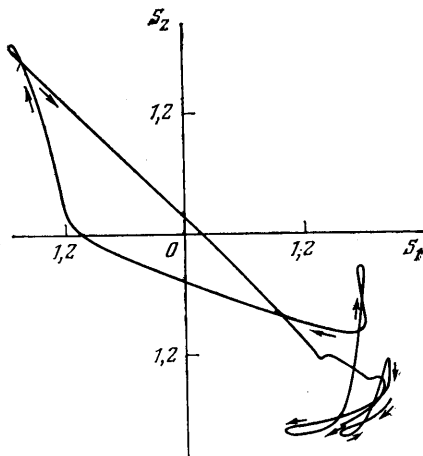


Фиг. 4



Фиг. 5

Другая возможность перехода между колебательными и стационарными движениями реализуется при больших значениях  $G$ . Так, при  $Mg=16000$  области существования обоих типов движений перекрываются в интервале  $1650 < G < 1750$ . На фиг. 3 изображена только граница области существования колебательных режимов (линия 3).

В заключение авторы выражают благодарность Е. М. Жуховицкому за обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Термокапиллярная конвекция в двухслойной системе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 4, с. 158–163.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954. 795 с.
3. Бабский В. Г., Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д. и др. Гидромеханика невесомости. М.: Наука, 1976. 504 с.
4. Возовой Л. П. Конвекция в вертикальном слое с волнистыми границами.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 2, с. 31–35.
5. Кускова Т. В., Чудов Л. А. О приближенных граничных условиях для вихря при расчете течений вязкой несжимаемой жидкости.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 11. М.: ВЦ МГУ, 1968, с. 27–31.
6. Симановский И. Б. Конечно-амплитудная конвекция в двухслойной системе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 5, с. 3–10.

Пермь

Поступила в редакцию  
31.III.1983

УДК 533.6.011.55

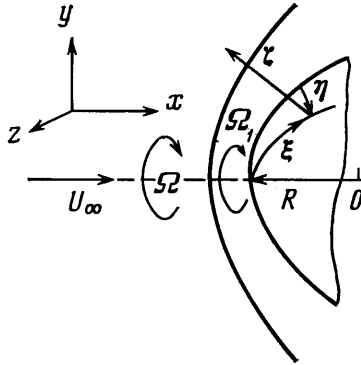
### О ВЛИЯНИИ ВРАЩЕНИЯ ТЕЛА И ВНЕШНЕЙ ЗАВИХРЕННОСТИ НА ТЕПЛОБМЕН ОКОЛО КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

МАРКОВ А. А.

Рассмотрено влияние продольного вихря  $\Omega$  на гиперзвуковой вязкий ударный слой около осесимметричной охлаждаемой поверхности, вращающейся вокруг продольной оси с угловой скоростью  $\Omega_1$ . На основе теории тонкого трехмерного ударного слоя [1, 2] проведено упрощение уравнений вязкого ударного слоя для окрестности точки торможения. Приведены некоторые результаты расчета влияния параметров  $\Omega$ ,  $\Omega_1$  на теплообмен и структуру ударного слоя в случае стационарного течения. Использован итерационный численный метод [1] и предложена модификация, ускоряющая сходимость итераций. Отмечены характерные интервалы изменения параметров  $\Omega$ ,  $\Omega_1$ , зависящие от чисел Маха и Рейнольдса, для которых распределение линий тока в ударном слое имеет качественно различный характер.

Неоднородный внешний поток с продольной скоростью  $U_\infty$  и вихрем  $\Omega$  (фиг. 1), направленный вдоль этой составляющей скорости  $V_\infty = U_\infty + U_{1\infty} + U_{2\infty}$ , моделирует струю из двигателя летательного аппарата и реализуется в некоторых экспериментальных установках при изучении теплообмена при больших скоростях и др. Влияние

такого вихря на параметры гиперзвукового ударного слоя без учета вязкости газа рассматривалось в [3], где получено приближенное решение на основе модели течения с постоянной плотностью около сферы. Отмечалось существование критических значений параметра  $\Omega$ , при которых резко меняются величина отхода ударной волны и характер изменения давления по поверхности тела.



Фиг. 1

Рассмотрим сверхзвуковой поток, натекающий на осесимметричное гладкое тело с кривизной  $K$  в точке торможения (фиг. 1). Пусть  $xyz$  — декартова система координат, причем ось  $x$  является осью симметрии тела. Предполагаем, что в окрестности оси симметрии параметры внешнего потока удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{V}_{\infty}' &= (\Omega, 0, 0), \quad \mathbf{V}_{\infty}' = (u_{\infty}', u_{1\infty}', u_{2\infty}') \\ \rho_{\infty}' &= \text{const}, \quad p_{\infty}' = p_{0\infty}' + (y'^2 + z'^2) \rho_{\infty}' \Omega^2 / 2 \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{V}_{\infty}'$ ,  $\rho_{\infty}'$ ,  $p_{\infty}'$  — вектор скорости, плотность и давление,  $p_{0\infty}'$  — величина давления на оси симметрии, штрих обозначает размерные величины.

