

УДК 532.529.5:536.423.1

## МЕТОД РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЕЙ ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ

КИРИЧЕНКО Ю. А., СЕРЕГИН В. Е., ЧЕРНЯКОВ П. С.

Спецификой изучения динамики паровых пузырей при кипении жидкостей в поле центробежных сил является то, что скорость движения пузыря намного больше скорости изменения его радиуса и его движение происходит в полях переменных давления и недогрева, которые необходимо определять в процессе решения. Кроме того, при изучении процессов, происходящих при кипении жидкого телля в поле центробежных сил, его термодинамические параметры могут быть близки к критическим и необходим учет зависимости теплофизических свойств жидкости и пара от температуры и давления. Уравнение состояния вещества вблизи его критической термодинамической точки не может быть приближенно уравнением состояния совершенного газа, как это предполагалось в ряде работ. Для веществ, находящихся при околоскритических параметрах и веществ с низким коэффициентом accommodations, необходим учет неравновесности фазового перехода. В интенсивных центробежных полях будет наблюдаться сильная деформация пузырей, которую также необходимо принимать во внимание.

Подобных работ в периодической печати не было. В [1, 2] были рассмотрены уравнения двухскоростной и двухтемпературной гидродинамики двухфазных сред в одномерной постановке для вещества, подчиняющегося уравнению состояния совершенного газа, с учетом зависимости теплофизических свойств от температуры и давления. В интенсивных центробежных полях одномерная постановка неприменима и необходим учет обтекания всплывающего пузыря жидкостью. Впервые совместное рассмотрение изменения с течением времени температурного поля в окрестности парового пузыря с изменением его размеров и местоположения было проведено в работах [3–8]. Данная работа является их обобщением с учетом указанных выше факторов.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим не взаимодействующие паровые пузыри начального радиуса  $a_0$ , всплывающие в сосуде, размеры которого гораздо больше размеров пузырей, вращающемся вокруг фиксированной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Под действием центробежных сил в области  $R_0 < R < R_1$  находятся пары, а в области  $R_1 < R < R_2$  — жидкая фаза.

Исследование будет вестись при следующих предположениях. Будем считать, что обтекание пузыря жидкостью ламинарное и осесимметричное. При этом, в силу того что размеры сосуда гораздо больше размеров пузыря и, следовательно,  $\omega R \gg \omega a$ , влиянием вращательного движения на гидродинамику и теплообмен пузыря с окружающей жидкостью можно пренебречь. Число Шмидта предполагается малым  $M_s = (g \cdot \mu_2^4) / (\sigma_2^3 \rho_2) < 10^{-2}$ , при этом наблюдаются следующие характерные режимы всплытия и деформации пузырей: сферические, эллипсоидальные и сферические сегменты [9]. Рассматривается тепловая модель роста и схлопывания пузыря. Предполагается, что скорость движения пузыря  $U$  намного больше скорости изменения его радиуса  $\dot{a}$ , а также и  $\dot{a}$  и  $U$  гораздо меньше скорости звука в жидкости и паре. Поэтому применимо условие гомобаричности [1] — давление в пузыре можно считать однородным. Рассматривается случай  $Re \gg 1$ .

В данных предположениях процесс переноса тепла в пузыре и в тепловом пограничном слое, формирующемся в жидкости вокруг него, описывается в рамках двухскоростной и двухтемпературной гидромеханики двух-

фазных сред [1] уравнениями, которые после перехода к области с фиксированной границей при помощи замены  $\eta=r/a$  приводятся к следующему виду:

$$\rho_1 c_{p1} \left( \frac{\partial T_1}{\partial t} + \frac{v_1 - \eta \dot{a}}{a} \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{a^2 \eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \lambda_1 \eta^2 \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \right) + \frac{dp_1}{dt}$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left( \frac{v_1 - \eta \dot{a}}{a} \right) \frac{\partial \rho_1}{\partial \eta} + \frac{2\rho_1 v_1}{a} + \frac{\rho_1}{a} \frac{\partial v_1}{\partial \eta} = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho_2 c_{p2} \left( \frac{\partial T_2}{\partial t} + \frac{v_r - \eta \dot{a}}{a} \frac{\partial T_2}{\partial \eta} + \frac{v_\theta}{a\eta} \frac{\partial T_2}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{a^2 \eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \lambda_2 \eta \frac{\partial T_2}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial p_2}{\partial t} + \Phi$$

При обтекании пузырей возмущение скорости в пограничном слое гораздо меньше скорости потенциального обтекания [9], и в системе координат, связанной с центром кривизны пузыря, распределение скоростей в жидкости имеет вид

$$v_r = -U(1 - \eta^{-3}) \cos \theta + v_r|_{\eta=1} \eta^{-2}$$

$$v_\theta = U(1 + 0,5\eta^{-3}) \sin \theta \quad (1.2)$$

Здесь  $\rho_2$ ,  $c_{p2}$ ,  $\lambda_2$ ,  $\rho_1$ ,  $c_{p1}$ ,  $\lambda_1$  — плотность, удельная теплоемкость при постоянном давлении и теплопроводность жидкости и пара соответственно,  $r$ ,  $\theta$  — сферические координаты, связанные с центром кривизны пузыря,  $t$  — время,  $a$  — радиус кривизны пузыря,  $T$  — температура,  $v_2$  ( $v_r$ ,  $v_\theta$ ),  $v_1$  — распределение скорости в жидкости и паре,  $p_2$ ,  $p_1$  — давление в жидкости и паре,  $\Phi$  — вязкостная диссипация энергии.

Давления в фазах связаны условием сохранения импульса, которое с учетом близости термодинамических параметров к критическим, записывается в виде

$$p_1 = p_2 + \frac{2\sigma}{a} \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{-1} \quad (1.3)$$

Для гелия и азота использовались уравнения состояния  $p=f(\rho, T)$  из работ [10, 11], для воды при атмосферном давлении использовалось уравнение состояния совершенного газа.

Начальные и граничные условия для системы (1.1)–(1.2)  $T_1 = T_s(p_1)$ ,  $T_2 = T_0(\eta)$ ,  $p_2 = p_\infty(R_2)$  ( $t=0$ )

$$\frac{\partial T_1}{\partial \eta} = 0 \quad (\eta=0), \quad j = \frac{\chi L(T_1 - T_s(p_1))}{T_1(1/\rho_1 - 1/\rho_2) \sqrt{2\pi_* T_1/g}}$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \theta} = 0 \quad (\theta=0), \quad \delta = \frac{0,32j}{\rho_2|_{\eta=1}} \sqrt{\frac{T_1 g}{R_*}} \quad (1.4)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \eta} - \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \eta} = jLa, \quad T_2 - T_1 = \delta \quad (\eta=1)$$

$$T_2 = T_\infty(R) \quad (\eta \rightarrow \infty)$$

где  $j$  — удельный поток массы на границе раздела фаз при неравновесном фазовом переходе, задаваемый уравнением Герца — Кнудсена [12],  $R_*$  — универсальная газовая постоянная,  $\chi$  — коэффициент аккомодации (для гелия при  $3 \text{ K} < T < 5 \text{ K}$   $\chi=1$ , для воды и азота  $\chi=0,04$  [12]),  $T_s$ ,  $p_s$  — температура и давление на линии насыщения,  $T_\infty(R)$ ,  $p_\infty(R)$  — температура и давление в жидкости вдали от пузыря (вне теплового пограничного слоя),  $T_0(\eta)$  — линейное распределение температуры, проходящее через точки  $T_s(p_1)$  и  $T_\infty(R)$ ,  $g$  — молекулярный вес.

Распределения  $T_\infty(R)$  и  $p_\infty(R)$  определялись из решения задачи о термодинамическом состоянии жидкости в поле центробежных сил в условиях ее изоэнтропического сжатия [13].

Давление в жидкости и пузыре определялось следующим образом:

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{dp_\infty}{dR} \frac{dR}{dt}, \quad \frac{dp_1}{dt} = \frac{dp_2}{dt} - \frac{2\sigma}{a^2} \frac{da}{dt} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{-1} \quad (1.5)$$

Приведенную выше систему уравнений, описывающую перенос тепла в системе пузырь — окружающая жидкость, дополним уравнениями, описывающими изменение размеров и траекторию всплытия пузыря в слое вращающейся жидкости [14]

