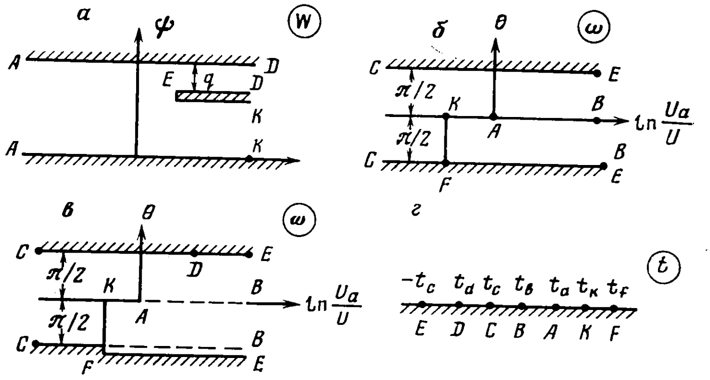
Численные значения α и β фиксированы, параметр t_c определяется из решения следующего уравнения:

$$16(-\delta^6+8\delta^4-8\delta^2+1)t_c^4+8(3\delta^6+16\delta^4-21\delta^2+2)\alpha^2 t_c^3+$$
$$+4(14\delta^6+3\delta^4-18\delta^2+1)\alpha^4 t_c^2+10\delta^2(3\delta^4-2\delta^2-1)\alpha^2 t_c+5\delta^4(\delta^2-1)\alpha^8=0,\quad \delta=\beta/\alpha$$

Формулы (1) после определения входящих в них параметров t_b, t_d, t_c, t_k, t_f дают возможность рассчитать любые характеристики потока.

Ниже приведены округленные до трех значащих цифр результаты расчетов перепадов давления и коэффициентов сжатия, выполненных на ЭВМ для случая истечения жидкости из отверстий, имеющихся в дне сосуда, при наличии и отсутствии отводного канала. Видно, что влияние отводного канала на пропускную способность отверстия может быть значительным даже при весьма малом расходе жидкости через канал (по сравнению с расходом жидкости, вытекающей через отверстие). Входное сечение отводного канала расположено при этом практически на уровне верхней кромки отверстия. Представленные результаты показывают, что при наличии отводного канала с указанным расположением входного сечения коэффициент сжатия струи изменяется в пределах 0,96–0,97, что удовлетворительно согласуется с экспериментально измеренными значениями (см. фиг. 2).



Фиг. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дульнев В. Б.* Определение расходов воды при истечении через щитовые отверстия.– В кн.: Изв. Всесоюзн. НИИ гидротехники, 1958, т. 61, с. 159–166.
2. *Агроскин И. И., Дмитриев Г. Т., Пикалов Ф. И.* Гидравлика. М.– Л.: Энергия, 1964. 352 с.
3. *Киселев П. Г.* Справочник по гидравлическим расчетам. М.– Л.: Госэнергоиздат, 1957. 352 с.
4. *Шабрин А. Н.* Способ увеличения пропускной способности при истечении жидкости из отверстия и из-под затвора. А. С. № 853002.– Опубл. в БИ, 1981, № 29.
5. *Жуковский Н. Е.* Полное собр. соч. Т. 3. М.– Л., 1936. 419 с.

Киев

Поступила в редакцию
7.VI.1982

УДК 532.545:532.59

О ВЛИЯНИИ ПОРИСТОСТИ ДНА НА ПЛОСКУЮ СТОЯЧУЮ ВОЛНУ ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ

СЛЕЗКИН Н. А.

Рассмотрена простейшая задача о контакте двух плоскопараллельных потенциальных течений несжимаемой жидкости, одно из которых имеет место в слое конечной толщины, а второе – в полубесконечном пространстве пористой среды. На поверхности раздела, принимаемой за плоскость, используются те же условия, которые ранее использовались в задачах о контакте двух волновых течений жидкостей с разными плотностями и о контакте волнового движения в слое сжимаемой жидкости с волновыми движениями в упругом полубесконечном пространстве. Эти условия

сводятся к равенствам давлений и проекций векторов скоростей на нормаль к плоскости раздела.

