

УДК 532.529

О ДВИЖЕНИИ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ РАЗВИТОГО КИПЯЩЕГО СЛОЯ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

БОБКОВ Н. Н., ГАЛИЕВА Л. М., ГУПАЛО Ю. П.

Неустойчивость состояния псевдоожженной системы при равномерном распределении частиц в пространстве [1–3] приводит к возникновению локальных неоднородностей внутренней структуры слоя – более или менее стабильных образований типа пакетов частиц [4]. В соответствии с существующими представлениями, основанными на экспериментальных данных [5–8, 13], концентрация частиц внутри пакета может меняться в широких пределах: от весьма малых величин ($\sim 10^{-2}$ – 10^{-3} [8]) для пузырей, до концентраций неподвижного слоя для сгустков частиц, находящихся в состоянии, близком к плотной упаковке.

Ниже рассматривается установившееся возмущенное движение жидкой и твердой фаз вблизи вслывающего или погружающегося пакета частиц в развитом кипящем слое. Предполагается, что движение твердой фазы соответствует ползущему течению вязкой жидкости, а вязкость ожигающего агента учитывается лишь в членах, описывающих межфазное взаимодействие. Определяются поля скоростей и распределения давлений фаз вне и внутри пакета. При стремлении к нулю концентрации частиц внутри пакета решение описывает медленное движение пузыря в псевдоожженном слое. Приводится сравнение результатов данной работы с полученными ранее для модели идеальных жидкостей [9] и модели [10], в которой кипящий слой упрощенно рассматривался как вязкий квазигомогенный континуум.

1. Постановка задачи о движении пакета в кипящем слое при малых числах Рейнольдса. Описание кипящего слоя основано на представлении о двойном континууме, состоящем из двух взаимопроникающих и взаимодействующих сплошных сред. Ожигающий агент моделируется идеальной (на линейных масштабах порядка размера неоднородности) несжимаемой жидкостью, а совокупность частиц – ньютоновской несжимаемой жидкостью, обладающей некоторой эффективной сдвиговой вязкостью. Рассматриваются медленные установившиеся движения твердой фазы, для которых справедливо приближение Стокса.

Далее, пусть плотность твердой фазы велика по сравнению с плотностью ожигающего агента, что всегда имеет место в практически важном случае ожигания газами. Радиус пакета предполагается малым по сравнению с размерами реактора, так что влиянием границ слоя можно пренебречь и рассматривать движение изолированного пакета в безграничной внешней среде. Положим также, что частицы твердой фазы не проникают через поверхность пакета, а плотности пакета и слоя неизменны.

Рассматривается линейное межфазное взаимодействие, т. е. предполагается, что скорости межфазного скольжения малы. Подобно тому как это было сделано в [9], считаем, что концентрация частиц всюду в слое (как вне, так и внутри пакета) достаточно велика, так что инерцией жидкой фазы можно пренебречь.

При перечисленных предположениях полная система уравнений установившегося двухфазного течения будет иметь вид

$$\nabla v = 0 \quad (1.1)$$

$$\nabla w = 0 \quad (1.2)$$

$$\nabla p_f + \mathbf{f} = 0 \quad (1.3)$$

$$-\nabla p_s + d_s \rho g + \mathbf{f} + \mu_s \Delta \mathbf{w} = 0 \quad (1.4)$$

Здесь \mathbf{w} , p_s , ρ , d_s , μ_s — скорость, давление, концентрация частиц, плотность и эффективная сдвиговая вязкость твердой фазы, \mathbf{v} и p_f — скорость и давление жидкой фазы, \mathbf{f} — сила межфазного взаимодействия.

Запишем выражение для нее в виде [11]

$$\mathbf{f} = -\rho \nabla p_f - \rho (\mathbf{w} - \mathbf{v}) F(\rho, |\mathbf{w} - \mathbf{v}|) \quad (1.5)$$

Первое слагаемое в (1.5) соответствует силе, действующей на частицы твердой фазы за счет наличия градиента давления в газе. Второе обусловлено силой межфазного сопротивления, возникающего при относительном движении фаз, причем в используемом приближении линейного межфазного взаимодействия функция F не зависит от скорости межфазного скольжения. Предположение о стационарности режима обтекания частиц позволяет не учитывать в выражении для силы \mathbf{f} предысторию движения фаз, а безынерционность ожидаемого агента ($d_s/d_t \ll 1$) допускает пренебрежение эффектом присоединенной массы. В результате соотношение (1.3) сводится к закону Дарси

$$\mathbf{v} - \mathbf{w} = -k \nabla p_f, \quad (1.6)$$

где коэффициент пропорциональности k связан с характеристиками слоя и может быть определен, например, при помощи формулы Эргана [12], обобщающей многочисленные экспериментальные данные

$$k(\epsilon) = \frac{4a_p^2 \epsilon^2}{c \mu_f (1-\epsilon)^2}, \quad \epsilon = 1 - \rho$$

Здесь $c \approx 150$, μ_f — динамическая вязкость жидкой фазы, a_p — эффективный радиус твердых частиц.

