

УДК 533.6.011:537.3

## ПРОСТЫЕ ВОЛНЫ В «ГАЗЕ» НЕСТАЛКИВАЮЩИХСЯ ПОЛЯРИЗУЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

ВАРТАНЯН А. А., ГОГОСОВ В. В., НАЛЕТОВА В. А., ШАПОШНИКОВА Г. А.

Изучаются новые явления, возникающие при движении дисперсных поляризующихся сред с неравными друг другу диэлектрическими проницаемостями дисперсионной (несущей) и диспергированной фаз в электромагнитных полях.

Рассматриваемые явления обусловлены взаимодействием нестакивающихся с другом частиц, вызываемым искажением внешнего электрического поля. Это искажение связано с неоднородностью распределения частиц в пространстве. В результате появляется сила, действующая на частицы. Движение частиц под действием этой силы приводит к перераспределению концентрации частиц, а следовательно, и электрического поля, изменению силы и т. д. [1, 2]. Гидродинамика и электродинамика в дисперсной среде являются самосогласованными. Система уравнений, описывающая поведение таких сред, выводилась в [3]. Показано, что для вычисления силы в первом, отличном от нуля приближении по объемной концентрации частиц  $\Gamma$ , действующей на частицы, необходимо в формуле для диэлектрической проницаемости смеси учитывать слагаемое второго порядка малости по  $\Gamma$ . Пренебрежение этим слагаемым может привести к существенной ошибке в выражении для силы, вплоть до изменения направления действия силы.

Исследуется распространение простых волн в среде, состоящей из поляризующихся частиц, движущихся в вакууме при наличии электромагнитного поля. Примерами таких сред являются облака распыленных капель, взвеси пудр, порошков и других твердых частиц в условиях невесомости и т. д. Найдены скорости распространения простых волн, распределение определяющих параметров в волне. Указана случаи, когда простые волны не существуют.

Выписаны критерии, когда в простых волнах, в которых концентрация частиц возрастает (волны сжатия) или убывает (волны разрежения), происходит укручение фронта волны. При этом задние частицы догоняют передние, так что возникает многопотоковое течение: в одной и той же точке имеются потоки частиц, движущиеся с различными скоростями. На примере двух движущихся друг относительно друга потоков поляризующихся частиц в электрическом поле показано, что такое движение может быть неустойчиво.

Показано, что центрированные волны могут быть волнами как разрежения, так и сжатия. Решена задача об отражении центрированной волны разрежения от твердой стенки.

**1. Определяющие уравнения.** Движение нестакивающихся поляризующихся частиц в вакууме в отсутствие сил тяжести в электрическом поле в электрогидродинамическом приближении описывается уравнениями [3]

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{v} \Gamma = 0, \quad \rho^0 = \text{const} \quad (1.1)$$

$$\rho^0 \Gamma \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{f} = \Gamma \nabla \left( \epsilon_\Gamma \frac{E^2}{8\pi} \right), \quad \epsilon_\Gamma = \frac{d\epsilon}{d\Gamma} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho^0 \Gamma \left( U_0 + \frac{v^2}{2} \right) + \epsilon \frac{E^2}{8\pi} \right] &= -\operatorname{div} \left[ \rho^0 \Gamma \mathbf{v} \left( U_0 + \frac{v^2}{2} \right) - \Gamma \mathbf{v} \epsilon_\Gamma \frac{E^2}{8\pi} \right] + \\ &+ \frac{\mathbf{E}}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad U_0 = c_v T \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \epsilon = \epsilon(\Gamma) \quad (1.4)$$

Здесь  $\rho^\circ$ ,  $\Gamma$ ,  $\mathbf{v}$  — истинная плотность, объемная концентрация и скорость движения частиц,  $U_0$  — внутренняя энергия единицы массы вещества частиц в отсутствие электрического поля,  $c_v$  — удельная теплоемкость вещества частиц при постоянном объеме,  $T$  — температура,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость рассматриваемой смеси,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$  — напряженность электрического поля и электрическая индукция. Сила  $\mathbf{f}$ , действующая на нестакивающиеся частицы, связана с неоднородностью электрического поля и поляризацией частиц. В отсутствие электрического поля частицы не взаимодействуют друг с другом и покоятся или движутся равномерно и прямолинейно. С учетом (1.1), (1.2), (1.4) уравнение энергии (1.3) может быть преобразовано к виду  $dT/dt=0$ . Это равенство означает, что воздействие электромагнитного поля на частицы и движение частиц не меняет их температуру.

