

УДК 532.529.4;536.25

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫЙ ДРЕЙФ ПУЗЫРЬКА ВОЗДУХА В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ — ШОУ

БРАТУХИН Ю. К., ЗУЕВ А. Л.

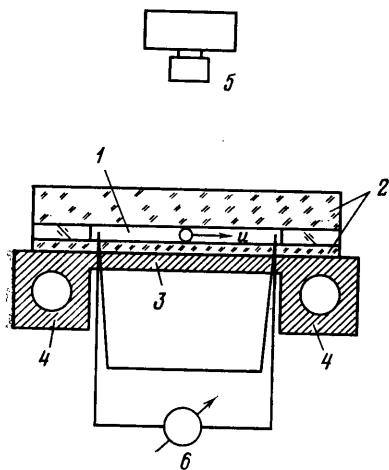
Экспериментально и теоретически изучено движение пузырька воздуха, обусловленное термокапиллярным эффектом, в тонком горизонтальном слое жидкости, сверху и снизу ограниченном твердыми поверхностями. Зависимость скорости термокапиллярного дрейфа пузырька от его радиуса имеет три характерные области, соответствующие различным значениям отношения размера пузырька к толщине слоя жидкости. Результаты теоретического решения задачи для каждой из трех областей сравниваются с экспериментальными.

На поверхности пузырька воздуха, помещенного в неравномерно нагретую жидкость, возникают касательные напряжения, связанные с зависимостью коэффициента поверхностного натяжения от температуры. Эти напряжения вызывают термокапиллярную конвекцию внутри и вне пузырька и, как следствие, движение его в целом. При отсутствии силы тяжести такой пузырек движется по направлению градиента температуры [1].

Экспериментальное исследование термокапиллярного дрейфа пузырьков воздуха затруднено эффектами, связанными с наличием силы тяжести. К ним относятся действие силы Архимеда и гравитационная тепловая конвекция. Скорость поднятия пузырьков за счет Архимедовой силы более чем на порядок превышает скорости термокапиллярного дрейфа. Наличие свободной конвекции искажает траектории движения пузырьков за счет их непосредственного увлечения потоком жидкости. Оба эти эффекта делают наблюдение термокапиллярного дрейфа на Земле практически невозможным, за исключением некоторых особых случаев [2].

В настоящей работе изучается термокапиллярное движение пузырька воздуха в жидкости при наличии силы тяжести в условиях, позволяющих исключить полностью или значительно ослабить влияние обоих перечисленных выше побочных эффектов. Жидкость вместе с находящимся в ней пузырьком помещена в расположенную горизонтально ячейку Хеле — Шоу. В отсутствие градиента температуры такой пузырек неподвижен. При подогреве слоя жидкости сбоку пузырек начинает двигаться за счет термокапиллярных сил. При достаточно малой толщине жидкого слоя ($h=2$ мм) числа Рэлея, определяет пренебречь влиянием возникающего в ячейке адвективного течения, обусловленного термогравитационным механизмом. При этом, однако, придется учитывать влияние на термокапиллярный дрейф эффекта, связанного со взаимодействием движущегося пузырька с близко расположенными стенками полости.

1. Эксперименты проводились в тонком горизонтальном слое жидкости 1, заключенном между двумя параллельными стеклами 2 (фиг. 1). Размеры жидкого слоя составляли $35 \times 35 \times 2$ мм. Нижнее стекло толщиной 1 мм располагалось на металлической пластине 3, в которой создавался однородный горизонтальный градиент температуры с помощью двух теплообменников 4, подключенных к ультратермостатам. Сверху слой был ограничен толстым (1 см) оптическим стеклом, через которое и осуществлялась фотографическая регистрация скорости дрейфа пузырька посредством фотокамеры 5. Небольшая толщина нижней стеклянной прослойки обеспечивала на нижней границе полости условия, близкие к теплопроводным, тогда как верх-