В дальнейшем вместо уравнения (1.4) используется соотношение

$$-\nabla(p_s + p_f) + d_s \rho g + \mu_s \Delta \mathbf{w} = 0 \quad (1.7)$$

получающееся в результате сложения (1.3) и (1.4). Оно соответствует уравнению Стокса движения вязкой жидкости с плотностью ρd_s и вязкостью μ_s , если в качестве давления ввести сумму $p_s + p_f$.

Как известно, приближение Стокса справедливо при условии $Re_s = U_d a \rho d_s / \mu_s \ll 1$, где Re_s — число Рейнольдса, характеризующее отношение сил инерции к силам вязкости в твердой фазе (U_d и a — характерная скорость движения и радиус пакета).

В рамках сделанных допущений исходная система в виде (1.1), (1.2), (1.6), (1.7) справедлива во всей области течения.

Предельный случай — движение пузыря в кипящем слое, — соответствующий отсутствию частиц твердой фазы в пакете, рассмотрен отдельно в п. 3.

Введем систему сферических координат (r, θ, ϕ) с началом в центре пакета и полярной осью, совпадающей по направлению с ускорением силы тяжести. Система граничных условий на поверхности пакета состоит из двух частей. Это условия для скорости и давления жидкой фазы, отождествляемой с идеальной жидкостью (см., например, [11]), и условия для твердой фазы — ньютоновской жидкости, обладающей эффективной сдвиговой вязкостью, зависящей от концентрации частиц в слое

$$r=a, \quad \epsilon v_r = \epsilon' v'_r, \quad p_f = p'_f \quad (1.8)$$

$$r=a, \quad w_r=0, \quad w'_r=0, \quad w_\theta=w'_\theta \quad (1.9)$$

$$-p_s + 2\mu_s \frac{\partial w_r}{\partial r} = -p'_s + 2\mu'_s \frac{\partial w'_r}{\partial r}$$

$$\mu_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_r}{\partial \theta} + \frac{\partial w_\theta}{\partial r} - \frac{w_\theta}{r} \right) = \mu_s' \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_r'}{\partial \theta} + \frac{\partial w_\theta'}{\partial r} - \frac{w_\theta'}{r} \right)$$

Условия (1.8) и (1.9) записаны с учетом симметрии задачи относительно полярной оси. В них, как и везде далее, штрихом отмечены величины, относящиеся к области течения внутри пакета ($r < a$).

К условиям на границе пакета должны быть добавлены, как обычно, требования однородности потоков фаз вдали от пакета и ограниченности скоростей всюду внутри него

$$r \rightarrow \infty, \quad v = v_0 - U_d, \quad w = -U_d \quad (1.10)$$

$$r < a, \quad |v| < \infty, \quad |w| < \infty \quad (1.11)$$

Условия (1.10) выражают тот факт, что вдали от пакета в лабораторной системе координат жидкую фазу движется с заданной скоростью v_0 , а частицы твердой фазы в среднем неподвижны. Первое соотношение в (1.8) — условие сохранения потока жидкой фазы через поверхность пакета, а непроникновение твердых частиц через границу пакета выражают первые два условия в системе (1.9). Третье соотношение в (1.9) означает непрерывность касательных составляющих скорости твердой фазы — аналог обычного условия прилипания для вязких жидкостей.

Второе соотношение в (1.8) получается из условия баланса нормальных напряжений в идеальной несжимаемой жидкости [11] в предположении о безынерционности жидкости, т. е. в пренебрежении членом, пропорциональным плотности ожигающего агента. Условия баланса напряжений, следующие из уравнения (1.7), аналогичны условиям для однородных жидкостей, причем под давлением следует подразумевать величину $p_z = p_f + p_s$. С учетом второго равенства в (1.8) условие для p_z сводится к четвертому соотношению в (1.9) для p_s . Последнее равенство в (1.9) означает баланс касательных напряжений на границе вязких жидкостей.

Из физических соображений следует, что скорости фаз должны быть везде (в том числе и всюду внутри пакета) ограниченными функциями координат, откуда вытекают условия (1.11).

