МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 4 • 1984

УДК 533.932

СООТНОШЕНИЯ СТЕФАНА — МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ДИФФУЗИОННЫХ ПОТОКОВ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

КОЛЕСНИКОВ А. Ф., ТИРСКИЙ Г. А.

Выражения для потоков массы и тепла в полностью ионизованной и трехкомпонентной плазме были получены в [1–7] методом Чепмена – Энскога [1]. Уравнения, описывающие процессы переноса в многокомпонентной плазме, движущейся в магнитном поле, были выведены 13-моментным методом Грэда [8] и методом Чепмена – Энскога [9, 10].

При расчете коэффициентов переноса многокомпонентных ионизованных газов при наличии магнитного поля методом Чепмена – Энскога [9] возникают трудности, связанные с тем, что эти коэффициенты вычисляются путем решения систем линейных уравнений высоких порядков с комплексными коэффициентами. Поскольку коэффициенты теплопроводности выражаются через многокомпонентные коэффициенты диффузии и термодиффузии [9], их точный расчет чрезвычайно трудоемок.

Систематические расчеты коэффициентов переноса с анализом сходимости по числу приближений проводились для различных газов в случае отсутствия внешнего магнитного поля (см., например [11–13]).

Установлено, что для получения достаточно точных результатов требуется учитывать по крайней мере третье приближение по полиномам Сонина ($\xi \geqslant 3$), что приводит к обращению матриц порядка $N\xi$, где N – число компонентов, ξ – порядок приближения. В [14] приведены данные по влиянию числа приближений на точность расчета коэффициентов переноса ионизованного аргона с учетом анизотропии свойств переноса в магнитном поле.

Преимущество уравнений переноса, полученных 13-моментным методом Грэда, обусловлено тем, что в них коэффициенты теплопроводности и другие коэффициенты переноса могут быть вычислены непосредственно через отношения определителей порядка N [8]. Однако точность формул для коэффициентов переноса, полученных в 13-моментном приближении, может оказаться недостаточной для сильно ионизованных газов, поскольку соответствует второму приближению по полиномам Сонина метода Чепмена – Энскога [15].

В настоящей работе получены уравнения переноса тепла и массы, а также точные формулы для коэффициентов переноса в простой (экономичной) форме, наиболее пригодной для практических расчетов.

Выведенная в работе точная (в любом приближении) формула для комплексного коэффициента теплопроводности обобщает формулу Кертисса – Маккенфусса [16], соответствующую второму приближению, и точную формулу [17] на случай, когда магнитное поле влияет на процессы переноса. Показано, что в качестве основных независимых коэффициентов, так же как в случае отсутствия магнитного поля, вместо коэффициентов термодиффузии удобнее рассматривать термодиффузионные отношения, которые в данной работе выражены непосредственно через отношения комплексных определителей порядка $N(\xi-1)$ и $N(\xi-1)+1$. Выведены точные соотношения Стефана – Максвелла для диффузионных потоков в магнитном поле с учетом высших приближений в ортогональных разложениях функций распределения по полиномам Сонина.

В целом работа является обобщением работ авторов [17, 18] [1] на случай, когда внешнее электромагнитное поле влияет на процессы переноса в ионизованном газе.

1. Далее предполагается, что столкновения частиц парные и упругие, внешнее электромагнитное поле не влияет на столкновения частиц и нет влияния взаимодействия электронов с плазменными колебаниями на

[1] Результаты работы [17] были доложены авторами на V Всесоюзной конференции по динамике разреженных газов и молекулярной газовой динамике в декабре 1978 г.

коэффициенты переноса. Условия, при которых такое приближение справедливо, известны [9, 19].