**2. Простые волны.** Рассмотрим одномерное нестационарное движение частиц, когда все величины зависят только от координаты  $x$  и времени  $t$ .

В одномерном случае сила, действующая на частицы со стороны электромагнитного поля, с учетом уравнений Максвелла (1.4) равна

$$f = \Gamma \frac{d}{dx} \left( \epsilon_\Gamma \frac{E^2}{8\pi} \right) = -\xi \Gamma \frac{d\Gamma}{dx}, \quad \xi = \frac{1}{4\pi} \left[ \epsilon_\Gamma^2 \frac{D_x^2}{\epsilon^3} - \epsilon_{\Gamma\Gamma} \frac{E^2}{2} \right]$$

$$D_x = \text{const}, \quad E_y = \text{const}, \quad E_z = \text{const}, \quad \epsilon_{\Gamma\Gamma} = d^2\epsilon/d\Gamma^2$$

Из формулы следует, что в зависимости от значений параметров  $\epsilon_\Gamma$ ,  $\epsilon_{\Gamma\Gamma}$ ,  $D_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  знак  $\xi$  может быть любым.

Уравнение неразрывности (1.1) и проекция уравнения (1.2) на ось  $x$  при  $\xi > 0$  имеют вид, аналогичный соответствующим уравнениям газовой динамики, когда температура газа постоянна, со сложной зависимостью давления от  $\Gamma$ :  $p = \xi \Gamma d\Gamma$ .

Для нахождения решений системы уравнений (1.1)–(1.4) в виде простой волны, когда все величины зависят от некоторой функции  $\varphi(x, t)$ , получим

$$\begin{aligned} -a \frac{d\Gamma}{d\varphi} + \Gamma \frac{dv_x}{d\varphi} &= 0, & a \frac{dv_y}{d\varphi} &= 0, & a \frac{dv_z}{d\varphi} &= 0 \\ -a\rho^\circ \frac{dv_x}{d\varphi} + \xi \frac{d\Gamma}{d\varphi} &= 0, & a \frac{dT}{d\varphi} &= 0 \\ \frac{dD_x}{d\varphi} &= 0, & \frac{dE_y}{d\varphi} &= 0, & \frac{dE_z}{d\varphi} &= 0, & \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} \\ a = \frac{dx}{dt} - v_x, \quad \frac{dx}{dt} &= -\frac{\varphi_t'}{\varphi_x'}, & \varphi_t' &= \frac{\partial \varphi}{\partial t}, & \varphi_x' &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} \neq 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Для существования нетривиального решения системы (2.1) необходимо, чтобы определитель, составленный из коэффициентов при производных, равнялся нулю. Возможны два случая

$$a=0: \quad \frac{d\Gamma}{d\varphi} = \frac{dv_x}{d\varphi} = \frac{dD_x}{d\varphi} = \frac{dE_y}{d\varphi} = \frac{dE_z}{d\varphi} = 0$$

В такой волне, распространяющейся со скоростью частиц вдоль оси  $x$ ,  $T$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  — произвольные функции  $\varphi$

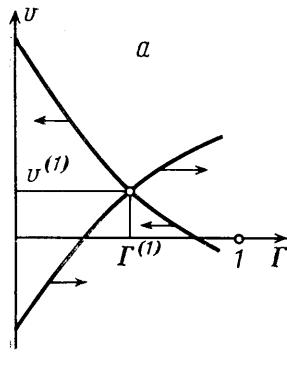
$$a \neq 0: \quad a^2 = \frac{\Gamma \xi}{\rho^\circ}, \quad \lambda = \frac{dx}{dt} = a + v_x \tag{2.2}$$

При  $\xi > 0$  величина  $a$  совпадает со скоростью распространения малых возмущений по газу поляризующихся частиц в электрическом поле в направлении оси  $x$ . В такой волне величины  $v_y$ ,  $v_z$ ,  $D_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  постоянны.