В приближенной теории волн на поверхности идеальной несжимаемой тяжелой жидкости совмещение динамического условия постоянства давлений на свободной поверхности жидкости с кинематическим условием постоянного пребывания одних и тех же частиц на этой поверхности приводит к следующему граничному условию для потенциала скоростей:

$$z=0:\quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial z}-\frac{1}{g}\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2}=0 \tag{1}$$

Подставляя частное решение уравнения Лапласа для потенциала скоростей в виде (2) в условие (1), получим

$$\varphi_1=[A(t)\exp(k_1z)+B(t)\exp(-k_1z)]\cos k_1x \tag{2}$$

$$k_1(A-B)=\frac{1}{g}\left(\frac{d^2A}{dt^2}+\frac{d^2B}{dt^2}\right) \tag{3}$$

Если дно слоя ($z=h$) считать непроницаемым и недеформируемым, то условие равенства нулю проекции вектора скорости на ось z приводит к следующему соотношению: $B=A\exp(2k_1h)$. Используем его, из (3) получим

$$A=C_1\cos\sigma t+C_2\sin\sigma t \tag{4}$$

$$B=\exp(2k_1h)(C_1\cos\sigma t+C_2\sin\sigma t) \tag{5}$$

$$\sigma^2=gk_1\,\mathrm{th}\,k_1h$$

При использовании (2) и (4) уравнение свободной поверхности слоя представляется в виде

$$\eta=\frac{1}{g}\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial t}\right)_{z=0}=\frac{\sigma}{g}[1+\exp(2k_1h)](-C_1\cos\sigma t+C_2\sin\sigma t)\cos k_1x \tag{6}$$

С помощью (2) и (4) можно показать, что в стоячей волне (6) будет иметь место синхронность вертикальных смещений частиц жидкости, расположенных на одной и той же вертикали.

Переходим к случаю, когда слой идеальной несжимаемой тяжелой жидкости h граничит с пористым полубесконечным пространством при условии, что в состоянии равновесия эта пористая среда полностью насыщена частицами той же жидкости, что и в самом слое. При таком предположении все верхние частицы жидкости в пористой среде могут смещаться после возникновения движения на малые расстояния от плоскости $z=h$. Согласно известной теории фильтрации для давления в пористой среде будем иметь

$$p_2=\rho F_2(t)+\rho gz-\frac{\mu}{k}\varphi_2 \tag{7}$$

$$\varphi_2=f(t)\exp(-k_1z)\cos k_1x$$

где φ_2 — потенциал истинных скоростей частиц жидкости.

Входящие в (7) коэффициенты вязкости μ и удельной проницаемости пористой среды k будем считать постоянными. Из интеграла Лагранжа — Коши в слое идеальной жидкости и из (2) имеем следующее равенство для давления:

$$p_1=\rho F_1(t)+\rho gz-\rho\left[\frac{dA}{dt}\exp(k_1z)+\frac{dB}{dt}\exp(-k_1z)\right]\cos k_1x \tag{8}$$

Для границы раздела слоя несжимаемой идеальной жидкости с пористой средой принимаем условие равенства давлений (8) и (7) и условие равенства проекций векторов скоростей на нормаль к плоскости $z=h$

$$\frac{dA}{dt}\exp(k_1h)+\frac{dB}{dt}\exp(-k_1h)-\frac{\mu}{\rho k}f\exp(-k_1h)=0 \tag{9}$$

$$A\exp(k_1h)-B\exp(-k_1h)+f\exp(-k_1h)=0 \tag{10}$$

Для неизвестных функций от времени A, B и f, входящих в систему трех уравнений (3), (9) и (10), полагаем

$$A=\exp(\lambda t)C_1,\quad B=\exp(\lambda t)C_2,\quad f=\exp(\lambda t)C_3$$

В результате получим следующее дисперсионное уравнение третьего порядка:

$$\frac{\rho k}{\mu}[\lambda^3 \operatorname{sh}(k_1h)+gk_1\lambda \operatorname{ch}(k_1h)]+\lambda^2 \operatorname{ch}(k_1h)+k_1g \operatorname{sh}(k_1h)=0 \tag{11}$$