Исходная система уравнений переноса для диффузионных и парциальных тепловых потоков N-компонентной изотермической плазмы в магнитном поле с учетом высших приближений имеет вид [10, 20]

$$\mathbf{d}_i = \frac{x_i m_i}{kT} \sum_{j=1}^{N} (c_j\omega_j - \delta_{ij}\omega_i)\mathbf{b}\times\mathbf{V}_j - \sum_{j=1}^{N} \Lambda_{ij}^{(0)(0)} \mathbf{V}_j - \sum_{j=1}^{N}\sum_{p=1}^{M} \Lambda_{ij}^{(0)p} \boldsymbol{\xi}_{jp} \quad (1.1)$$

$$x_i \nabla \ln T \delta_{r1} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\Gamma(r+1)}{\Gamma(r+{}^5/_2)} \frac{m_i x_i \omega_i}{kT} \mathbf{b}\times\boldsymbol{\xi}_{ir} + \sum_{j=1}^{N} \Lambda_{ij}^{r(0)} \mathbf{V}_j +$$

$$+ \sum_{j=1}^{N}\sum_{p=1}^{M} \Lambda_{ij}^{rp} \boldsymbol{\xi}_{jp} \qquad (r=1,\ldots,M) \quad (1.2)$$

$$\boldsymbol{\xi}_{i1} = -\frac{\mathbf{q}_i}{nkT} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{d}_i = \nabla x_i + (x_i - c_i)\nabla \ln p + (c_i q/n - x_i e_i)\mathbf{E}'/kT$$

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v}_0\times\mathbf{B},\ \mathbf{b} = \mathbf{B}/|\mathbf{B}|,\ M = \xi - 1$$

Здесь $\mathbf{V}_j$ — скорость диффузии, $\mathbf{q}_j$ — парциальный приведенный тепловой поток, x_j — молярная концентрация, c_j — массовая концентрация, m_j — масса, e_j — заряд, ω_j — циклотронная частота вращения j-го компонента; p — давление, T — температура, k — константа Больцмана, q — объемный заряд, n — плотность числа частиц, ξ — число приближений в разложении функции распределения по полиномам Сонина; $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля, $\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции, $\mathbf{v}_0$ — среднемассовая скорость смеси.

Коэффициенты Λ_{ij}^{rp} выражаются через интегральные скобки Q_{ij}^{mp} [21]

$$\Lambda_{ij}^{mp} = \frac{3\pi}{8} \frac{m!p!}{\Gamma(m+{}^5/_2)\Gamma(p+{}^5/_2)} \frac{\sqrt{m_i m_j}}{nkT} Q_{ij}^{mp}$$

Коэффициенты Λ_{ij}^{rp}, отличающиеся от аналогичных коэффициентов в [9] множителями, обладают свойствами симметрии и удовлетворяют следующим условиям:

$$\Lambda_{ij}^{rp} = \Lambda_{ji}^{pr} \quad (1.4)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Lambda_{ij}^{(0)p} = \sum_{j=1}^{N} \Lambda_{ij}^{r(0)} = 0 \quad (1.5)$$

Векторы $\boldsymbol{\xi}_{jp}$ $(p=2,\ldots,M)$ выражаются через высшие моменты функции распределения [17]. Если в (1.1), (1.2) потоки $\boldsymbol{\xi}_{jp}$ $(p\geqslant 2)$ и уравнения для них опустить, то полученная в результате приближенная система уравнений будет соответствовать уравнениям, полученным методом Грэда в приближении 13 моментов [8].

Система уравнений переноса массы и тепла (1.1)—(1.3) следует из уравнений, полученных впервые в [10, 20] на основе решения уравнений Больцмана методом Чепмена — Энскога с учетом произвольного числа членов в разложениях функций возмущения по полиномам Сонина для двухтемпературной плазмы. Аналогичные уравнения были получены недавно из решения линеаризованного уравнения Больцмана методом Грэда при $\mathrm{Kn}\ll 1$ [8].

Сами по себе потоки $\boldsymbol{\xi}_{jp}$ $(p\geqslant 2)$ не нужны для описания процессов переноса, поэтому целесообразно исключить их из основной системы уравнений.

Вид уравнений переноса для потоков $\mathbf{V}_i$, $\mathbf{q}_i$ будет зависеть от способа исключения потоков ξ_{ip}. Так, если разрешить (1.1)—(1.3) сразу относительно всех потоков в правой части, то в результате получаются выражения для потоков через термодинамические силы, как в стандартной процедуре метода Чепмена — Энскога. Существует более экономичный способ, с помощью которого в [17, 18] были получены обобщение формулы Кертисса — Маккенфусса для коэффициента теплопроводности и соотношения Стефана — Максвелла для диффузионных потоков с учетом высших приближений в изотермической и двухтемпературной плазме в случае, когда магнитное поле отсутствует.