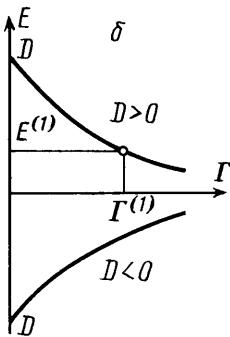
Будем считать для определенности, что  $v_y=v_z=0$ , а индекс  $x$  у  $v_x$  опустим. Из первого уравнения (2.1) с учетом (2.2) следует связь величин  $v$  и  $\Gamma$  в простой волне

$$v=v^{(1)} \pm \int_{\Gamma^{(1)}}^{\Gamma} \sqrt{\frac{\xi/\Gamma}{\rho^o}} d\Gamma \quad (2.3)$$

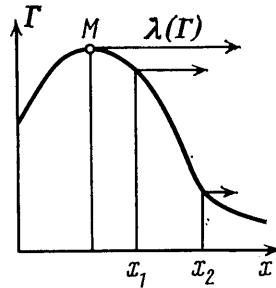
Здесь плюс и минус соответствуют волнам, идущим относительно среды в положительном (вправо) и в отрицательном (влево) направлениях оси  $x$  соответственно. Индексом 1 в скобках обозначены параметры среды, по которой распространяется волна. При  $\xi < 0$  малые возмущения и простые волны в среде не распространяются.



Фиг. 1



Фиг. 2



Отметим, что знак параметра  $\xi$  существенно зависит от знака  $\varepsilon_{\Gamma\Gamma}$  — второй производной от  $\varepsilon$  по  $\Gamma$ . При  $\varepsilon_{\Gamma\Gamma} > 0$  существуют направления электрического поля  $E$  (например, перпендикулярное оси  $x$ , когда  $D_x = 0$ ), такие, что параметр  $\xi < 0$ . При этом простых волн не существует, система уравнений (1.1)–(1.4) становится негиперболической, а равномерное распределение поляризующихся частиц в однородном электрическом поле является неустойчивым. При  $\varepsilon_{\Gamma\Gamma} < 0$  всегда  $\xi > 0$  и простые волны могут распространяться при любом по отношению к оси  $x$  направлении вектора  $E$ , однако скорости распространения и связь величин в волнах существенным образом зависят от угла между направлением оси  $x$  и вектором  $E$ .

Далее везде предполагается, что  $\varepsilon_{\Gamma\Gamma} < 0$ .

График зависимости  $v$  от  $\Gamma$  в простой волне приведен на фиг. 1, а. В волне, идущей вправо, всегда  $dv/d\Gamma > 0$ , в волне, идущей влево,  $dv/d\Gamma < 0$ . Для определенности на фиг. 1, а изображен случай, когда  $\Gamma\xi' - \xi < 0$ , что выполняется всегда при достаточно малых концентрациях. При этом в волне, идущей вправо,  $d^2v/d\Gamma^2 < 0$ , а в волне, идущей влево,  $d^2v/d\Gamma^2 > 0$ . Стрелками указано направление распространения волны. На фиг. 1, б приведен график зависимости проекции электрического поля на ось  $x$  в волне от  $\Gamma$ , описываемой формулой  $\varepsilon E_x = D_x$  при  $\varepsilon_{\Gamma} > 0$ ,  $\varepsilon_{\Gamma}^2/\varepsilon - \varepsilon_{\Gamma\Gamma}/2 > 0$ .

Из уравнений (2.3) и (2.2) вычисляется  $\lambda = \lambda(\Gamma)$ . Интегрируя второе уравнение (2.2), получим

$$x = \lambda(\Gamma) t + F(\Gamma) \quad (2.4)$$

Здесь  $F(\Gamma)$  — произвольная функция объемной концентрации  $\Gamma$ .

Рассмотрим для определенности распространение вправо возмущения, имеющего профиль  $\Gamma$ , изображенный на фиг. 2;  $M$  — точка максимума. Из уравнений (2.2) и (2.3) следует, что характер распространения возмущения зависит от вида функции  $\psi(\Gamma) = 3\xi + \Gamma\xi'$ , т. е. от вида функции  $\varepsilon = \varepsilon(\Gamma)$ , а также от величин  $D_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ , которые в волне сохраняются.