2. Поля течения и распределения давлений фаз при движении пакета в кипящем слое. В результате применения операции вихря исходные уравнения движения (1.6) и (1.7) сводятся к системе уравнений относительно функций тока жидкой и твердой фаз, общее решение которой имеет вид

$$r > a, \quad \psi_s = (Ar^{-1} + Br + Cr^2 + Dr^4) \sin^2 \theta$$

$$\psi_f = \psi_s - (Lr^{-1} + Mr^2) \sin^2 \theta$$

$$r < a, \quad \psi_s' = (A'r^{-1} + B'r + C'r^2 + D'r^4) \sin^2 \theta$$

$$\psi_f' = \psi_s' - (L'r^{-1} + M'r^2) \sin^2 \theta$$

$$\left(v_r, w_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi_{f,s}}{\partial \theta}; \quad v_\theta, w_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi_{f,s}}{\partial r} \right)$$

где A, B, \dots, M' — произвольные постоянные. Из условий (1.10) и (1.11) следует, что $D=0, C=-U_d/2, M=v_0/2, A'=0, B'=0, L'=0$.

Интегрирование уравнений (1.6) и (1.7), устанавливающих связь между градиентами давлений и полями скоростей фаз, дает выражения (с точностью до аддитивных постоянных)

$$p_f = \frac{1}{k} \left(v_0 r - \frac{L}{r^2} \right) \cos \theta, \quad p_s' = \frac{2M'}{k'} r \cos \theta$$

$$p_s = -p_f + d_s \rho g r \cos \theta + \frac{2\mu_s B}{r^2} \cos \theta$$

$$p_s' = -p_f' + d_s \rho g r \cos \theta + 20 \mu_s D' r \cos \theta$$

Определяя при помощи граничных условий (1.8) и (1.9) остальные неизвестные коэффициенты в выражениях для функций тока, а также установившуюся скорость движения пакета, получаем окончательно

$$\begin{aligned}\psi_s &= -U_d a^2 \left[\frac{\beta}{4(1+\beta)} \frac{a}{r} - \frac{2+3\beta}{4(1+\beta)} + \frac{r^2}{2a^2} \right] \sin^2 \theta \\ \psi_s' &= -\frac{U_d r^2}{4(1+\beta)} \left[\frac{r^2}{a^2} - 1 \right] \sin^2 \theta \\ \psi_f &= \psi_s - v_0 a^2 \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+2} \frac{a}{r} + \frac{r^2}{2a^2} \right) \sin^2 \theta \\ \psi_f' &= \psi_s' - \frac{3v_0 a^2 k'}{2k(\alpha+2)} \frac{r^2}{a^2} \sin^2 \theta \\ p_f &= \frac{v_0}{k} \left(r - \frac{\alpha-1}{\alpha+2} \frac{a^3}{r^2} \right) \cos \theta, \quad p_f' = \frac{3v_0}{k} \frac{r}{\alpha+2} \cos \theta \\ p_s &= -p_f + \left[d_s \rho g r + U_d \mu_s a \frac{2+3\beta}{2(1+\beta)} \frac{1}{r^2} \right] \cos \theta \\ p_s' &= -p_f' + \left[d_s \rho g r - \frac{5U_d \mu_s}{a^2(1+\beta)} r \right] \cos \theta \\ U_d &= \frac{2d_s(\epsilon-\epsilon')ga^2}{3\mu_s} \frac{(1+\beta)}{(2+3\beta)}, \quad \alpha = \frac{\epsilon' k'}{\epsilon k}, \quad \beta = \frac{\mu_s'}{\mu_s}\end{aligned}$$

Формулы (2.1) определяют поля течения фаз и давлений во всем пространстве при движении пакета частиц в кипящем слое, а также скорость движения пакета U_d в слое (разреженный пакет, $(\epsilon' > \epsilon)$, всплывает ($U_d < 0$), а плотный ($\epsilon' < \epsilon$) — погружается ($U_d > 0$)).

3. Движение пузыря в кипящем слое. В рамках построенной модели рассмотрим предельный случай полного отсутствия твердых частиц внутри пакета. Тогда во внешней области течения справедлива полученная ранее система уравнений (1.1), (1.2), (1.6), (1.7), а внутреннее течение жидкой фазы будет описываться уравнениями

$$\nabla \mathbf{v}' = 0, \quad \nabla p_f' = 0 \quad (3.1)$$

Система условий на поверхности пузыря имеет вид

$$r=a, \quad \epsilon v_r = v_r', \quad p_f = p_f' = 0, \quad w_r = 0 \quad (3.2)$$

$$-p_s + 2\mu_s \frac{\partial w_r}{\partial r} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial w_r}{\partial \theta} + \frac{\partial w_\theta}{\partial r} - \frac{w_\theta}{r} = 0$$

Требование однородности потоков фаз вдали от пузыря выразится условиями (1.10), в которых следует заменить U_d на U_b — скорость движения пузыря. Кроме того, должно выполняться первое соотношение в (1.11).

Производя вычисления, аналогичные проделанным в п. 2, но с использованием уравнений (3.1) для внутренней области и системы граничных условий (3.2), (1.10), (1.11), определяем поля скоростей, давлений и скорость всплытия пузыря

$$\psi_s = -U_b a^2 \left(-\frac{r}{2a} + \frac{r^2}{2a^2} \right) \sin^2 \theta, \quad \psi_f = \psi_s - v_0 a^2 \left(\frac{a}{r} + \frac{r^2}{2a^2} \right) \sin^2 \theta \quad (3.3)$$

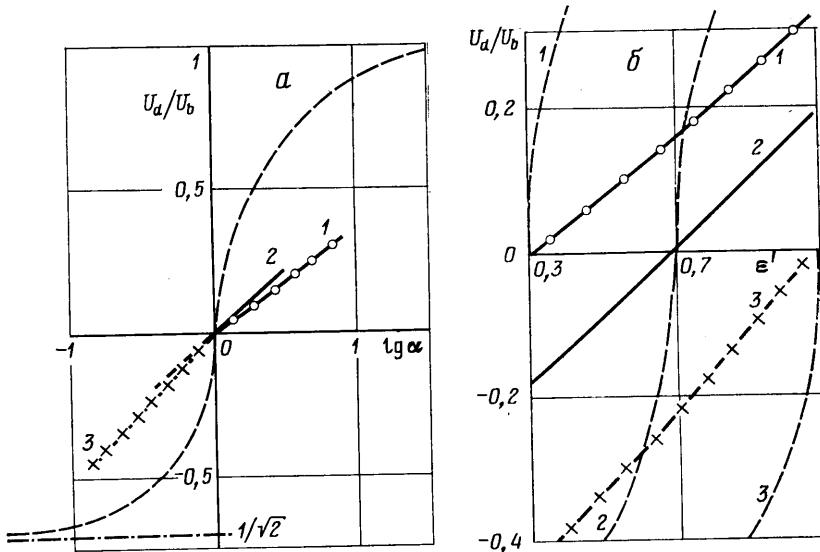
$$\psi_f' = -\frac{3}{2} \epsilon v_0 r^2 \sin^2 \theta, \quad p_f' = 0$$

$$p_f = \frac{v_0}{k} \left(r - \frac{a^3}{r^2} \right) \cos \theta, \quad p_s = -p_f + \left(d_s \rho g r + U_b \mu_s \frac{a}{r^2} \right) \cos \theta$$

$$U_b = \frac{d_s (\epsilon - 1) g a^2}{3 \mu_s}$$

Этот же результат можно получить и непосредственным предельным переходом при $\epsilon' \rightarrow 1$ в общих соотношениях (2.1).

Расходы ожидаемого агента через пакет и пузырь совпадают с соответствующими значениями, полученными ранее [9, 14].



Фиг. 1

На фиг. 1 представлены зависимости отношения скоростей установившегося движения пакета и пузыря равного радиуса от значений $\lg \alpha$, $\alpha = \epsilon' k' / \epsilon k$ (фиг. 1, а) и от пористости пакета ϵ' (фиг. 1, б) для модели идеальных жидкостей [9] (штриховые линии) и рассматриваемой здесь модели, в которой твердая фаза представляется вязкой жидкостью (сплошные линии), при фиксированном значении пористости ϵ вне пакета. Кривые 1 – 3 соответствуют значениям $\epsilon = 0,45; 0,55; 0,65$.

Для построения фиг. 1 и в дальнейшем используются имеющиеся экспериментальные данные [6] для зависимости эффективной вязкости слоя песка крупностью 0,3–0,5 мм, ожидаемого воздухом, от пористости слоя.

Экспериментальная кривая аппроксимируется гиперболической зависимостью

$$\mu_s = \left(\frac{6,05}{\epsilon - 0,29} - 1,20 \right) \Pi, \quad 0,45 \leq \epsilon \leq 0,65$$

В связи с ограниченной применимостью этого эмпирического соотношения кривая 1 ($\epsilon = 0,45$) на фиг. 1, а построена лишь для неоднородностей типа местного разрежения, когда проницаемость пакета больше проницаемости слоя снаружи и пакет вселяет ($\lg \alpha > 0$). По аналогичной причине кривая 3 ($\epsilon = 0,65$) соответствует неоднородности типа местного уплотнения (пакет погружается) и располагается в области значений $\epsilon' < \epsilon$, $\lg \alpha < 0$. Кривая 2 ($\epsilon = 0,55$) построена в диапазоне $\epsilon' \in [0,45, 0,65]$ как для плотных ($\lg \alpha < 0$), так и для разреженных ($\lg \alpha > 0$) по сравнению с внешним слоем пакетов.