При значении удельной проницаемости, равном нулю, уравнение (11) вырождается в равенство (5). В другом предельном случае, когда μ/k равно нулю, действительный корень (11) обращается в нуль, а два других корня будут чисто мнимыми, удовлетворяющими уравнению

$$\lambda^2+\frac{gk_1}{\operatorname{th}(k_1h)}=0$$

Легко проверить, что в общем случае будут выполняться условия Гурвица, т. е. действительные части всех трех корней будут не положительными. Уравнение (11) можно заменить приведенным уравнением в виде

$$x^3+3px+2q=0 \tag{12}$$

$$x=\lambda+\frac{1}{3}\frac{\mu}{\rho k}\operatorname{cth}(k_1h)$$

$$p=\frac{1}{3}\operatorname{cth}(k_1h)\left[k_1g-\frac{1}{3}\left(\frac{\mu}{\rho k}\right)^2\operatorname{cth}(k_1h)\right] \tag{13}$$

$$q=\frac{\mu}{2\rho k}\left\{k_1g\left[1-\frac{1}{3}\operatorname{cth}^2(k_1h)\right]+\frac{2}{27}\left(\frac{\mu}{\rho k}\right)^2\operatorname{cth}^3(k_1h)\right\}$$

Для определения корней уравнения (12) можно применить известные формулы Кардана.

Если в качестве пористой среды взять обычную почву, то [1] $\mu/(k\rho)=8\cdot10^4$ с$^{-1}$ и тогда в (13) можно ограничиться слагаемым наибольшего порядка, положив

$$p\cong-\frac{1}{9}\left[\frac{\mu}{\rho k}\operatorname{cth}(k_1h)\right]^2,\qquad q\cong\left[\frac{\mu}{3\rho k}\operatorname{cth}(k_1h)\right]^3 \tag{14}$$

В этом случае формулы Кардана дадут

$$x_1=-\frac{2}{3}\frac{\mu}{\rho k}\operatorname{cth}(k_1h),\qquad x_2=x_3=\frac{1}{3}\frac{\mu}{\rho}\operatorname{cth}(k_1h)$$

$$\lambda_1=-\frac{\mu}{\rho k}\operatorname{cth}(k_1h),\qquad \lambda_2=\lambda_3=0 \tag{15}$$

В общем случае уравнение свободной поверхности слоя представляется в виде

$$\eta=2k_1\left(C_{11}\frac{\lambda_1}{\lambda_1^2+gk_1}e^{\lambda_1t}+C_{12}\frac{\lambda_2}{\lambda_2^2+gk_1}e^{\lambda_2t}+C_{13}\frac{\lambda_3}{\lambda_3^2+gk_1}e^{\lambda_3t}\right)\cos k_1x \tag{16}$$

где C_{11}, C_{12} и C_{13} — произвольные постоянные. При использовании же (15) имеем

$$\eta=-2k_1\beta C_{11}\frac{\exp(-\beta)}{gk_1+\beta^2}\cos(k_1x),\qquad \beta=\frac{\mu}{\rho k}\operatorname{cth}(k_1h)$$

Если предположить, что в начальный момент времени уравнение свободной поверхности слоя несжимаемой жидкости представляется в виде $\eta_0=a\cos k_1x$, то в последующие моменты времени при предположениях (14) уравнение свободной поверхности слоя примет вид

$$\eta=a\exp\left[-\frac{\mu t}{\rho k}\operatorname{cth}(k_1h)\right]\cos k_1x$$

Таким образом, в случае обыкновенной почвы амплитуда стоячей волны сильно убывает со временем.