В случае  $\psi(\Gamma) > 0$  для  $0 < \Gamma < 1$  в волне, идущей вправо, величина  $d\lambda/d\Gamma > 0$ , т. е. скорость  $\lambda$  растет с ростом  $\Gamma$ . Таким образом, область профиля  $\Gamma$ , в которой  $d\Gamma/dx > 0$  (слева от точки  $M$ ), будет становиться более пологой, а область, где  $d\Gamma/dx < 0$  (справа от точки  $M$ ), — более крутой. Частицы, находящиеся в точке с координатами  $x_1$ , будут догонять частицы, находящиеся в точке с координатами  $x_2$ ,  $x_1 < x_2$ ,  $\Gamma(x_1) > \Gamma(x_2)$  (фиг. 2), так что в некоторый момент времени волна «сжатия» «опрокидывается»: одному и тому же значению координаты  $x$  могут соответствовать несколько значений концентрации  $\Gamma$ .

В газовой динамике такая ситуация приводит к образованию ударной волны. В случае движения несталкивающихся частиц неоднозначность  $\Gamma$  соответствует образованию нескольких потоков частиц, движущихся с разными скоростями.

В случае  $\psi(\Gamma) < 0$  для  $0 < \Gamma < 1$  будут опрокидываться простые волны, в которых концентрация  $\Gamma$  убывает, — волны «разрежения». В случае  $\psi(\Gamma) = 0$  для  $0 < \Gamma < 1$  любой профиль распространяется, не деформируясь. При этом соотношение  $\psi(\Gamma) = 0$  является дифференциальным уравнением для определения вида функции  $\varepsilon(\Gamma)$  при заданных  $D_x, E_y, E_z$ .

Более сложная ситуация возникает, когда функция  $\psi(\Gamma)$  может менять знак на интервале  $0 < \Gamma < 1$ . При этом в волне могут опрокидываться как участки сжатия, так и участки разрежения. Если при этом  $\psi(\Gamma)$  является монотонно убывающей функцией  $\Gamma$ ,  $\psi'_\Gamma < 0$ , то опрокидывание простых волн сжатия или разрежения определяется объемной концентрацией среды  $\Gamma^{(1)}$ , по которой распространяется волна. В случае  $\psi(\Gamma^{(1)}) > 0$  всегда существует участок профиля волны сжатия, который опрокидывается; волны разрежения не опрокидываются. При  $\psi(\Gamma^{(1)}) < 0$  всегда существует участок профиля волны разрежения, который опрокидывается; волны сжатия не опрокидываются.

**3. Исследование устойчивости двух потоков частиц, движущихся с разными скоростями.** Движение двух потоков одинаковых поляризующихся частиц с разными объемными концентрациями  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  и разными скоростями  $v_1$  и  $v_2$  в электрическом поле в одномерном случае описывается системой уравнений [3]

$$\frac{\partial \Gamma_i}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_i v_{ix}}{\partial x} = 0, \quad i=1, 2, \rho^\circ = \text{const} \quad (3.1)$$

$$\rho^\circ \left[ \frac{\partial v_{ix}}{\partial t} + v_{ix} \frac{\partial v_{ix}}{\partial x} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\varepsilon_{\Gamma_i} E^2}{8\pi}, \quad i=1, 2 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \varepsilon E_x = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon(\Gamma_1 + \Gamma_2) \quad (3.3)$$

Частным решением этой системы уравнений является движение потоков частиц с постоянными, в общем случае не равными друг другу скоростями  $v_{10}$  и  $v_{20}$  и объемными концентрациями  $\Gamma_{10}$  и  $\Gamma_{20}$  в постоянном электрическом поле  $E_0$  — невозмущенное состояние. Для исследования устойчивости такого движения линеаризуем систему уравнений (3.1) — (3.3) относительно параметров невозмущенного состояния. Будем искать решение линеаризованной системы в виде

$$A' = A^\circ \exp\{(kx - \omega t)i\}, \quad A = \Gamma_1, \Gamma_2, v_{1x}, v_{2x}, E_x \quad (3.4)$$

Из условия существования нетривиального решения системы уравнений для определения амплитуд  $\Gamma_1^\circ, \Gamma_2^\circ, v_{1x}^\circ, v_{2x}^\circ, E_x^\circ$  следует дисперсионное уравнение (без ограничения общности выбирается система координат, в которой  $v_{10}=0$ ;  $a_0$  — скорость распространения малых возмущений по не-