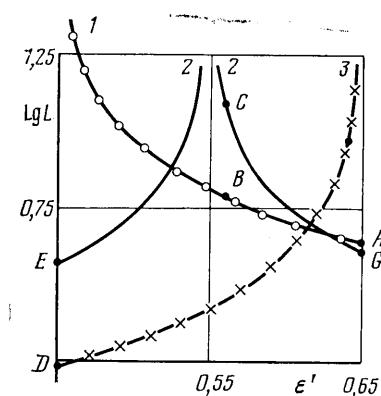
На фиг. 1, б построены зависимости U_d/U_b от ϵ' при фиксированном значении ϵ , соответствующие кривым 1 – 3 на фиг. 1, а. Аналогичные зависимости для модели идеальных жидкостей изображены штриховыми линиями 1 – 3.

Видно, что относительные скорости стационарного движения пакетов в модели ползущего движения твердой фазы меньше, чем в модели идеальных жидкостей [9]. При заметном различии концентраций частиц вне и внутри области неоднородности пакет движется в вязкой среде со скоростью, значительно меньшей скорости всплытия пузыря равного радиуса.

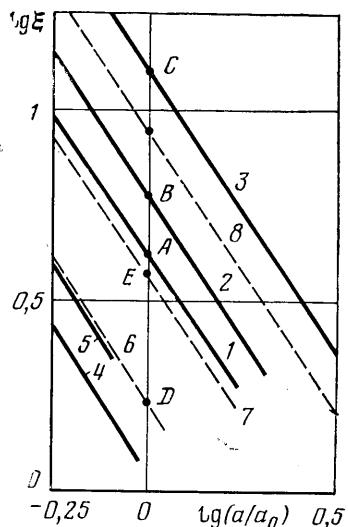
В отсутствие механизма вязкой диссипации энергии уже при небольших локальных возмущениях концентрации частиц в слое скорость движения пакета близка к скорости всплыивания пузыря (разреженный пакет) или к предельной скорости погружения (плотный пакет) и практически не зависит от концентрации частиц внутри пакета. Таким образом, оказывается существенным тормозящее влияние эффективной вязкости твердой фазы на движение локальных неоднородностей концентрации в кипящем слое.

Расположение кривых 1–3 на фиг. 1, б показывает, что, как и следовало ожидать, с разрежением внешнего слоя при постоянной концентрации частиц внутри пакета скорость его стационарного погружения возрастает, а всплывания – уменьшается.

Непосредственное сравнение скоростей установившегося движения пакета (пузыря) в сопоставляемых моделях представлено на фиг. 2 и 3.



Фиг. 2



Фиг. 3

На основании полученных ранее результатов [9] и последнего равенства (3.3) запишем отношение ξ скоростей движения пакета при $Re_s=\infty$ и $Re_s=0$ в виде

$$\lg \xi = \lg \frac{U_d(Re_s=\infty)}{U_d(Re_s=0)} = -\frac{3}{2} \lg \frac{a}{a_0} + \lg L$$

$$L(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{a_0^{-\eta} \mu_s}{d_s g^{\eta}} \left| \frac{1-\alpha}{2+\alpha} \right|^{\frac{1}{2}} \frac{2+3\beta}{|\varepsilon - \varepsilon'| (1+\beta)}$$

где $L(\varepsilon, \varepsilon')$ – функция концентраций частиц вне и внутри пакета, a_0 – постоянная размерности длины, для которой удобно выбрать значение $a_0=1$ см.

На фиг. 2 изображена зависимость величины $\lg \xi (a=a_0)=\lg L$ от внутренней пористости пакета ε' при фиксированной концентрации частиц во внешнем слое (кривая 1 – $\varepsilon=0,45$; 2 – $\varepsilon=0,55$; 3 – $\varepsilon=0,65$). Всплывающему пакету соответствуют кривая 1 и правая ветвь кривой 2, а погружающемуся – кривая 3 и левая ветвь кривой 2.

Как отмечалось выше, малые локальные возмущения однородного слоя в соответствии с моделью [9] приводят к более существенному искажению полей течения фаз, чем это имеет место в модели ползущего движения твердой фазы, в связи с чем $\lg L \rightarrow \infty$ при $\Delta\varepsilon=|\varepsilon-\varepsilon'|\rightarrow 0$. При этом в случае фиксированной пористости среды с разрежением пакета отношение скоростей ξ всегда убывает (возрастает) для всплывающего (погружающегося) пакета, что иллюстрируется взаимным расположением точек B и A (D и F) на фиг. 2.

При фиксированной пористости пакета ε' с уменьшением $\Delta\varepsilon$ отношение скоростей ξ может как возрастать (точки B и C для всплывающего и D и F для погружающегося пакета), так и убывать (точки A и G).

Зависимости отношения скоростей ξ от размера пакета при фиксированных концентрациях частиц внутри и вне его представлены в логарифмических координатах на фиг. 3 сплошными линиями для всплывающих пакетов (1 – $\varepsilon=0,45$; $\varepsilon'=0,65$; 2 – $\varepsilon=0,45$; $\varepsilon'=0,56$; 3 – $\varepsilon=0,55$; $\varepsilon'=0,56$) и пузырей (4 – $\varepsilon=0,65$; 5 – $\varepsilon=0,45$) и штриховыми линиями для погружающихся пакетов (6 – $\varepsilon=0,65$; $\varepsilon'=0,45$; 7 – $\varepsilon=0,55$; $\varepsilon'=0,45$).

$=0,45$; $8 - \varepsilon = 0,65$; $\varepsilon' = 0,64$). Ординаты точек A, \dots, F пересечения с осью $\lg \varepsilon$ прямых на фиг. 3 равны, очевидно, ординатам соответствующих точек на фиг. 2. Прямые обрываются при значениях параметров, соответствующих $Re_s > 1$.

Скорости движения пакета (пузыря) в модели ползущего движения твердой фазы всегда меньше, чем в модели идеальных жидкостей ($\lg \xi > 0$).

Впервые анализ движения пузыря в кипящем слое при малых числах Рейнольдса был дан Бэтчелором [10] на основании простейшей модели, в которой слой рассматривался как квазигомогенный континуум. При этом предполагалось, что медленное относительное движение фаз слоя – ожидаемого агента и твердых частиц – одинаково во всем пространстве (в том числе и вблизи пузыря, где порождаемые им возмущения однородного кипящего слоя максимальны).

На этом основании взаимодействие компонент смеси при записи соответствующих уравнений движения не учитывалось наряду с предположением о постоянной во всем пространстве скорости межфазного скольжения. Между тем из физических соображений очевидно, что межфазное взаимодействие всегда существенно при больших отношениях плотностей твердых частиц и ожидаемого агента.

Поля скоростей фаз, согласно модели [10] и более точной модели, принятой в настоящей работе, качественно подобны. При количественном сравнении результатов расчетов по обеим моделям встречаются трудности, связанные, например, с тем, что в выражении для скорости всплыивания пузыря в [10] фигурируют некоторые функции концентрации твердой фазы $P(\rho)$ и $Q(\rho)$, информация о которых недостаточна. В предельном случае больших концентраций твердой фазы $Q(\rho) \gg 1$ и полученнное в [10] выражение для скорости всплыивания пузыря совпадает с найденным в данной работе при выполнении дополнительного условия $Q(\rho)P^{-1}(\rho) \ll a^2 \rho a_p^{-2}$.

4. Режимы течения жидкой фазы в окрестности пакета. При изучении тепломассообмена в неоднородном кипящем слое важно установить, при каких режимах движения существуют области замкнутой циркуляции ожидаемого агента в окрестности пакета (пузыря). Условием существования такой области служит обращение в нуль радиальной составляющей скорости жидкой фазы v_r на некоторой поверхности, которая и будет границей области.

Анализ поля течения жидкой фазы показывает, что для всплывающего пакета ($U_d < 0$, $\alpha > 1$) циркуляционный режим может осуществляться лишь при условии, что скорость стационарного движения пакета в слое превосходит скорость псевдоожижения ($\delta = U_d/v_0 < -1$). В этом случае границей циркуляционной зоны является концентрическая с поверхностью пакета сфера, расположенная вне пакета, радиус которой определяется корнем следующего кубического уравнения:

$$\frac{r^3}{a^3}(\delta+1) - \frac{2+3\beta}{2(1+\beta)}\delta \frac{r^2}{a^2} + \frac{\delta\beta}{2(1+\beta)} + 2 \frac{\alpha-1}{\alpha+2} = 0 \quad (4.1)$$

При $\delta < -1$ существует единственный действительный корень этого уравнения a_c , превышающий величину радиуса пакета ($a_c > a$).