Однако следует иметь в виду, что предположения (14) справедливы для достаточно длинных волн. Для случая же весьма коротких длин волн, имеющих порядок величины 10^{-6} см, потребуется сохранить в (13) все слагаемые и для определения корней использовать общие формулы Кардана. В том случае, когда корни уравнения (11) не равны нулю, для определения трех постоянных в (16) недостаточно задать уравнение свободной поверхности слоя в виде $\eta_0=a\cos kx$ и распределение импульного давления на свободной поверхности слоя

$$-\rho(\varphi_1)_{\substack{z=0\\t=0}}=(A+B)\cos k_1x \qquad (t=0)$$

а потребуется, например, задать отдельно значения A и B для начального момента $t=0$. Это происходит по той причине, что пористость дна нарушает синхронность вертикальных смещений частиц жидкости в слое, располагающихся на одной вертикали.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шейдеггер А. Э.* Физика течения жидкостей через пористые среды. М.: Гостоптехиздат, 1960. 249 с.

Москва

Поступила в редакцию
7.VII.1983

УДК 532.546

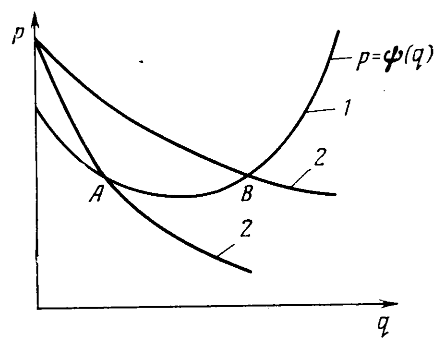
О ВЛИЯНИИ НЕНЬЮТОНОВСКИХ СВОЙСТВ НЕФТЕЙ НА РЕЖИМ РАБОТЫ ФОНТАННЫХ СКВАЖИН

БАСОВИЧ И. Б.

Рассматривается задача об условиях устойчивой работы фонтанных скважин, продуцирующих неньютоновские нефти. Показано, что возрастающая ветвь характеристики лифта всегда соответствует устойчивым режимам работы скважины. Рабочая точка, лежащая на падающей ветви, устойчива в том случае, когда индикаторная диаграмма пласта имеет в этой точке менее крутой наклон, чем характеристика подъемника.

Аналогичное исследование для случая ньютоновских нефтей проводилось в работе [1], где показано, в частности, что переходными процессами в скважине можно пренебречь по сравнению с характерными временами перераспределения давления в пласте. При этом рабочая точка $(p_з, q)$, где $p_з$ – забойное давление, q – расход жидкости, лежит на характеристике подъемника

$$p_з=\psi(q) \tag{1}$$



Характерный вид этой зависимости приведен на фигуре (кривая *1*). Согласно [1], возрастающая ветвь функции $\psi(q)$ соответствует устойчивым режимам работы, а условие устойчивости на падающей ветви определяется характером пересечения индикаторной диаграммы пласта и характеристики лифта в рабочей точке.

Предположим теперь, что пластовая нефть ведет себя как неньютоновская жидкость и эффективная вязкость μ является монотонно убывающей функцией градиента давления

$$\mu=\mu(\lambda), \quad \lambda=\partial p/\partial r \tag{2}$$

Уравнение упругой фильтрации является при этом нелинейным уравнением параболического типа

$$\beta\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{rk}{\mu(\lambda)}\frac{\partial p}{\partial r}\right] \tag{3}$$

$$r=r_c; \qquad \mathrm{L}p=2\pi r\frac{kH}{\mu(\lambda)}\frac{\partial p}{\partial r}=q$$

$$r=R, \qquad p=p_R$$

Исследуем устойчивость работы подъемника на некотором стационарном режиме (p_0, q_0) относительно малых возмущений дебита и давления

$$p=p_0+\Delta p, \quad q=q_0+\Delta q, \quad \mu=\mu_0+\Delta\mu$$

Заметим, что величины p_0, Δp, μ_0, $\Delta\mu$ – функции радиуса r, $\mu_0(\partial p_0/\partial r)$ – распределение вязкости нефти в пласте, соответствующее стационарному режиму. Учитывая, что соотношение $\mathrm{L}p_0=q_0$ выполняется для любой точки пласта, а также равен-