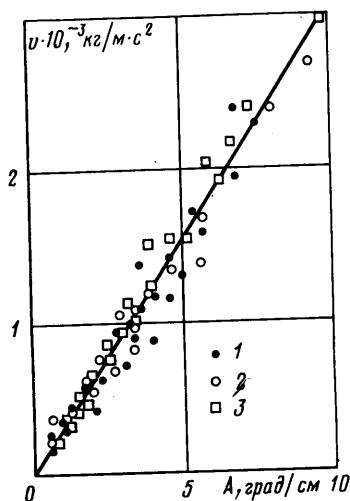


Фиг. 1

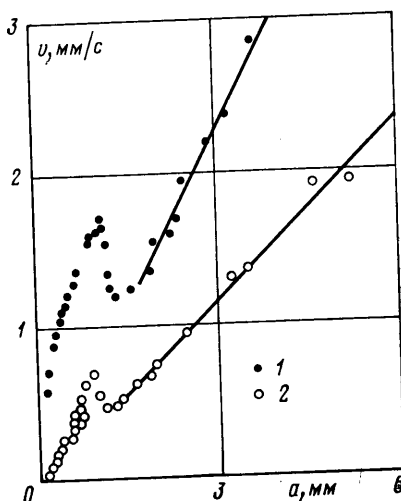
нюю границу можно считать теплоизолированной. Температурные измерения проводились медьконстантановыми термопарами, горячие спаи которых вводились непосредственно в слой жидкости. ЭДС термопары измерялась терморегистратором 6. В отдельных специальных опытах использовалось до 12 термопар, что позволило измерить распределение температуры в слое по горизонтали и вертикали.

Измерения показали, что температура в жидкости изменялась с горизонтальной координатой по линейному закону. Неоднородность температуры по вертикали в средней части полости, где и производились измерения скорости дрейфа пузырька, не превышала 10% от горизонтального градиента температуры. В основных опытах по определению скорости дрейфа температурная регистрация обеспечивалась одной дифференциальной термопарой, расположенной в среднем по высоте горизонтальном сечении полости.

Пузырек воздуха, специально оставляемый в модели после ее заполнения рабочей жидкостью, располагался под нижней поверхностью верхнего стекла. Пузырьки малых размеров ($a \leq 1$ мм — меньше капиллярного радиуса) сохраняют свою сфери-



Фиг. 2



Фиг. 3

ческую форму, несмотря на то, что прижимаются к стеклу архимедовой силой. Пузырьки большего размера ($a \geq 1$ мм) принимают форму круглой таблетки, заключенной между стенками. Модель располагалась с легким наклоном, так, чтобы пузырек находился возле холодной стенки. После установления в жидкости однородного градиента температуры модель возвращалась в горизонтальное положение. Пузырек под действием термокапиллярных сил начинал перемещаться в сторону нагревателя. Скорости движения и размеры пузырьков определялись путем фотографирования модели сверху при импульсном освещении с частотами 0,2–0,02 Гц. Диаметр пузырьков, кроме того, непосредственно измерялся катетометром с точностью отсчета 0,01 мм. Точность установления модели в горизонтальное положение составляла 10^{-4} рад. В качестве рабочих жидкостей использовались этиловый спирт, ацетон, *n*-гептан.

2. Измерения показали, что скорость дрейфа пузырьков постоянна в пределах всей длины полости, достигает величины нескольких миллиметров в секунду и пропорциональна горизонтальному градиенту температуры (фиг. 2). На этом графике по оси ординат отложена скорость дрейфа, отнесенная к радиусу пузырька, деленному на динамическую вязкость ($v_1 = v\eta/a$), что позволило нанести на одну кривую результаты, полученные в опытах с пузырьками разных размеров и в разных жидкостях, значительно отличающихся по вязкости. Символами 1 обозначены точки, полученные в опытах с ацетоном, 2 — с гептаном, 3 — с этиловым спиртом. Все точки относятся только к пузырькам сферической формы, т. е. таким, размеры которых меньше толщины слоя ($a = 0,4-1,0$ мм). Физические параметры жидкостей взяты из таблиц работы [6].

На фиг. 3 представлены результаты исследования зависимости скорости дрейфа от радиуса пузырька при постоянном градиенте температуры, равном 2,5 град/см в опытах с гептаном (символы 1) и этиловым

спиртом (символы 2). Для сферических пузырьков, касающихся только верхней стенки ($2a < h$), скорость растет с увеличением a . Для пузырьков, касающихся обеих стенок полости и принимающих благодаря этому форму круглого цилиндра (или таблетки), что соответствует на графике области, где размер пузырька ненамного больше толщины слоя ($2a \approx h$), наблюдается резкое уменьшение скорости движения с ростом радиуса. Однако по мере дальнейшего увеличения a ($2a \gg h$) скорость дрейфа таких цилиндрических пузырьков вновь начинает возрастать, подчиняясь линейному закону. Прямые линии графика фиг. 3, соответствующие этой области, проведены по экспериментальным точкам методом наименьших квадратов. Таким образом, на фиг. 3 можно четко разделить три различные области зависимости скорости дрейфа от радиуса и формы пузырька, которые, по-видимому, должны соответствовать трем различным механизмам обтекания пузырька и его взаимодействия со стенками. В связи с этим ниже приведено теоретическое рассмотрение задачи.

3. Рассмотрим задачу о термокапиллярном дрейфе воздушного пузырька радиуса a в плоском горизонтальном слое вязкой жидкости, ограниченном твердыми стенками. Верхняя поверхность слоя теплоизолирована, нижняя — теплопроводна, ось z направлена вдоль силы тяжести $\mathbf{g} = g\mathbf{k}$. Вдали от пузыря поддерживается постоянный градиент температуры $\nabla T = A$.

Примем, что плотность ρ и коэффициент динамической вязкости жидкости η постоянны, а коэффициент поверхностного натяжения σ на поверхности пузыря линейно убывает с температурой: $\sigma(T) = \sigma_0 - |\sigma_T'| (T - T_0)$, где $\sigma_T' = d\sigma/dT$. Движение медленное, установившееся; дрейфовая скорость пузыря постоянна; жидкость на бесконечности неподвижна.

Пусть к начальному моменту времени $t=0$ движение уже установилось. Примем для определенности, что пузырь мигрирует в сторону градиента температуры A со скоростью u . Направим ось x (орт \mathbf{i}) декартовой системы координат вдоль вектора A и совместим ее с траекторией центра пузыря. Задачу будем решать в системе отсчета, связанной с дрейфующим пузырем. Температуру будем отсчитывать от невозмущенной температуры точки, в которой находится центр пузыря в данный момент времени (подробнее см. [3]).

Перейдем к безразмерным величинам. Для этого выберем в качестве единицы длины, скорости, давления и температуры соответственно средний радиус пузыря a , $|\sigma_T'| Aa/\eta$, $|\sigma_T'| A$, aA . Тогда при достаточно малом безразмерном параметре $|\sigma_T'| Aa^2/\eta^2$ получим систему уравнений для поля скоростей v , давления p и температуры T в жидкости [3]

$$\nabla p = \Delta v; \quad \nabla v = 0; \quad \Delta T = 0 \quad (3.1)$$

В этом приближении в задачу войдет через граничные условия только один безразмерный контролируемый параметр — толщина слоя h . Безразмерная скорость дрейфа u есть функция этого параметра. Рассмотрим по отдельности три возможные области изменения параметра h : $h \sim 1$, $h \rightarrow 0$, $h \rightarrow \infty$.

a. Размеры слоя сравнимы с размерами пузырька: h порядка 1. Можно считать, что пузырек сжат обеими поверхностями и образует цилиндрическую круглую полость в форме таблетки, радиус которой принят за 1. В такой постановке уравнения (3.1) удобно решать в цилиндрической системе координат (r, φ, z) с центром в середине пузыря $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Нижняя поверхность $z = -h/2$ теплопроводна, верхняя $z = h/2$ и поверхность пузыря $r = 1$ теплоизолированы. Граничные условия сформулируем для температуры, скорости и касательных напряжений

$$r \rightarrow \infty: \quad T = x; \quad v = -ui; \quad z = -h/2: \quad T = x; \quad v = -ui$$

$$z = \frac{h}{2}: \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \quad v = -ui$$