В случае медленно всплывающего ($-1 < \delta < 0$) и медленно погружающегося ($0 < \delta < 6k'(1+\beta)/k(\alpha+2)$) пакетов режим течения жидкой фазы будет проточным, т. е. замкнутые линии тока ожидаемого агента вне или внутри пакета не образуются.

Однако для быстро погружающегося пакета ($\delta > 6k'(1+\beta)/k(\alpha+2)$) картина течения качественно меняется. Циркуляции ожидаемого агента образуют заключенное внутри пакета облако, границей которого служит концентрическая с поверхностью пакета сфера радиуса a'_c , определяемого соотношением

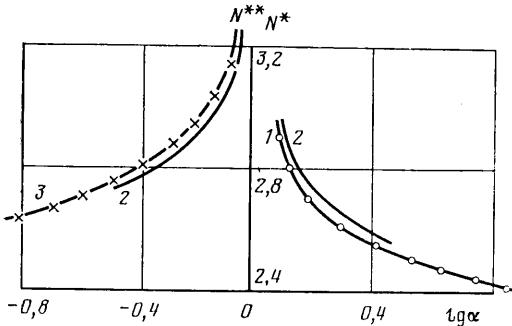
$$\left(\frac{a'_c}{a}\right)^2 = 1 - \frac{6k'(1+\beta)}{k(\alpha+2)\delta} \quad (4.2)$$

Механизм образования и развития облака с циркулирующим внутри погружающегося пакета ожидаемым агентом в принятой модели аналогичен описанному в [9]. Именно, при фиксированных концентрациях частиц вне и внутри пакета существует некоторый критический его размер a_{**} (чему соответствует определенное критическое значение числа Re_s), такой, что в более мелких пакетах при погружении облако не об-

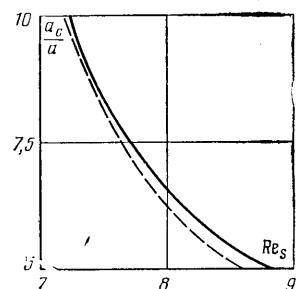
разуется. В пакетах, радиус которых превосходит критический, формируется шаровое облако с циркулирующей жидкостью.

При фиксированной концентрации частиц вне (внутри) пакета величина критического радиуса тем меньше, чем больше локальное относительное уплотнение внутри пакета. Относительный размер облака с увеличением радиуса пакета возрастает, и оно постепенно распространяется на всю внутренность пакета.

Картинны линий тока жидкой фазы вблизи быстро всплывающих пузыря ($\delta_b = U_b/v_0 < -1$) и пакета аналогичны. Радиус циркуляционной зоны



Фиг. 4



Фиг. 5

определяется действительным корнем уравнения

$$\frac{r^3}{a^3}(\delta_b + 1) - \delta_b \frac{r^2}{a^2} + 2 = 0 \quad (4.3)$$

Медленно всплывающие пузыри ($-1 < \delta_b < 0$) проточны.

Упрощенная модель [10] движения пузыря в псевдоожиженном слое также позволила установить, что при $|U_b| > |v_0|$ существует область замкнутой циркуляции жидкой фазы в окрестности пузыря, причем радиус этой области определяется корнем кубического уравнения, сходного с (4.3). При больших концентрациях твердых частиц в слое это уравнение совпадает с (4.3) с точностью до величины свободного члена.

Анализ показывает, что, как и в модели [9], при фиксированных концентрациях частиц вне и внутри пакета существует некоторый критический его размер a_* , соответствующий возникновению замкнутой циркуляции оживающего агента вне всплывающего пакета (облако зарождается на бесконечном удалении от пакета). Этот критический размер тем меньше, чем меньше концентрация частиц внутри пакета при постоянной плотности внешнего слоя или чем плотнее внешний слой при постоянной концентрации частиц внутри пакета. Как и прежде, это объясняется тем, что неоднородность, движущаяся в слое с большей скоростью (т. е. при большей разности концентраций частиц вне и внутри пакета), интенсивнее возмущает однородный поток оживающего агента.

На фиг. 4 изображены аналогичные приведенным в [9] зависимости $N^*(\varepsilon, \alpha) = \lg(a_*/a_p)$, $N^{**}(\varepsilon, \alpha) = \lg(a_{**}/a_p)$, выделяющиеся в плоскости (N, α) области проточного и циркуляционного режимов течения оживающего агента в окрестности движущегося пакета. Величины критических радиусов a_* , a_{**} определяются следующими соотношениями:

$$a_* = a_p \left[\frac{1}{25} \frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)(\varepsilon'-\varepsilon)} \frac{2+3\beta}{1+\beta} \frac{\mu_s}{\mu_f} \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

$$a_{**} = a_p \left[\frac{6}{25} \frac{\varepsilon^3}{\varepsilon'(\varepsilon'-\varepsilon)(1-\varepsilon)} \frac{\alpha(2+3\beta)}{\alpha+2} \frac{\mu_s}{\mu_f} \right]^{1/2}$$

Кривым 1–3 на фиг. 4 соответствуют фиксированные значения пористости внешнего слоя: $\varepsilon=0,45, 0,55, 0,65$, а их взаимное расположение аналогично расположению кривых 1–3 на фиг. 1, а.

Область циркуляционного режима ($a>a_*$ — для всплывающего и $a>a_{**}$ — для погружающегося пакета) лежит над соответствующей граничной кривой $N^*=N^*(\varepsilon, \alpha)$ или $N^{**}=N^{**}(\varepsilon, \alpha)$. С увеличением размера пакета сверх критического внешнее облако сжимается и его граница приближается к поверхности пакета ($a_c/a\rightarrow 1$).

Выбранные параметры дисперсной системы таковы, что циркуляционные режимы течения жидкости вблизи пакета возникают в области значений $Re_s>1$, где, вообще говоря, модель ползущего движения твердой фазы неприменима. Для сравнения с результатами [10] при тех же значениях параметров на фиг. 5 представлена зависимость отношения радиуса внешнего облака a_c к радиусу пакета a от значения Re_s в случае быстро всплывающих пузырей, согласно соотношению (4.3), при $\varepsilon=-0,45$ и аналогичная зависимость, согласно упрощенной модели [10], в пределе больших концентраций частиц твердой фазы в смеси (штриховая кривая). При этом $Re_s^*=\rho d_s U_{0*}/\mu_s \approx 6$. Если формально устремить число Re_s к бесконечности, то для обеих кривых $a_c/a\rightarrow 1$, что соответствует случаю движения крупных пузырей ($a\rightarrow\infty$) в модели идеальных жидкостей [9].

Таким образом, в рамках модели ползущего движения твердой фазы в слое с указанными свойствами могут быть рассмотрены лишь пакеты (пузыри), движущиеся в проточном режиме. Однако, как это следует из соотношений (4.4), в слоях более мелких частиц упомянутая модель окажется, видимо, пригодной и для описания медленных движений пакетов (пузырей) в циркуляционном режиме течения оживающего агента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jackson R. The mechanics of fluidised beds. Pt 1. The stability of the state of uniform fluidization.—Trans. Instn. Chem Engrs., 1963, v. 41, № 1, p. 13–21.
2. Murray J. D. On the mathematics of fluidization. Pt 1. Fundamental equations and wave propagation.—J. Fluid Mech., 1965, v. 21, № 3, p. 465–493.
3. Pigford R. L., Baron T. Hydrodynamic stability of fluidised bed.—Industr. and Engng. Chem. Fundament., 1965, v. 4, № 2, p. 81–87.
4. Mickley H. S., Fairbanks D. F. Mechanism of heat transfer to fluidized beds.—AIChE Journal, 1955, v. 1, № 3, p. 374–384.
5. Morse R. D., Ballou G. O. The uniformity of fluidisation — its measurement and use.—Chem. Eng. Progr., 1951, v. 47, № 4, p. 199–204.
6. Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Движение тел в псевдоожиженном слое. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. 165 с.
7. Тодес О. М., Цитович О. Б. Аппараты с кипящим зернистым слоем (гидравл. и тепловые основы работы). Л.: Химия, 1981. 296 с.
8. Toei R., Matsuno R., Kojima H., Nagai Y., Nakagawa K., Yu S. Behaviours of bubbles in the gas-solld fluidizedbeds.—Mem. Fac. Engng Kyoto Univ., 1965, v. 27, № 4, p. 475–489.
9. Бобков Н. Н., Гупало Ю. П. О пакетном механизме перемешивания в кипящем слое.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 5, с. 73–84.
10. Batchelor G. K. Low-Reynolds-number bubbles in fluidised beds.—Arch. Mech. Stosow., 1974, v. 26, № 3, p. 339–353.
11. Бородуля В. А., Гупало Ю. П. Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. Минск: Наука и техника, 1976. 207 с.
12. Ergun S. Fluid flow through packed columns.—Chem. Eng. Progr., 1952, v. 48, № 2, p. 89–94.
13. Гельперин Н. И., Айнштейн В. Г., Кеаша В. Б. Основы техники псевдоожижения. М.: Химия, 1967. 664 с.
14. Дэвидсон И. Ф., Харрисон Д. Псевдоожижение твердых частиц. М.: Химия, 1965. 184 с.

Москва

Поступила в редакцию
10.VIII.1983