возмущенному состоянию,  $\xi_0 > 0$ )

$$\gamma^4 - 2\gamma^3 v_{20} + \gamma^2 [v_{20}^2 - b(\Gamma_{10} + \Gamma_{20})] + 2\Gamma_{10} b v_{20} \gamma - b \Gamma_{10} v_{20}^2 = 0, \quad \gamma = \frac{\omega}{k},$$

$$b = \frac{\xi_0}{\rho^0} = \frac{a_0^2}{\Gamma_{10} + \Gamma_{20}}, \quad v_{20} = v_{20x} \quad (3.5)$$

При  $\Gamma_{10} = \Gamma_{20} = \Gamma_0$  уравнение (3.5) имеет следующие корни:

$$\gamma_{1,2} = \frac{v_{20}}{2} \pm \sqrt{\frac{v_{20}^2}{4} + b\Gamma_0 - \sqrt{b\Gamma_0 v_{20}^2 + b^2 \Gamma_0^2}} \quad (3.6)$$

$$\gamma_{3,4} = \frac{v_{20}}{2} \pm \sqrt{\frac{v_{20}^2}{4} + b\Gamma_0 + \sqrt{b\Gamma_0 v_{20}^2 + b^2 \Gamma_0^2}}$$

В случае  $\xi_0 > 0$  при  $v_{20} < \sqrt{8b\Gamma_0} = 2a_0$  корни  $\gamma_{1,2}$  комплексные и движение друг относительно друга двух потоков поляризующихся частиц с одинаковыми значениями  $\Gamma$  неустойчиво. При действительных  $k$  скорость распространения нарастающего возмущения равна  $\operatorname{Re} \gamma_{1,2} = v_{20}/2 \neq 0$  и неустойчивость имеет конвективный характер. Таким образом, образующееся при опрокидывании простой волны движение может быть неустойчивым и переходит в другой тип течения (например, в ударную волну).

Далее рассматривается случай, когда либо функция  $\psi(\Gamma)$  не меняет знак на интервале  $0 < \Gamma < 1$ , либо  $\psi' < 0$ .

**4. Центрированные волны.** Полагая в формуле (2.4) функцию  $F(\Gamma) = -0$ , получим уравнение, связывающее  $\Gamma$  с отношением  $x/t$  (функция  $\lambda(\Gamma)$  определяется формулами (2.2) и (2.3)),  $x/t = \lambda(\Gamma)$ , которое совместно с (2.3) дает зависимость  $v$  и  $\Gamma$  от  $x/t$ . Дифференцируя это уравнение по  $x$ , получим  $t\partial\Gamma/\partial x d\lambda/d\Gamma = 1$ . Отсюда следует, что при  $3\xi + \Gamma\xi'_\Gamma > 0$  для центрированной волны, идущей вправо, когда  $d\lambda/d\Gamma > 0$  (влево —  $d\lambda/d\Gamma < 0$ ), производная  $\partial\Gamma/\partial x > 0$  ( $\partial\Gamma/\partial x < 0$ ). Это означает, что концентрация  $\Gamma$  в волне убывает, так что в случае  $3\xi + \Gamma\xi'_\Gamma > 0$  центрированные волны являются волнами разрежения. В случае  $3\xi + \Gamma\xi'_\Gamma < 0$  центрированные волны являются волнами сжатия.

Используя уравнения (2.1), можно получить

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{a}{\Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial x} = -\frac{D_x}{\epsilon^2} \frac{\partial \epsilon}{\partial x}, \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \epsilon_\Gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial x} \quad (4.1)$$

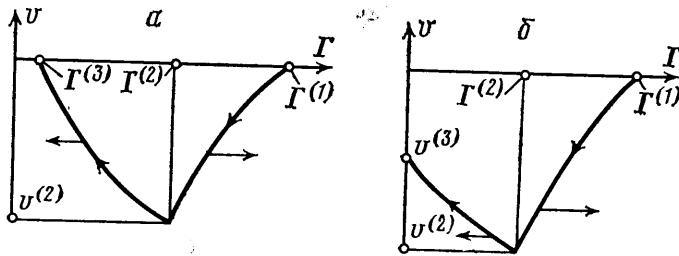
При  $\epsilon_\Gamma > 0$ ,  $3\xi + \Gamma\xi'_\Gamma > 0$  из (4.1) следует, что в волне разрежения, идущей вправо (влево), скорость убывает (возрастает), диэлектрическая проницаемость убывает (убывает), абсолютная величина электрического поля возрастает (возрастает)