2. Рассмотрим систему уравнений (1.2) для составляющих векторов потоков и градиентов, перпендикулярных магнитному полю (отмечены значком $\perp$). Уравнения (1.2) запишем в комплексной форме

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{p=1}^{M}\Lambda_{jk}^{rp*}\xi_{kp}^{\perp}=x_j\nabla^{\perp}\ln T\delta_{r1}-\sum_{k=1}^{N}\Lambda_{jk}^{r(0)}\mathbf{V}_k^{\perp}\qquad(r=1,\ldots,M)\tag{2.1}$$

$$\Lambda_{jk}^{rp*}=\Lambda_{jk}^{rp}+i\frac{3\sqrt{\pi}}{4}\frac{\Gamma(r+1)}{\Gamma(r+{}^5/_2)}\frac{x_jm_j\omega_j}{kT}\delta_{jk}\delta_{rp}$$

где векторное произведение $\mathbf{b}\times\mathbf{a}^{\perp}$ представлено формально в виде $i\mathbf{a}^{\perp}$ ($i^2=-1$).

Для комплексных коэффициентов Λ_{jk}^{rp*} остаются в силе свойства коэффициентов Λ_{jk}^{rp} (1.4), (1.5)

$$\Lambda_{jk}^{rp*}=\Lambda_{kj}^{pr*},\qquad\sum_{k=1}^{N}\Lambda_{jk}^{p(0)*}=\sum_{j=1}^{N}\Lambda_{jk}^{(0)r*}=0$$

Разрешим систему (2.1) относительно векторов $\xi_{ip}^{\perp}$:

$$\xi_{jp}^{\perp}=\alpha_{jp}\nabla^{\perp}\ln T-\sum_{k=1}^{N}\beta_{jkp}\mathbf{V}_k^{\perp}\qquad(j=1,\ldots,N;\ p=1,\ldots,M)\tag{2.2}$$

$$\alpha_{jp}=-\frac{1}{\Lambda^*}\begin{vmatrix}0 & 0 & 0 & \ldots & \delta_{js} & \ldots & 0\\ x_r & \Lambda_{rs}^{11*} & \Lambda_{rs}^{12} & \ldots & \Lambda_{rs}^{1p} & \ldots & \Lambda_{rs}^{1M}\\ 0 & \Lambda_{rs}^{21} & \Lambda_{rs}^{22*} & \ldots & \Lambda_{rs}^{2p} & \ldots & \Lambda_{rs}^{2M}\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & \Lambda_{rs}^{M1} & \Lambda_{rs}^{M2} & \ldots & \Lambda_{rs}^{Mp} & \ldots & \Lambda_{rs}^{MM*}\end{vmatrix}\tag{2.3}$$

$$\beta_{jkp}=-\frac{1}{\Lambda^*}\begin{vmatrix}0 & 0 & 0 & \ldots & \delta_{js} & \ldots & 0\\ \Lambda_{rk}^{1(0)} & \Lambda_{rs}^{11*} & \Lambda_{rs}^{12} & \ldots & \Lambda_{rs}^{1p} & \ldots & \Lambda_{2s}^{1M}\\ \Lambda_{rk}^{2(0)} & \Lambda_{rs}^{21} & \Lambda_{rs}^{22*} & \ldots & \Lambda_{rs}^{2p} & \ldots & \Lambda_{rs}^{2M}\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \Lambda_{rk}^{M(0)} & \Lambda_{rs}^{M1} & \Lambda_{rs}^{M2} & \ldots & \Lambda_{rs}^{Mp} & \ldots & \Lambda_{rs}^{MM*}\end{vmatrix}\tag{2.4}$$

Здесь Λ^* — определить матрицы Λ^{mp*} (m, $p\geqslant1$), элементами которой являются матрицы Λ_{rs}^{mp} и Λ_{rs}^{pp*}. Матрицы Λ_{rs}^{pp*} отличаются от Λ_{rs}^{pp} только диагональными элементами (у матриц Λ_{rs}^{pp*} они комплексные).

Приведенный парциальный тепловой поток j-го компонента с учетом (1.3) и (2.2) равен

$$\mathbf{q}_j^{\perp}=-n_jkT\xi_{j1}^{\perp}=-\lambda_j^*\nabla^{\perp}T+p\sum_{k=1}^{N}K_{Tjk}\mathbf{V}_k^{\perp}$$

$$\lambda_j^*=nkx_j\alpha_{j1},\qquad K_{Tjk}^*=x_j\beta_{jk1}\tag{2.5}$$

где λ_j^* — комплексный парциальный коэффициент теплопроводности j-компонента, K_{Tjk}^* — комплексные парциальные термодиффузионные отношения j-го и k-го компонентов.

Суммируя (2.5) по всем компонентам, получим приведенный тепловой поток в направлении, перпендикулярном **B**

$$\mathbf{q}^{\perp}=\sum_{j=1}^{N}\mathbf{q}_j^{\perp}=-\lambda^*(\xi)\nabla^{\perp}T+p\sum_{k=1}^{N}K_{Tk}^*(\xi)\mathbf{V}_k^{\perp} \tag{2.6}$$

$$\lambda^*(\xi)=\sum_{j=1}^{N}\lambda_j^*,\qquad K_{Tk}^*(\xi)=\sum_{j=1}^{N}K_{Tjk}^*$$

Здесь $\lambda^*(\xi)$ — комплексный коэффициент теплопроводности смеси $K_{Tk}^*(\xi)$ — комплексные термодиффузионные отношения, для которых с учетом (2.3), (2.4) получаем

$$\lambda^*(\xi)=-\frac{nk}{\Lambda^*}\begin{vmatrix}0 & x_s & 0 & \dots & 0\\ x_r & \Lambda_{rs}^{11*} & \Lambda_{rs}^{12} & \dots & \Lambda_{rs}^{1M}\\ 0 & \Lambda_{rs}^{21} & \Lambda_{rs}^{22*} & \dots & \Lambda_{rs}^{2M}\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & \Lambda_{rs}^{M1} & \Lambda_{rs}^{M2} & \dots & \Lambda_{rs}^{MM*}\end{vmatrix},$$

$$K_{Tk}^*(\xi)=-\frac{1}{\Lambda^*}\begin{vmatrix}0 & x_s & 0 & \dots & 0\\ \Lambda_{rk}^{1(0)} & \Lambda_{rs}^{11*} & \Lambda_{rs}^{12} & \dots & \Lambda_{rs}^{1M}\\ \Lambda_{rk}^{2(0)} & \Lambda_{rs}^{21} & \Lambda_{rs}^{22*} & \dots & \Lambda_{rs}^{2M}\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ \Lambda_{rk}^{M(0)} & \Lambda_{rs}^{M1} & \Lambda_{rs}^{M2} & \dots & \Lambda_{rs}^{MM*}\end{vmatrix} \tag{2.7}$$

$$\sum_{k=1}^{N}K_{Tk}^*(\xi)=0$$

Комплексные коэффициенты $\lambda^*(\xi)$ и $K_{Tk}^*(\xi)$ можно представить в виде суммы действительной и мнимой частей

$$\lambda^*(\xi)=\lambda^{\perp}(\xi)+i\lambda^{\wedge}(\xi),\ K_{Tk}^*(\xi)=K_{Tk}^{\perp}(\xi)+iK_{Tk}^{\wedge}(\xi)$$

где значком $\perp$ отмечены перпендикулярные коэффициенты переноса, а значком $\wedge$ — поперечные.

Аналогичным образом выводится выражение для составляющей теплового потока, параллельной полю **B** [17]

$$q^{\parallel}=-\lambda^{\parallel}(\xi)\nabla^{\parallel}T+p\sum_{k=1}^{N}K_{Tk}^{\parallel}(\xi)\mathbf{V}_k^{\parallel} \tag{2.8}$$

Коэффициенты $\lambda^{\parallel}(\xi)$, $K_{Tk}^{\parallel}(\xi)$ могут быть вычислены по формулам (2.7) если в последних заменить коэффициенты Λ_{jk}^{pp*} на Λ_{jk}^{pp}, т. е. по формулам для коэффициентов переноса при **B**=0 [17].

Для приведенного теплового потока **q** в магнитном поле на основании (2.6) и (2.8) получаем

$$\mathbf{q}=\mathbf{q}^{\parallel}+\mathbf{q}^{\perp}=-\lambda^{\parallel}(\xi)\nabla^{\parallel}T-\lambda^{\perp}(\xi)\nabla^{\perp}T-\lambda^{\wedge}(\xi)\mathbf{b}\times\nabla T+$$

$$+p\sum_{k=1}^{N}(K_{Tk}^{\parallel}(\xi)\mathbf{V}_k^{\parallel}+K_{Tk}^{\perp}(\xi)\mathbf{V}_k^{\perp}+K_{Tk}^{\wedge}(\xi)\mathbf{b}\times\mathbf{V}_k) \tag{2.9}$$

Тепловой поток $\mathbf{J}_q$ в многокомпонентной смеси ионизованных одноатомных газов равен

$$\mathbf{J}_q=\mathbf{q}+\frac{5}{2}kT\sum_{i=1}^{N}n_i\mathbf{V}_i=-\lambda^{\parallel}(\xi)\nabla^{\parallel}T-\lambda^{\perp}(\xi)\nabla^{\perp}T-\lambda^{\wedge}(\xi)\mathbf{b}\times\nabla T+ \tag{2.10}$$

$$+p\sum_{i=1}^{N}\left[\left(K_{Ti}^{\parallel}(\xi)+\frac{5}{2}x_i\right)\mathbf{V}_i^{\parallel}+\left(K_{Ti}^{\perp}(\xi)+\frac{5}{2}x_i\right)\mathbf{V}_i^{\perp}+K_{Ti}^{\wedge}(\xi)\mathbf{b}\times\mathbf{V}_i\right]$$

Формула (2.10) совпадает с формулой для теплового потока (14.2.55) монографии [9], за исключением коэффициентов при векторах $\mathbf{b}\times\mathbf{V}_i$, которые в [9] имеют вид $K_{Ti}^{\wedge}+5/2x_i$, что неверно, так как эти коэффиенты должны равняться нулю при $\mathbf{B}=0$. В этом случае формула (14.2.55) не переходит в известную формулу (6.3.48) [9].

Существенно, что по формулам (2.7) коэффициенты теплопроводности и термодиффузионные отношения могут быть вычислены непосредственно без предварительного определения всех остальных коэффициентов переноса — многокомпонентной диффузии, термодиффузии и λ' в противоположность тому, как это делается в стандартной процедуре Чепмена — Энскога [9].

В соответствии с (2.7) коэффициенты $\lambda^*(\xi)$ и $K_{Tk}^*(\xi)$ выражаются через отношения комплексных определителей порядка NM и $NM+1$. Так как при $M=1$ $(\xi=2)$ формула для коэффициента $\lambda^{\parallel}(\xi)$ совпадает с формулой Кертисса — Маккенфусса для коэффициента теплопроводности многокомпонентной смеси [16], выражение (2.7) для $\lambda^*(\xi)$ можно рассматривать как обобщение этой формулы на случай переноса тепла в магнитном поле, учитывающее произвольное число приближений.

Для $\xi=2$ данный выше вывод формулы для приведенного потока (2.9) аналогичен выводу [8] в приближении 13 моментов. В отличие от [8] здесь получены формулы для комплексных коэффициентов переноса (в любом приближении). Такое представление удобно тем, что формально позволяет получить коэффициенты $\lambda^{\parallel}$ и λ^*, $K_{Tk}^{\parallel}$ и K_{Tk}^* по единому алгоритму.

3. Перейдем к выводу соотношений Стефана — Максвелла для диффузионных потоков в магнитном поле. Для векторов, перпендикулярных магнитному полю, из (1.1) получим

$$\mathbf{d}_j^{\perp}=-\sum_{k=1}^{N}\Lambda_{jk}^{(0)(0)*}\mathbf{V}_k^{\perp}-\sum_{k=1}^{N}\sum_{p=1}^{M}\Lambda_{jk}^{(0)p}\boldsymbol{\xi}_{kp}^{\perp} \tag{3.1}$$

$$\Lambda_{jk}^{(0)(0)*}=\Lambda_{jk}^{(0)(0)}-i\frac{m}{kT}c_j(c_k\omega_k-\delta_{jk}\omega_j)$$

В (3.1) исключим векторы $\boldsymbol{\xi}_{kp}^{\perp}$, используя полученные для них выражения (2.2). Тогда векторы $\mathbf{d}_j^{\perp}$ будут выражены через диффузионные потоки и градиент температуры, т. е. тем самым будут получены соотношения Стефана — Максвелла для составляющих диффузионных скоростей, ортогональных $\mathbf{B}$

$$\mathbf{d}_j^{\perp}=-\sum_{k=1}^{N}(\Lambda_{jk}^{(0)(0)*}-\varphi_{jk}^*)\mathbf{V}_k^{\perp}-K_{Tj}^*(\xi)\nabla^{\perp}\ln T \tag{3.2}$$

$$\varphi_{jk}^*=\sum_{l=1}^{M}\sum_{p=1}^{M}\Lambda_{jl}^{(0)p}\beta_{lkp}=-\frac{1}{\Lambda^*}\begin{vmatrix} 0 & \Lambda_{js}^{(0)1} & \Lambda_{js}^{(0)2} & \dots & \Lambda_{js}^{(0)M} \\ \Lambda_{rk}^{1(0)} & \Lambda_{rs}^{11*} & \Lambda_{rs}^{12} & \dots & \Lambda_{rs}^{1M} \\ \Lambda_{rk}^{2(0)} & \Lambda_{rs}^{21} & \Lambda_{rs}^{22*} & \dots & \Lambda_{rs}^{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_{rk}^{M(0)} & \Lambda_{rs}^{M1} & \Lambda_{rs}^{M2} & \dots & \Lambda_{rs}^{MM*} \end{vmatrix}$$

$$\left(\varphi_{jk}^*=\varphi_{kj}^*, \quad \sum_{j=1}^{N}\varphi_{jk}^*=0\right)$$

При выводе (3.2) использовано соотношение

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{p=1}^{M}\Lambda_{jk}^{(0)p}\alpha_{kp}=K_{Tj}^*(\xi)$$

Так как магнитное поле не влияет на процессы переноса вдоль него, соотношения Стефана — Максвелла для диффузионных скоростей вдоль поля имеют вид [17]

$$\mathbf{d}_j^{\parallel}=\sum_{k=1}^{N}\frac{x_jx_k}{D_{jk}(1)f_{jk}^{\parallel}(\xi)}(\mathbf{V}_k^{\parallel}-\mathbf{V}_j^{\parallel})-K_{Tj}^{\parallel}(\xi)\nabla^{\parallel}\ln T \tag{3.3}$$

где $f_{jk}^{\parallel}(\xi)=f_{kj}^{\parallel}(\xi)$ — поправочные множители к бинарным коэффициентам $D_{jk}(1)$, учитывающие влияние высших приближений.

Представив комплексные коэффициенты φ_{jk}^*, учитывающие поправки к коэффициентам $\Lambda_{jk}^{(0)(0)*}$ за счет высших приближений, в виде $\varphi_{jk}^*=\varphi_{jk}^{\perp}+i\varphi_{jk}^{\wedge}$, соотношения Стефана — Максвелла с учетом (3.2), (3.3) и (1.3) запишем в виде

$$\mathbf{d}_j=\sum_{k=1}^{N}\left[c_j\omega_k(c_k-\delta_{jk})\frac{m}{kT}+\varphi_{jk}^{\wedge}(\xi)\right]\mathbf{b}\times\mathbf{V}_k+$$

$$+\sum_{k=1}^{N}\frac{x_jx_k}{D_{jk}(1)}\left[\frac{1}{f_{jk}^{\parallel}(\xi)}(\mathbf{V}_k^{\parallel}-\mathbf{V}_j^{\parallel})+\frac{1}{f_{jk}^{\perp}(\xi)}(\mathbf{V}_k^{\perp}-\mathbf{V}_j^{\perp})\right]-$$

$$-K_{Tj}^{\parallel}(\xi)\nabla^{\parallel}\ln T-K_{Tj}^{\perp}(\xi)\nabla^{\perp}\ln T-K_{Tj}^{\wedge}(\xi)\mathbf{b}\times\nabla\ln T \tag{3.4}$$

$$f_{jk}^{\perp}(\xi)=f_{kj}^{\perp}(\xi)=(1-\Delta_{jk}^{\perp}(\xi))^{-1}$$

$$\Delta_{jk}^{\perp}(\xi)=\Delta_{kj}^{\perp}(\xi)=\varphi_{jk}^{\perp}(\xi)/\Lambda_{jk}^{(0)(0)}$$

$$\varphi_{jk}^{\perp}(\xi)=\varphi_{kj}^{\perp}(\xi),\quad \varphi_{jk}^{\wedge}(\xi)=\varphi_{kj}^{\wedge}(\xi)$$

Здесь $\varphi_{jk}^{\wedge}(\xi)$ — поправки, учитывающие влияние высших приближений на диффузию в поперечном направлении, $f_{jk}^{\perp}(\xi)$ — поправочные множители к бинарным коэффициентам диффузии, учитывающие влияние высших приближений на диффузию в перпендикулярном полю направлении. Коэффициенты $f_{jk}^{\parallel}(\xi)$ вычисляются по тем же формулам, что и $f_{jk}^{\perp}(\xi)$, если в них положить $\omega_j=0$, т. е. Λ_{rs}^{mp*} заменить на Λ_{rs}^{mp} [17].

В первом ненулевом приближении для коэффициентов переноса, поскольку $f_{jk}^{\parallel}(1)=f_{jk}^{\perp}(1)=1$, $\varphi_{jk}^{\wedge}(1)=0$, соотношения Стефана — Максвелла имеют вид

$$\mathbf{d}_j=\frac{x_jm_j}{kT}\sum_{k=1}^{N}\omega_k(c_k-\delta_{jk})\mathbf{b}\times\mathbf{V}_k+\sum_{k=1}^{N}\frac{x_jx_k}{D_{jk}(1)}(\mathbf{V}_k-\mathbf{V}_j)-$$

$$-K_{Tj}^{\parallel}(2)\nabla^{\parallel}\ln T-K_{Tj}^{\perp}(2)\nabla^{\perp}\ln T-K_{Tj}^{\wedge}(2)\mathbf{b}\times\nabla\ln T \tag{3.5}$$

В случае отсутствия магнитного поля соотношения (3.4) переходят в точные соотношения работы [17], а соотношения (3.5) — в приближенные соотношения Стефана — Максвелла [18, 21] (с учетом связи между коэффициентами термодиффузии $D_i^T(\xi)$ и термодиффузионными отношениями $K_{Tj}(\xi)$ [17, 18]).

При наличии магнитного поля $f_{jk}^{\parallel}(\xi)\neq f_{jk}^{\perp}(\xi)$ $(\xi\geqslant 2)$, т. е. анизотропия коэффициентов диффузии в продольном и перпендикулярном полю направлениях проявляется при учете второго и более высоких приближений.

В связи с рассмотренными здесь вопросами остановимся на результатах работ [22, 23]. Полученные в [22] формулы для поперечных коэффициентов переноса $\lambda^{\wedge}(2)$ и $K_{Ti}^{\wedge}(2)$ неверны, так как, согласно [22], эти коэффициенты не обращаются

в нуль при $\mathbf{B}=0$. Соответственно формулы [22] для этих коэффициентов во втором приближении не согласуются с настоящими результатами и результатами [8] (так, в [22] получено, что $K_{Ti}^{\perp}(2)=K_{Ti}\hat{}(2)$, а это очевидно неверно). Неверны полученные в [22, 23] соотношения Стефана – Максвелла во втором приближении для диффузионных потоков в магнитном поле. В частности, в соотношениях для ортогональных проекций диффузионных скоростей $\mathbf{W}_{j\perp}$ отсутствуют слагаемые $K_{Ti}\hat{}\mathbf{b}\times\nabla \ln T$, учитывающие термодиффузию в поперечном направлении. Неверны также соотношения для векторов $\mathbf{W}_i\hat{}=\mathbf{b}\times\mathbf{W}_i$, так как эти соотношения должны быть следствием соотношений для $\mathbf{W}_{i\perp}$, а согласно [22, 23] они таковыми не являются. Отмеченные ошибки работ [22, 23] вызваны неправильным разложением векторов на составляющие, параллельные и ортогональные полю. Результаты работы [23] по анализу амбиполярной диффузии в атмосфере Земли, полученные на основе уравнений переноса [22], требуют пересмотра.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чепмен С., Каулинг Т.* Математическая теория неоднородных газов. М.: Изд-во иностр. лит. 1960. 510 с.
2. *Landshoff R.* Transport phenomena in a completely ionized gas in presence of magnetic field.– Phys. Rev., 1949, v. 76, p. 904; 1951, v. 82, p. 442.
3. *Marshall W.* The kinetic theory of an ionized gas. Pt 3.– In: Atomic Energy Res. Establ., 1960, № T/R, 2419. 96 p.
4. *Брагинский С. И.* Явления переноса в полностью ионизованной двухтемпературной плазме.– ЖЭТФ, 1957, т. 33, № 2, с. 459–472.
5. *Стаханов И. П, Степанов А. С.* Уравнения переноса для трехкомпонентной плазмы в магнитном поле.– Журн. техн. физ., 1964, т. 34, № 3, с. 399–409.
6. *Бисноватый-Коган Г. С.* Перенос тепла и диффузия в частично ионизованной двухтемпературной плазме.– ПМТФ, 1964, № 3, с. 43–51.
7. *Chmieleski R. M., Ferziger J. H.* Transport properties of a non-equilibrium partially ionized gas in a magnetic field.– Phys. Fluids, 1967, v. 10, № 12, p. 2520–2530.
8. *Жданов В. М.* Явления переноса в многокомпонентной плазме. М.: Энергоиздат, 1982, 177 с.
9. *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
10. *Колесников А. Ф.* Уравнения движения многокомпонентной частично ионизованной двухтемпературной смеси газов в электромагнитном поле с коэффициентами переноса в высших приближениях.– Отчет Ин-та механики МГУ, М.: Изд-во МГУ, 1974, № 1556. 49 с.
11. *Devoto R. S.* Transport properties of ionized monatomic gases.– Phys. Fluids, 1966, v. 9, № 6, p. 1230–1240.
12. *Capitelly M., Devoto R. S.* Transport coefficients of high – temperature nitrogen.– Phys. Fluids, 1973, v. 16, № 11, p. 1835–1841.
13. *Соколова И. А.* Коэффициенты переноса воздуха в области температур от 3000 до 25 000 К и давлений 0,1, 1, 10, 100 атм.– ПМТФ, 1973, № 2, с. 80–90.
14. *Митчнер М., Кругер Ч.* Частично ионизованные газы. М.: Мир, 1976. 496 с.
15. *Коган М. Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
16. *Muckenfuss C., Curtiss C. F.* Thermal conductivity of multicomponent gas mixtures.– J. Chem. Phys., 1958, v. 29, № 6, p. 1273–1277.
17. *Колесников А. Ф., Тирский Г. А.* Уравнения гидродинамики для частично ионизованных многокомпонентных смесей газов с коэффициентами переноса в высших приближениях.– В кн.: Молекул. газодинамика. Сб. докл. 5-й Всес. конф. по динамике разреженных газов и молекулярной газодинамики. 1978, Сектор механики неоднородных сред. М.: Наука, 1982, с. 20–44.
18. *Колесников А. Ф., Тирский Г. А.* Гидродинамические уравнения и уравнения переноса для ионизированных многокомпонентных двухтемпературных смесей газов.– В кн.: Модели в мех. сплош. среды. Сб. обзорн. докл. 5-ой Всесоюз. школы по моделям механики сплош. среды. Рига, 1979. Новосибирск, 1979, с. 114–134.
19. *Силин В. П.* Введение в кинетическую теорию газов. М.: Наука, 1971. 331 с.
20. *Колесников А. Ф.* Уравнения переноса для высокотемпературных ионизованных смесей газов в электромагнитных полях.– Научн. тр. ин-та механики МГУ, 1975, № 39, с. 39–51.
21. *Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
22. *Колесниченко А. В.* Соотношения Стефана – Максвелла и поток тепла в высших приближениях коэффициентов переноса для многокомпонентных ионизованных смесей газов в магнитном поле. Препринт Ин-та прикл. математики им. М. В. Келдыша, вып. 14, 1982.
23. *Колесниченко А. В., Маров М. Я.* О высших приближениях к коэффициентам диффузии в смеси нейтральных и заряженных частиц в магнитном поле. Препринт Ин-та прикл. математики им. М. В. Келдыша, вып. 142, 1982.

Москва

Поступила в редакцию
1.VII.1983