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= v_r|_{\eta=1} + \frac{j}{\rho_2} = v_1|_{\eta=1} + \frac{j}{\rho_1} \\ (m_+ + km_*) \dot{R} &= -m_* R \omega^2 + R \dot{\varphi}^2 (m_+ + km_*) - \\ &- 2m_* R \omega \dot{\varphi} - m_* g_* \cos(\omega t + \varphi) - \pi \rho_2 \sqrt{R^2 + R^2 \dot{\varphi}^2} \dot{R} a^2 \frac{c_D}{2} \\ (m_+ + km_*) R \dot{\varphi} &= 2m_* \dot{R} \omega - 2(m_+ + km_*) R \dot{\varphi} + \\ &+ m_* g_* \sin(\omega t + \varphi) - \pi \rho_2 \sqrt{R^2 + R^2 \dot{\varphi}^2} \dot{R} \dot{\varphi} a^2 \frac{c_D}{2} \quad (1.6) \\ c_D &= \frac{48}{Re} (1 < Re < Re_t), \quad Re_t = 7,8 M_*^{-0,125} \\ c_D &= \frac{48}{Re} + \left(2,67 - \frac{48}{Re}\right) b \quad (Re_t < Re < Re_s) \\ c_D &= 2,67 (Re_s < Re), \quad Re_s = 5 M_*^{-0,25}, \quad b = \frac{Re - Re_t}{Re_s - Re_t} \end{aligned}$$

Здесь  $m_*$ ,  $m_+$  — масса вытесненной пузырем жидкости и масса пузыря соответственно,  $k$  — коэффициент присоединенной массы,  $R$ ,  $\varphi$  — полярные координаты, связанные с вращающейся жидкостью,  $Re = 2aU/v_2$  — число Рейнольдса,  $v_2$  — коэффициент кинематической вязкости жидкости,  $Re_t$ ,  $Re_s$  — критические значения  $Re$ , соответствующие границам между режимами деформации пузырей. Для вычисления коэффициента лобового сопротивления пузыря  $c_D$  используется полуэмпирическое соотношение [15], хорошо согласующееся с многочисленными экспериментальными данными [9, 16, 17].

Коэффициент присоединенной массы для сферических пузырей равен 0,5, а в режиме эллипсоидальных пузырей монотонно увеличивается с ростом  $Re$  и при максимальной деформации (отношении полуосей эллипсоида 4–5) достигает 0,85 [18]. Такой же коэффициент присоединенной массы и у сферического сегмента с полууглом при вершине  $\theta_{\max} = 56^\circ$  (это общепринятое среднее значение). Это обстоятельство, а также оценки увеличения поверхности деформированных пузырей по сравнению со сферой эквивалентного объема и непосредственное сравнение степени деформации пузырей (отношение их ширины к высоте) показывают, что в режиме эллипсоидальных пузырей их форма может быть приближена сферическими сегментами при соответствующем задании  $\theta_{\max}$ . Тогда во всем диапазоне чисел  $Re$  форма пузыря задается соотношением

$$\begin{aligned} \cos(\theta_{\max}) &= -1 (b \leq 0,25), \quad \cos(\theta_{\max}) = \left(\frac{b}{0,3}\right)^2 - 1 \quad (0,25 < b \leq 0,3) \\ \cos(\theta_{\max}) &= 0,588 \left[1 - \left(\frac{1-b}{0,7}\right)^2\right] \quad (0,3 < b \leq 1) \quad (1.7) \\ \cos(\theta_{\max}) &= 0,588 \quad (1 < b) \end{aligned}$$

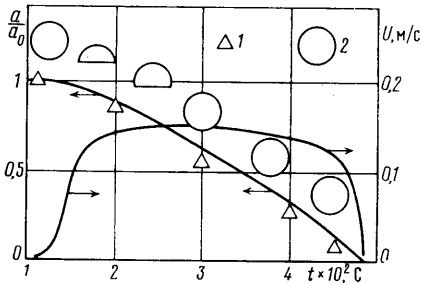
Такая схематизация хорошо согласуется с данными визуального и кинематографического исследования динамики пузырей [9, 16, 17].

Система (1.6) решалась при начальных данных

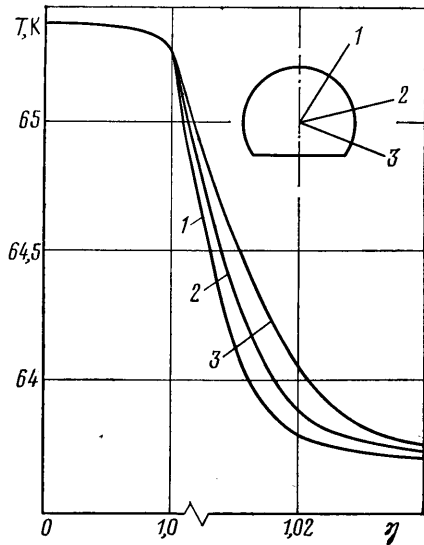
$$t=0: a=a_0; R=R_0, \dot{R}=\dot{R}_0, \varphi=0, \dot{\varphi}=0 \quad (1.8)$$