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} &> 0, & \frac{\partial \epsilon}{\partial x} &> 0, & \frac{\partial |E|}{\partial x} &< 0 & (a > 0) \\ \frac{\partial v}{\partial x} &> 0, & \frac{\partial \epsilon}{\partial x} &< 0, & \frac{\partial |E|}{\partial x} &> 0 & (a < 0) \end{aligned}$$

При  $\epsilon_\Gamma > 0$ ,  $3\xi + \Gamma\xi'_\Gamma < 0$  из (4.1) следует, что в волне сжатия скорость, диэлектрическая проницаемость, абсолютная величина электрического поля ведут себя противоположным образом по сравнению с поведением этих параметров в волне разрежения.

Связь величин  $v$  и  $E_x$  с  $\Gamma$  в центрированной волне разрежения (сжатия) при  $\Gamma\xi'_\Gamma - \xi < 0$  качественно описывается частью кривых, расположенных левее (правее) точек  $\Gamma^{(1)} v^{(1)}$  и  $\Gamma^{(1)} E_x^{(1)}$  на фиг. 1, а и б. С помощью центрированной волны можно построить решение задачи об истечении в вакуум газа поляризующихся частиц [2].

**5. Отражение простой волны разрежения от твердой стенки.** Рассмотрим движение простой волны разрежения,  $3\xi + \Gamma \xi' > 0$ , распространяющейся вправо и взаимодействующей с твердой стенкой. Для определенности рассматривается случай  $\Gamma \xi' - \xi < 0$ . Скорость частиц в такой волне убывает от нулевого значения перед волной (состояние (1)) до некоторого отрицательного значения  $v^{(2)}$  за волной (состояние (2)), частицы в волне движутся влево (фиг. 3, а). В момент взаимодействия волны со стенкой возникает процесс проникновения отраженной волны сквозь падающую волну.



Фиг. 3

Этот процесс не описывается с помощью простых волн, однако, когда проникновение завершается за конечное время, что предполагается, из зоны проникновения влево по состоянию (2) будет распространяться простая волна разрежения. Скорость частиц в отраженной волне возрастает от значения  $v^{(2)}$  до нуля в области, граничащей со стенкой (фиг. 3, а).

Обозначим верхними индексами (1), (2), (3) параметры невозмущенной среды, среды за падающей волной и среды за отраженной волной соответственно. Используя связь (2.3) величин в падающей и отраженной простых волнах, а также условие того, что в областях (1), (3), граничащих со стенкой, среда покоятся,  $v^{(1)} = v^{(3)} = 0$ , можно получить уравнение для определения  $\Gamma^{(3)}$

$$\int_{\Gamma^{(1)}}^{\Gamma^{(2)}} \sqrt{\frac{\xi}{\Gamma}} d\Gamma = \int_{\Gamma^{(2)}}^{\Gamma^{(3)}} \sqrt{\frac{\xi}{\Gamma}} d\Gamma \quad (5.1)$$

Очевидно, что концентрация  $\Gamma^{(3)}$  за отраженной простой волной меньше, чем значение  $\Gamma^{(1)}$  перед падающей волной (фиг. 3, а). В случае, когда решения уравнения (5.1) не существует, между задним фронтом отраженной волны и стенкой имеется область вакуума. Скорость  $v^{(3)}$  заднего фронта отошедшей простой волны, за которым возникает вакуум,  $v^{(3)} \neq 0$  (фиг. 3, б), вычисляется по формуле

$$v^{(3)} = v^{(2)} + \int_0^{\Gamma^{(2)}} \sqrt{\frac{\xi}{\Gamma \rho^0}} d\Gamma = \int_{\Gamma^{(1)}}^{\Gamma^{(2)}} \sqrt{\frac{\xi}{\rho^0 \Gamma}} d\Gamma + \int_0^{\Gamma^{(2)}} \sqrt{\frac{\xi}{\rho^0 \Gamma}} d\Gamma < 0 \quad (5.2)$$

Из неравенства (5.2) следует, что зона отрыва «газа» частиц увеличивается со временем (задний фронт простой волны удаляется от стенки).