(3.2)

$$r=1: \quad v_r=0; \quad \frac{\partial T}{\partial r}=0; \quad \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - v_\varphi \right) = \frac{\partial T}{\partial \varphi}$$

Аппроксимируя в задаче (3.1), (3.2) зависимость от z с помощью $\cos \kappa_1 z$, $\kappa_1 = \pi/h$ для скорости и $\cos \kappa_2 z$, $\kappa_2 = 3\pi/2h$ для температуры, получим для усредненных по z функций (ср. [4])

$$\begin{aligned} \langle v_r \rangle &= \cos \varphi \left\{ -u + \frac{C_1}{r^2} + C_3 \frac{K_1(\kappa_1 r)}{\kappa_1^2 r} \right\}; \quad v_z = 0 \\ \langle v_\varphi \rangle &= \sin \varphi \left\{ u + \frac{C_1}{r^2} + C_3 \left[K_0(\kappa_1 r) + \frac{K_1(\kappa_1 r)}{\kappa_1 r} \right] \frac{1}{\kappa_1} \right\} \\ \langle T \rangle &= \cos \varphi \{ r + C_2 K_1(\kappa_2 r) \}; \quad p = 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$C_1 = u + \frac{4u - 1 + K_1(\kappa_2) / [K_1(\kappa_2) + \kappa_2 K_0(\kappa_2)]}{\kappa_1^2 + 2\kappa_1 K_0(\kappa_1) / K_1(\kappa_1)}$$

$$C_3 = \frac{1 - 4u + K_1(\kappa_2) / [K_1(\kappa_2) + \kappa_2 K_0(\kappa_2)]}{2K_0(\kappa_1) + \kappa_1 K_1(\kappa_1)}$$

$$C_2 = -\frac{1}{K_1(\kappa_2) + \kappa_2 K_0(\kappa_2)}; \quad \langle \dots \rangle = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \dots dz$$

Здесь $K_n(z)$ — функции Бесселя мнимого аргумента. Условие для нормальных напряжений σ_{rr} на поверхности пузыря учтем интегрально, приравняв горизонтальную силу

$$F_x = \oint \sigma_{rr}|_{r=1} \cos \varphi d\varphi$$

«силе трения» f пузырька о стенки. Для оценки f предположим, что пузырек проскальзывает как шайба между двумя плоскостями. Если допустить, что между ним и поверхностями имеется жидкая прослойка толщиной δ_1 , то величину f можно аппроксимировать формулой $f = ua/\delta_1$, поскольку скорость меняется на u в слое δ_1 (в теории δ_1 — подгоночный параметр). Приравняв вычисленную по формуле (3.3) F_x силе f , получим

$$\begin{aligned} u = \frac{2 + \kappa_2 K_0(\kappa_2) / K_1(\kappa_2)}{1 + \kappa_2 K_0(\kappa_2) / K_1(\kappa_2)} & \left[\left(4 + 2\kappa_1 \frac{K_0(\kappa_1)}{K_1(\kappa_1)} + \frac{\kappa_1^2}{2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{a}{\delta_1 \pi \kappa_1} \left(\frac{K_0(\kappa_1)}{K_1(\kappa_1)} + \frac{\kappa_1}{2} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3.4)$$

б. Пузырь, стиснутый двумя близкими плоскостями, образует тонкий диск единичного радиуса: $h \rightarrow 0$. Можно считать, что жидкость не обтекает пузырь, а просачивается в зазоры между пузырем и стенками. Толщины этих зазоров, слегка различающиеся в меру величины архимедовой силы, будем считать равными δ_2 (в теории δ_2 — подгоночный параметр). Достаточно рассмотреть движение в одном зазоре. Предположим, что движение в слое δ_2 двумерное. Выберем декартову систему координат (z, x) , совместив плоскость стенки с поверхностью $z=0$. Нижняя поверхность пузыря $z = \delta_2/2$. Поверхности $z=0$ и $z = \delta_2$ теплоизолированы, скорость стенки равна $-ui$. Касательные напряжения на поверхности $z = \delta_2$ отсутствуют. В этих предположениях граничные условия таковы

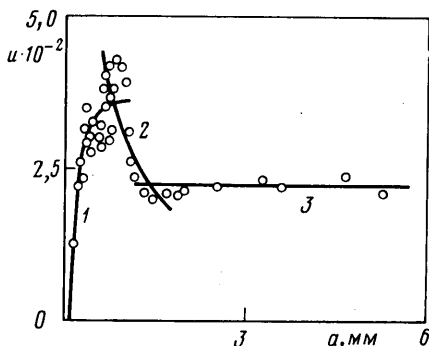
$$z=0: \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \quad \mathbf{v} = -ui; \quad z = \delta_2: \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial x}; \quad \mathbf{v} = 0 \quad (3.5)$$

Решение задачи (3.1), (3.5) (ср. [5]):

$$v_x = -u + z; \quad T = x; \quad u = \delta_2 \quad (3.6)$$

Как и следовало ожидать, безразмерная скорость u не зависит от толщины слоя h .

в. Толщина слоя много больше размеров пузырька: $h \rightarrow \infty$. Можно считать, что пузырек прижимается к поверхности $z=0$ архимедовыми силами, а другая пластина удалена на бесконечность. Примем также, что капиллярная длина больше диаметра пузырька, так что искривлением формы пузыря под действием силы тяжести и вязких напряжений можно пренебречь.



Фиг. 4

В полной постановке задачу решить невозможно, поэтому предположим, что пузырек перекатывается по тонкому жидкому слою толщиной δ_3 , остающемуся между стеклом и пузырем. Его обтекание жидкостью будем считать таким же, как и в работе [3]. Взаимодействие со стенкой, отсутствовавшее в [3], учтем с помощью интегральных условий, введя некоторую эффективную «силу трения» пузырька о стенку.

Будем различать силу «сухого трения» f_1 и силу «вязкого трения» f_2 , которые определим из размерных соображений. Так, при движении пузырька по шероховатой поверхности кривизна пузырька, переваливающегося через бугорок высотой b , слегка изменяется. Это приводит к появлению силы $f_1 = 2\pi\sigma_0 b / |\sigma_T'| A a^2$. Сила вязкого трения $f_2 = u / \delta_3$. В этих формулах b и δ_3 — подгоночные параметры.

Приравняв $f_1 + f_2$ силе вязких напряжений

$$F_x = \oint \sin^2 \theta \cos \varphi \sigma_{rr} d\theta d\varphi$$

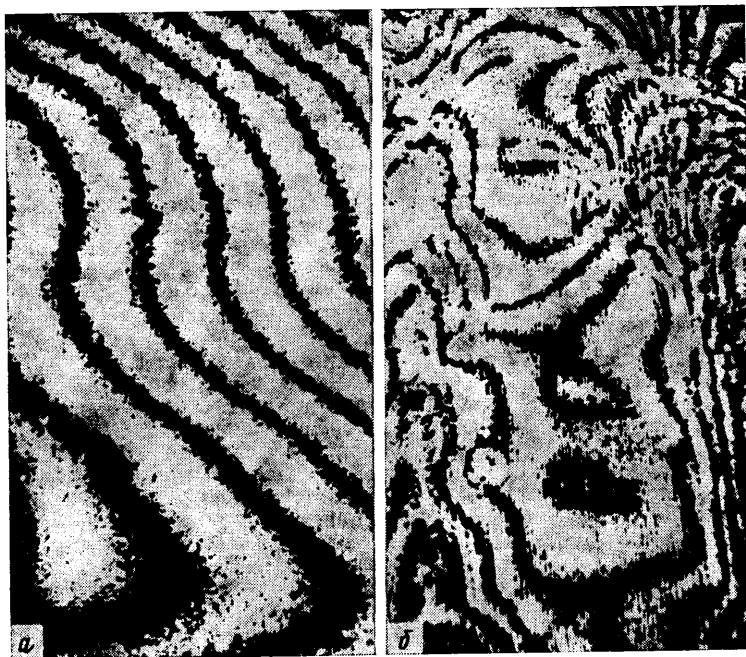
вычисленных по формулам работы [3], получим скорость дрейфа пузырька u

$$u = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\sigma_0 b}{|\sigma_T'| A a^2} \right] \left[1 + \frac{1}{4\pi\delta_3} \right]^{-1} \quad (3.7)$$

На графике фиг. 4 изображены теоретические кривые зависимости безразмерной скорости дрейфа u от радиуса пузыря, построенные по формулам (3.7) (кривая 1, $b = 3,52 \cdot 10^{-5}$ мм, $\delta_3 = 6,40 \cdot 10^{-3}$), (3.4) (кривая 2, $\delta_1 = 0,08$ мм) и (3.6) (кривая 3, $\delta_2 = 2,25 \cdot 10^{-2}$). Эти три кривые описывают наблюдаемые в эксперименте три различных движения пузырьков при $2a \leq h$, $2a \geq h$, $2a \gg h$ соответственно (для сравнения на график в тех же координатах нанесены экспериментальные точки, полученные в опытах с этиловым спиртом). Таким образом, экспериментальные и теоретические результаты хорошо согласуются при соответственном подборе подгоночного параметра.

4. Кроме описанных экспериментов были проведены специальные опыты с целью подтвердить экспериментально предположение о существовании слоя жидкости между пузырьком и поверхностью стекла. Тонкая стеклянная пластинка освещалась параллельным пучком монохроматического света (лазерного) под углом, близким к нормальному. Под пластинкой находилась полость высотой 2 мм, которая могла заполняться жидкостью. Дно и боковые стенки образовавшейся таким образом кюветы были выполнены из зачерненного металла. Если кювета не была заполнена жидкостью (нижняя поверхность стеклянной пластины сухая), то в отраженном свете наблюдалась интерференционная картина — полосы равной толщины, в создании которой принимали участие лучи, отраженные от верхней и нижней поверхностей стекла (фиг. 5, а).

При заполнении полости толуолом (показатель преломления толуола $n=1,496$ близок к показателю преломления стекла) второй из перечисленных отраженных лучей отсутствовал и интерференционная картина пропадала. После этого в жидкость помещался пузырек воздуха, имеющий форму таблетки диаметром 1,0–1,5 см. В месте расположения пузырька вновь появлялась интерференционная картина, которая, однако, отличалась от прежней, так как теперь интерферировали лучи, отраженные от верхней поверхности стекла и от поверхности пленки (границы раздела



Фиг. 5

жидкость — воздух) (фиг. 5, б). Если бы жидкой прослойки не существовало, восстановилась бы первоначальная интерференционная картина для случая, когда под стеклом сухо.

Таким образом, разница в интерференционных картинах, приведенная на фиг. 5, указывает на наличие слоя жидкости между пузырьком воздуха и стенкой ячейки, что и оправдывает модель взаимодействия пузырька со стеклянной стенкой, примененную при теоретическом рассмотрении задачи.

Авторы благодарят В. А. Брискмана за предоставление темы и постоянный интерес к работе, а также А. Ф. Пшеничникова за ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Young N. O., Goldstein J. S., Block M. J. The motion of bubbles in a vertical temperature gradient.— J. Fluid Mech., 1959, v. 6, № 3, p. 350–356.
2. Братухин Ю. К., Брискман В. А., Зуев А. Л., Пшеничников А. Ф., Ривкинд В. Я. Экспериментальное исследование термокапиллярного дрейфа пузырей газа в жидкости.— В кн.: Гидромеханика и теплообмен в невесомости. М.: Наука, 1982, с. 93–109.
3. Братухин Ю. К. Термокапиллярный дрейф капельки вязкой жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 156–161.
4. Siekmann J. On slow motion of a bubble in Hele-Shaw flow subject to horizontal temperature gradient.— J. Acta Mech., 1979, v. 34, № 1–2, p. 39–50.
5. Бирух Р. В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости.— ПМТФ, 1966, № 3, с. 69–72.
6. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.

Пермь

Поступила в редакцию
7.VI.1983