**2. Метод решения.** Система уравнений (1.1)–(1.5) решалась методом конечных разностей. С помощью интегроинтерполяционного метода построена консервативная разностная схема со вторым порядком аппроксимации по пространственным переменным [19]. Граничные условия в паре при  $\eta=0$  получены раскрытием неопределенности в (1.1) по правилу Лопиталя [20]. Разрывные условия сопряжения при  $\eta=1$  аппроксимировались также со вторым порядком точности с использованием формул Милна [21].

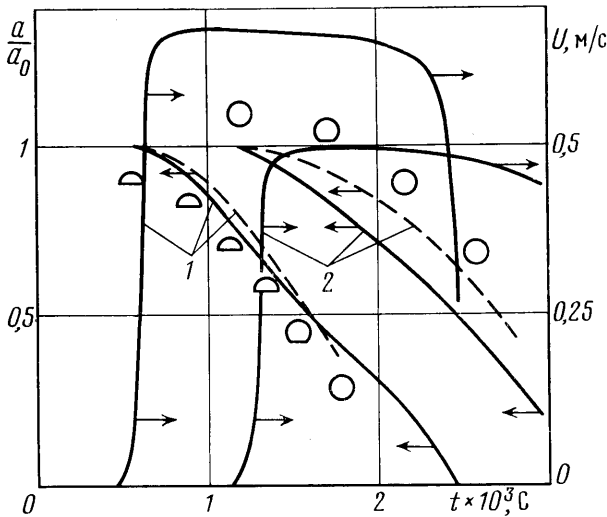
Полученная система конечно-разностных уравнений была приведена к трехдиагональному виду и решалась при помощи разработанного авторами данной работы варианта метода встреч-



Фиг. 1



Фиг. 2

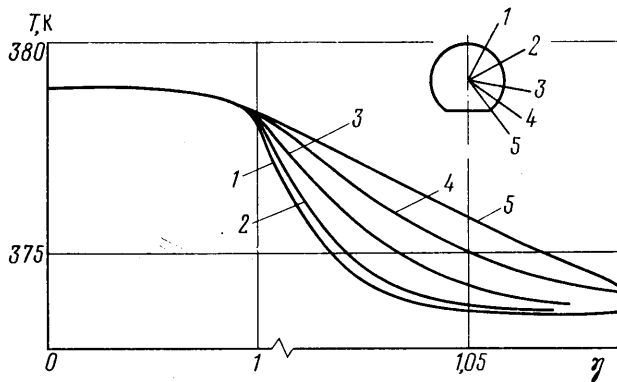


Фиг. 3

ной прогонки, позволяющего сохранить второй порядок аппроксимации для случая условий сопряжения с разрывами первого и второго рода.

Начальная задача для системы уравнений (1.6) и краевая задача для определения распределений  $T_\infty(R)$  и  $p_\infty(R)$  [13] решались методом Рунге – Кутты. Задача в целом решалась следующим образом. Вначале по известным параметрам в точке  $R_0$  находилось распределение термодинамических параметров с использованием методики работы [13]. Затем поочередно решались тепловая задача, рассчитывалась траектория всплытия пузыря и определялись значения  $T_\infty$  и  $p_\infty$  в той точке, в которую всплыл пузырь. Для контроля счета использовались балансовые соотношения для массы и тепла. Погрешность их удовлетворения не превышала 2%.

**3. Результаты расчетов.** Для отработки методики была изучена динамика паровых пузырей в недогретом азоте при давлении  $p=0,17 \cdot 10^5$  Па, недогреве  $\phi=1,74$  К

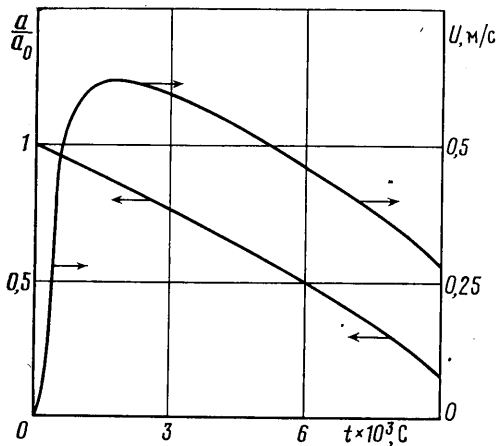


Фиг. 4

и начальном радиусе пузыря  $a_0 = 1,43 \cdot 10^{-3}$  м. На фиг. 1 приведена зависимость безразмерного радиуса и скорости всплытия парового пузыря от времени. Радиус пузыря монотонно убывает с течением времени и за  $3,5 \cdot 10^{-2}$  с он схлопывается. Вначале пузырь имеет сферическую форму, затем деформируется и принимает форму сферического сегмента, а после момента  $t = 2,8 \cdot 10^{-2}$  с вновь становится сферическим. Скорость всплытия до перехода в сферический сегмент растет, достигает максимума 0,15 м/с, затем до  $t = 0,045$  с остается практически постоянной и резко убывает при схлопывании пузыря. На фиг. 1 приведено сравнение рассчитанного (сплошная линия) и измеренного [16] (точки 1) приведенного радиуса. Отметим, что характер изменения формы пузыря в процессе схлопывания (символы 2) также хорошо согласуется с описанным в [16].

На фиг. 2 представлено распределение температуры в пузыре и окружающем его слое жидкости для этого варианта в момент  $t = 0,02$  с. Толщина теплового пограничного слоя увеличивается с ростом  $\theta$  и при  $\theta = 110^\circ$  достигает  $\eta = 1,04$ . Температура в пузыре практически однородна (ее изменение не превышает 0,1 К). В этот момент число  $Re = 1958$ .

На фиг. 3 приведены зависимости от времени радиуса и скорости всплытия паровых пузырей при кипении воды в поле центробежных сил: 1 -  $\omega = 26,9$  рад/с,  $\Pi = 100$ ,  $R_0 = 1$  м,  $R_1 = 1,322$  м,  $R_2 = 1,345$  м,  $\phi = 6$  К,  $a_0 = 0,37 \cdot 10^{-3}$  м; 2 -  $\omega = 14,8$  рад/с,  $\Pi = 30$ ,  $R_0 = 1$  м,  $R_1 = 1,268$  м,  $R_2 = 1,345$  м,  $\phi = 6$  К,  $a_0 = 0,32 \cdot 10^{-3}$  м. На этой фигуре показаны результаты расчетов (сплошные линии), экспериментальные данные, полученные в [17] методом скоростной киносъемки (пунктирные линии), а также расчетные формы пузырей. Характерно, что с ростом перегрузки деформация пузыря увеличивается и уже при  $\Pi = 100$  значительную часть времени он имеет форму сферического сегмента и только непосредственно перед схлопыванием становится сферическим. Скорость схлопывания пузырей в недогретой жидкости и скорость их всплытия также заметно растут с увеличением перегрузки.



Фиг. 5

На фиг. 4 приведено распределение температуры в пузыре и окружающем его слое жидкости при кипении воды в поле центробежных сил для случая 1 в момент времени  $t = 1,5 \cdot 10^{-3}$  с. Температура в пузыре и жидкости убывает с ростом  $\eta$  и  $\theta$ . Температура в пузыре меняется на 0,8 К. Толщина теплового пограничного слоя изменяется от 1,04 до 1,1, увеличиваясь с ростом  $\theta$ . В этот момент число  $Re = 820$ .

На фиг. 5 приведены результаты расчета радиуса и скорости всплытия парового пузыря при кипении гелия в поле центробежных сил при следующих условиях:  $\omega = 100$  рад/с,  $\Pi = 358$ ,  $R_0 = 0$ ,  $R_1 = 0,05$  м,  $R_2 = 0,35$  м,  $T_0 = 4,22$  К,  $p_0 = 0,101$  МПа,  $a_0 = 10^{-4}$  м,  $\phi = 0,541$  К,  $p_2 = 0,179$  МПа,  $T_2 = 4,327$  К. Пузырь быстро деформируется, принимая форму сферического сегмента, и монотонно схлопывается, всплыв на  $6 \cdot 10^{-3}$  м над нагревателем.