**6. Малые концентрации частиц.** В случае малых концентраций  $\Gamma$  выражение для силы  $f$  можно записать с точностью до слагаемых порядка  $\Gamma^2 d\Gamma/dx$  в виде

$$f = -\xi^0 \Gamma \frac{d\Gamma}{dx}, \quad \xi^0 = \frac{1}{4\pi} \left[ (\epsilon_g^0)^2 D_s^2 - \epsilon_{gg}^0 \frac{E^2}{2} \right] \quad (6.1)$$

Здесь  $\epsilon_g^0$  и  $\epsilon_{gg}^0$  — значения производных от диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  в нуле, т. е. соответствующие коэффициенты, возникающие при разложении  $\epsilon$  в ряд Тейлора по  $\Gamma$ .

Таким образом, для вычисления силы  $f$  в первом не равном нулю при-

ближении по  $\Gamma$  (с точностью до слагаемых порядка  $\Gamma^2 d\Gamma/dx$ ) необходимо в формуле для диэлектрической проницаемости учитывать слагаемые второго порядка малости по  $\Gamma$ . Пренебрежение слагаемым  $\epsilon_{rr} \Gamma^2/2$  в формуле для  $\epsilon$  может привести к существенной ошибке в выражении для силы  $f$ , вплоть до изменения ее направления.

В рассматриваемом случае связь величин в простой волне (2.3) упрощается

$$v = v^{(1)} \pm 2 \sqrt{\frac{\xi^o}{\rho^o}} (\sqrt{\Gamma} - \sqrt{\Gamma^{(1)}}) \quad (6.2)$$

В рассматриваемом случае выполняется условие  $3\xi + \Gamma \xi_r' > 0$ , при этом опрокидываются простые волны сжатия, а центрированные волны являются волнами разрежения. Кроме того,  $d^2v/d\Gamma^2 < 0$  в простой волне, идущей вправо, и  $d^2v/d\Gamma^2 > 0$  в простой волне, идущей влево.

Формулы (5.1) и (5.2), полученные при решении задачи об отражении простой волны от твердой стенки, после упрощений запишутся соответственно в виде

$$\begin{aligned} \sqrt{\Gamma^{(3)}} &= 2\sqrt{\Gamma^{(2)}} - \sqrt{\Gamma^{(1)}} \\ v^{(3)} &= v^{(2)} + 2 \sqrt{\frac{\xi^o \Gamma^{(2)}}{\rho^o}} = 2 \sqrt{\frac{\xi^o}{\rho^o}} (2\sqrt{\Gamma^{(2)}} - \sqrt{\Gamma^{(1)}}) < 0 \end{aligned}$$

В случае, когда диэлектрическая проницаемость «газа» частиц в вакууме может быть вычислена по формуле Моссоти [4],  $(\epsilon - 1)/(2 + \epsilon) = -\Gamma(\epsilon_p - 1)/(2 + \epsilon_p)$  ( $\epsilon_p$  — диэлектрическая проницаемость вещества частиц), производные  $\epsilon_r > 0$ ,  $\epsilon_{rr} > 0$ : равномерное распределение «газа» диэлектрических частиц в электрическом поле неустойчиво.

Результаты данной работы могут быть перенесены на случай дисперской намагничивающейся среды в магнитном поле с соответствующей заменой во всех формулах  $\epsilon$  на  $\mu$ ,  $E$  на  $H$  и  $D$  на  $B$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гогосов В. В., Налетова В. А., Шапошникова Г. А. Новые эффекты при течении двухфазных сред в электрическом поле.— Докл. АН СССР, 1980, т. 251, № 2, с. 315–319.
2. Gogosov V. V., Naletova V. A., Shaposhnikova G. A. Control of chemical processes by electric and magnetic fields in reduced gravity.— Acta Astronautica, 1981, v. 8, № 5–6, p. 435–447.
3. Гогосов В. В., Налетова В. А., Шапошникова Г. А. Диффузионная и многоскоростная модели двухфазных сред в электрическом поле.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 2, с. 290–300.
4. Felderhof B. U. Cluster expansion for the transport properties of suspensions.— Adv. Colloid. and Interface Sci., 1982, v. 17, p. 21–32.

Москва

Поступила в редакцию  
9.XII.1982: