-\tau)] \cdot \eta(\tau) d\tau \right) \right\} + \Phi(t) \quad r=r_c \quad (3.8)$$

Пусть заданные функции $\Phi(t)$ и $f(t)$ представимы в виде ряда Фурье

$$\Phi(t) = C_0' + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n' \cos n\omega t + D_n' \sin n\omega t) \quad (3.9)$$

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\omega t + D_n \sin n\omega t)$$

где C_0' , C_n' , D_n' , C_0 , C_n , D_n — коэффициенты Фурье, ω — частота возбуждающих сил. Будем искать функцию $\xi(t)$ в виде следующего ряда, воспользовавшись представлениями [11]:

$$\xi(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \quad (3.10)$$

$$\int_{-\infty}^t \exp[\chi z^2(\tau-t)] \cos(n\omega\tau) d\tau = \frac{\chi z^2 \cos(n\omega t) + n\omega \sin(n\omega t)}{\chi^2 z^4 + (n\omega)^2} \quad (3.11)$$

$$\int_{-\infty}^t \exp[\chi z^2(\tau-t)] \sin(n\omega\tau) d\tau = \frac{\chi z^2 \sin(n\omega t) - n\omega \cos(n\omega t)}{\chi^2 z^4 + (n\omega)^2}$$

$$\int_0^\infty \frac{[n\omega \cos(n\omega t) - \chi z^2 \sin(n\omega t)] W_0(rz) z}{[J_0^2(r_c z) + Y_0^2(r_c z)][(n\omega)^2 + \chi^2 z^4]} dz =$$

$$= \frac{\pi}{2\chi} \frac{N_0(\lambda_n r)}{N_0(\lambda_n r_c)} \sin[n\omega t + \varphi(\lambda_n r) - \varphi(\lambda_n r_c)]$$

$$\lambda_n = \left(\frac{n\omega}{\chi} \right)^{1/2}, \quad K_0(\lambda_n r e^{i\pi/4}) = \ker(\lambda_n r) + i \operatorname{kei}(\lambda_n r) = N_0(\lambda_n r) e^{i\varphi(\lambda_n r)}$$

$$\ker(\lambda_n r) = N_0(\lambda_n r) \cos \varphi(\lambda_n r), \dots, \quad \operatorname{kei}(\lambda_n r) = N_0(\lambda_n r) \sin \varphi(\lambda_n r)$$

$$\frac{N_0(\lambda_n r)}{N_0(\lambda_n r_c)} \sin[n\omega t + \varphi(\lambda_n r) - \varphi(\lambda_n r_c)] =$$

$$= \frac{1}{\Delta_1} [(\operatorname{kei}(\lambda_n r) \cdot \ker(\lambda_n r_c) - \ker(\lambda_n r) \cdot \operatorname{kei}(\lambda_n r_c)) \cos(n\omega t) +$$

$$+ (\ker(\lambda_n r) \cdot \ker(\lambda_n r_c) + \operatorname{kei}(\lambda_n r) \cdot \operatorname{kei}(\lambda_n r_c)) \sin(n\omega t)]$$

$$\Delta_1 = (\ker \lambda_n r_c)^2 + (\text{kei} \lambda_n r_c)^2$$

$$f_1 = \frac{1}{\Delta_1} [\ker \lambda_n r_c \ker \lambda_n r_c + \text{kei} \lambda_n r_c \text{kei} \lambda_n r_c], \quad f_2 = \frac{1}{\Delta_1} [\text{kei} \lambda_n r_c \ker \lambda_n r_c - \ker \lambda_n r_c \text{kei} \lambda_n r_c] \quad (3.12)$$

Подставляя выражения (3.9) – (3.12) в уравнение (3.8) и интегрируя последнее по частям, получим следующую систему $(2n+1)$ алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов A_0, A_n, B_n , определяющих уровни воды $\xi(t)$ в скважине:

$$\begin{aligned} \gamma Df'_1(\lambda_n r_c) A_n - [n\omega - \gamma Df'_2(\lambda_n r_c)] B_n &= -\alpha D[D_n f'_2(\lambda_n r_c) + C_n f'_1(\lambda_n r_c)] - C'_n \\ [n\omega - \gamma Df'_2(\lambda_n r_c)] A_n + \gamma Df'_1(\lambda_n r_c) B_n &= -\alpha D[D_n f'_1(\lambda_n r_c) - C_n f'_2(\lambda_n r_c)] - D'_n \\ D\gamma A_0 &= -(\alpha D C_0 + C'_0), \quad f'_i(\lambda_n r) = \frac{df_i(\lambda_n r)}{dr}, \quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

4. В качестве примера рассмотрим случай, когда функция возмущения $f(t)$ изменяется по установившемуся гармоническому закону

$$f(t) = A \cos \omega t, \quad \Phi(t) = 0 \quad (4.1)$$

Тогда решение системы (3.13) имеет конкретный вид

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{\theta_2}{N} \frac{\theta_2[f_1'^2(\theta_1) + f_2'^2(\theta_1)] - \theta_1 f_2'(\theta_1)}{[\theta_2 f_1'(\theta_1)]^2 + [\theta_1 - \theta_2 f_2'(\theta_1)]^2} \\ B_1 &= \frac{\theta_2}{N} \frac{\theta_2 f_1'(\theta_1)}{[\theta_2 f_1'(\theta_1)]^2 + [\theta_1 - \theta_2 f_2'(\theta_1)]^2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$A_0 = A_n = B_n = 0, \quad C_0 = C_n = D_n = 0, \quad C_1 = A, \quad D_1 = 0$$

$$\begin{aligned} \theta_1 = \lambda r_c &= \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda = \left(\frac{\omega}{\chi} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \omega_c = \chi r_c^{-2}, \quad \Omega = \sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}} \\ N &= \gamma / (\alpha A), \quad f'_i(\theta_1) = df_i(\theta_1) / d\theta_1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Таким образом, подстановка (4.2) в (3.10) и (3.6) в (3.2) приводит к нахождению вариации $\xi(t)$ уровня жидкости в скважине и давления в пласте

$$\xi(t) = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t = A_m \cos(\omega t - \psi) \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} p &= [(\alpha A + \gamma A_1) f_1(\lambda r) + \gamma f_2(\lambda r) B_1 - \alpha A] \cos \omega t + \\ &\quad + [\gamma f_1(\lambda r) B_1 - (\alpha A + \gamma A_1) f_2(\lambda r)] \sin \omega t \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$A_m = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}, \quad \psi = \arctg(B_1/A_1) \quad (4.6)$$

Далее можно найти вариацию дебита скважины

$$Q_p = -A_p \sin(\omega t - \psi), \quad A_p = S \omega A_m, \quad M = \frac{\mu}{2 \pi \alpha h k_0 A} \quad (4.7)$$

Если же скважина самоизливающаяся, то граничное условие на стенке скважины (2.4) заменяется на следующее: $p=0, r=r_c$. Решение соответствующей задачи получается из (4.5) при $\xi(t)$, т. е. при $A_1=B_1=0$, что означает

$$p = -\alpha A [(1-f_1(\lambda r) \cos \omega t + f_2(\lambda r) \sin \omega t)] \quad (4.8)$$

Отсюда определяется вариация дебита скважины, изливающейся из-за возмущений поля напряжений

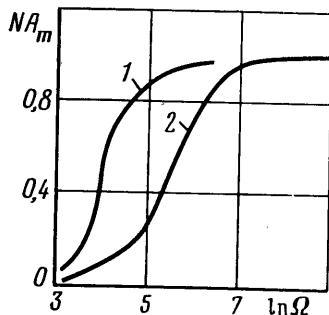
$$Q_q = -A_q \sin(\omega t - \Psi_0), \quad A_q = \frac{\theta_1}{M} \sqrt{f_1'^2(\theta_1) + f_2'^2(\theta_1)}, \quad \Psi_0 = \arctg \frac{f_1'(\theta_1)}{f_2'(\theta_1)} \quad (4.9)$$