На основании проведенного исследования можно сделать следующие выводы: 1) при кипении жидкости в интенсивных центробежных полях характерна сильная деформация пузырей; 2) скорость всплытия пузыря в этих условиях сильно изменяется с течением времени; 3) значения  $\dot{a}$  и  $U$  увеличиваются с ростом перегрузки, что свидетельствует об интенсификации процессов тепло- и массообмена между фазами; 4) при обтекании пузырей образуется пограничный слой размером порядка  $(10^{-1}-10^{-2})a$ , толщина которого увеличивается с ростом  $\theta$ ; 5) хорошее согласие рассчитанных и измеренных значений радиуса и формы пузырей с имеющимися экспериментальными данными позволяет рекомендовать разработанную методику для расчета динамики паровых пузырей при кипении жидкости в поле центробежных сил.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С., Нагиев Ф. Б. Теплообмен разрушающегося и конденсирующегося парового пузырька. — В кн.: Теплообмен и гидрогазодинам. при кипении и конденсации. Материалы 21-го Сиб. теплофизич. семинара. Новосибирск, 1978; Новосибирск, 1979, с. 22–27.
3. Черняков П. С., Кириченко Ю. А. Динамика сферических пузырей в перегретой жидкости при малых числах Рейнольдса. — В кн.: Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. Вып. 3. Харьков, 1973, с. 81–86.
4. Кириченко Ю. А., Черняков П. С. Динамика сферических пузырей в перегретой жидкости при больших числах Рейнольдса. — В кн.: Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. Вып. 3. Харьков, 1973, с. 74–80.
5. Wittke D. D., Chao B. T. Collapse of vapor bubbles with translatory motion. — Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer, 1967, v. 89, № 1, p. 19–28. (Рус. перев.: Виттке, Чао. Конденсация пузырей пара при поступательном движении. — Тр. амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача, 1967, т. 89, № 1, с. 21–30).
6. Кириченко Ю. А., Крызов А. В., Черняков П. С. Динамика сферических паровых пузырей в перегретой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1, с. 54–62.
7. Черняков П. С. Поле скоростей и температур при обтекании сферических паровых пузырей в перегретой жидкости. — Инж.-физ. журн., 1982, т. 43, № 4, с. 670–671.
8. Kirichenko Yu. A., Chernyakov P. S., Seregin V. E. Vapour phase motion in cryogenic systems containing superheated and subcooled liquids. — Cryogenics, 1983, v. 23, № 1, p. 15–16.
9. Harper J. F. The motion of bubbles and drops through liquids. — Adv. in Appl. Mech., 1972, v. 12, p. 59–129.
10. McCarty R. D. Thermodynamic properties of Helium-4 from 2 to 1500 K at pressures to  $10^8$  Pa. — J. Phys. Chem. Ref. Data, 1973, v. 2, № 4, p. 923–1041.
11. Сычев В. В., Вассерман А. Д., Козлов А. Д., Спиридонов Г. А., Цымарный В. А. Термодинамические свойства азота. М.: Изд-во стандартов, 1977. 352 с.
12. Акулиничев В. А. Кавитация в криогенных и кипящих жидкостях. М.: Наука, 1978. 279 с.
13. Kirichenko Yu. A., Chernyakov P. S., Seregin V. E. Calculation of the thermodynamic parameters of helium in a centrifugal force field. — Cryogenics, 1982, v. 22, № 8, p. 395–399.
14. Siekmann J., Dittrich K. Uber die Bewegung von Gasblasen in einem rotierenden Medium. — Ingenieur — Archiv, 1975, v. 44, № 3, S. 131–142.
15. Catton I., Schwartz S. Motion of bubbles in a rotating container. — J. Spacecraft and Rockets, 1972, v. 9, № 6, p. 468–471.
16. Кириченко Ю. А., Левченко Н. М. Исследование внутренних характеристик кипения недогретых криогенных жидкостей. Препринт, № 22, 1977.
17. Beckman W. A., Merte T. In: A photographic study of boiling in an accelerating system. — Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer, 1965, p. 87, № 3, p. 305–313. (Рус. перев.: Бекман, Мерт мл. Фотографическое исследование процесса кипения в ускоряющейся системе. — Тр. амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача, 1965, т. 87, № 3, с. 60–68.)
18. Риман И. С., Крепс Р. Л. Присоединенные массы тел различной формы. — Тр. ЦАГИ, 1974, № 635. 45 с.
19. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
20. Берковский Б. М., Ногогов Е. Ф. Разностные методы исследования задач теплообмена. Минск: Наука и техника, 1976. 143 с.
21. Милл В. Э. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. 291 с.

Харьков

Поступила в редакцию  
25.I.1983