Для характеристики системы скважина – напорный пласт как устройства, изменяющего среднепериодные возмущения напряженного состояния горного массива, были проведены расчеты по формулам (4.6), (4.7) и (4.9). Графические результаты приведены на фиг. 2, 3 при $\theta_2 = 5 \cdot 10^{-4}$ (кривые 1, 3) и $\theta_2 = 5 \cdot 10^{-5}$ (кривые 2, 4). Реакция пластов (амплитуда вариации уровня жидкости A_m) уменьшается с возрастанием безразмерного комплекса θ_1 . В диапазоне $10^{-4} \leq \theta_1 \leq 2,5 \cdot 10^{-3}$ реакция

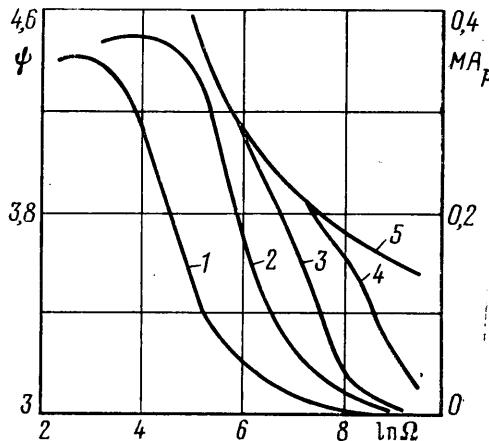
пласта незначительно меняется при допустимых вариациях частоты ω (фиг. 2). При постоянных значениях проводимости $(k_0 h / \mu)$ с возрастанием θ_1 амплитуда вариации дебита скважины A_p увеличивается значительно быстрее. При больших значениях A_p приближается к A_q (кривая 5, фиг. 3). Амплитуда A_q всегда больше, чем A_p , т. е. дебит самоизливающейся скважины является наиболее эффективным показателем.

Сдвиг по фазе вариации уровня жидкости ψ относительно фазы падающей волны дан на фиг. 3. Отсюда видно, что с возрастанием θ_1 в интервале $(10^{-4} - 5 \cdot 10^{-2})$ ψ увеличивается, а при $\theta_1 > 5 \cdot 10^{-2}$ — уменьшается.

Отсчетное время релаксации пласта $T_c = (2\pi\mu\beta r_c^2)/k_0 = 2\pi/\omega_c$ имеет порядок $(0,1 - 10)$ с, $\chi = (0,1 - 1) \text{ м}^2/\text{с}$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Таким образом, скважина, вскрывающая напорный пласт, может быть эффективным инструментом для записи колебаний с периодом $T = 2\pi/\omega$ в диапазоне $2\pi \cdot 10^3 \leq T < \infty$. Реакция скважин на сейсмическую волну (от землетрясения) более сложная и связана с кратковременным повышением порового давления вследствие вибрационного уплотнения коллектора. В этом случае следует учитывать и инерцию жидкости в стволе скважины.

ЛИТЕРАТУРА

- Мельхиор П. Земные приливы. М.: Мир, 1968. 482 с.
- Sterling A., Smets E. Study of Earth tides, earthquakes and terrestrial spectroscopy by analysis of the level fluctuations in a borehole at Heibaart (Belgium).—Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1971, v. 23, № 2, p. 225—242.
- Сардаров С. С., мл. Приливные деформации коллекторов.—Докл. АН СССР, 1978, т. 243, № 2, с. 306—309.
- Садовский М. А., Монахов Ф. И., Семенов А. Н. Гидрогеодинамические предвестники Южно-Курильских землетрясений.—Докл. АН СССР, 1977, т. 236, № 1, с. 50—53.
- Косыгин Ю. А., Сергеев К. Ф., Сапрыгин С. М., Василенко Н. Ф. Взаимодействие литосферных блоков на Центральносахалинском разломе 7—13 апреля 1979 г.—Докл. АН СССР, 1980, т. 254, № 3, с. 707—712.
- Осика Д. Г. Флюидный режим сейсмически активных областей. М.: Наука, 1981. 203 с.
- Киссин И. Г. Землетрясения и подземные воды. М.: Наука, 1982. 176 с.
- Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970. 335 с.
- Макет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М.—Л.: Гостоптехиздат, 1949. 628 с.
- Карслуо Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
- Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и производений. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.

Москва

Поступила в редакцию
1.VI.1983