Примем в качестве исходной систему уравнений [2] трехмерного вязкого ударного слоя (ВУС), предполагая при этом, что течение стационарно.

В отличие от классических уравнений трехмерного пограничного слоя в исходной системе уравнений продольные градиенты давления  $\partial p / \partial q^i$ ,  $i=1, 2$ , априори неизвестны, изменение давления поперек ударного слоя учитывает все члены в уравнении движения для невязкого течения в проекции на нормаль к поверхности тела. Система уравнений замыкается соотношениями Ренкина — Гюгонио на головной ударной волне и условиями  $u^1 = u^3 = 0$ ;  $u^2 = \Omega_1 \xi \sqrt{g_{22}}$ ;  $h = h_w$  на поверхности тела.

Приняты обозначения работы [2]:  $u(1) = u^1 \sqrt{g_{11}}$ ,  $u(2) = u^2 \sqrt{g_{22}}$ ,  $u(3) = u^3$ ,  $q^1 = \xi$ ,  $q^2 = \eta$ ,  $q^3 = \zeta$ ;  $u(i)$ ,  $u^i$  — соответственно физические и контравариантные составляющие вектора скорости,  $\xi$  — меняется вдоль поверхности тела,  $\zeta$  — по нормали к поверхности,  $\eta$  — угловая координата (фиг. 1).

В окрестности критической точки ищем приближенное решение в виде следующих разложений:

$$u(1) = \xi (u_0''(\zeta) + \dots), \quad u(2) = \xi (w_0''(\zeta) + \dots), \quad u(3) = v_0''(\zeta) + \dots \quad (1)$$

$$p = p_0''(\zeta) + \xi^2 (p_1(\zeta) / 2 + \dots), \quad \rho = \rho_0''(\zeta) + \dots, \quad h = h_0''(\zeta) + \dots \quad (2)$$

В формулах (1), (2) многоточием обозначены величины, стремящиеся к нулю при  $\xi \rightarrow 0$ .

В окрестности критической точки для указанной системы координат справедливы соотношения

$$g_{11} = (1 + \zeta K)^2, \quad g_{22} = \xi^2 (1 + \zeta K)^2, \quad g_{12} = 0$$

где  $K$  — кривизна поверхности тела в критической точке.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} u_0 = u_0'' / \sqrt{g_{11}}, \quad w_0 = w_0'' / \sqrt{g_{22}}, \quad v_0 = v_0'', \quad H_0 = h_0 + v_0^2 / 2, \\ \rho_0 = g_{11} \rho_0'', \quad \mu_0 = \mu_0'' g_{11}, \quad p_{\beta} = g_{11} p_{\beta}'', \quad \beta = 0, 1 \end{aligned}$$

Система уравнений для главных членов разложений (1), (2) может быть записана в виде (индекс ноль опускаем)

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho v) + 2\rho u = 0, \quad \frac{\partial p_1}{\partial \zeta} = 2K\rho (u^2 + w^2) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho uv) + \rho (3u^2 + 2Kuv - w^2) + p_1 = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\mu}{\text{Re}_0} \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho w v) + 4\rho u w + 2K\rho v w = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\mu}{\text{Re}_0} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho H v) + 2\rho H u = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\mu}{\text{Pr Re}_0} \frac{\partial h}{\partial \zeta} \right) + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\mu}{\text{Re}_0} v \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \zeta} = - \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho v^2) - 2\rho u v, \quad H = h + \frac{v^2}{2}, \quad p = \rho h \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

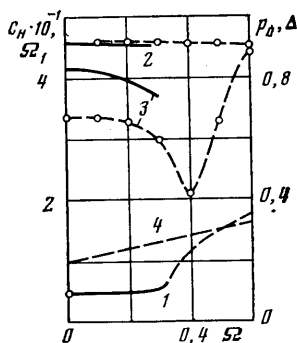
За ударной волной и на поверхности тела граничные соотношения сводятся к виду

$$\zeta = \Delta = 0, \quad u_s = K, \quad w_s = \Omega, \quad p_s + \rho_s v_s^2 = 1 + \gamma^{-1} M_\infty^{-2} \quad (4)$$

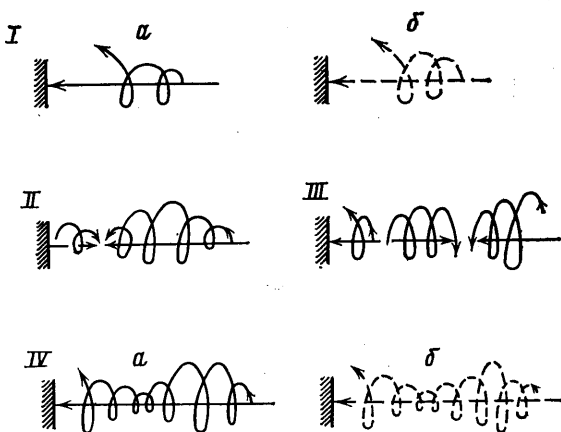
$$\rho_s v_s = 1, \quad p_{1s} = 2K^2 (\rho_s v_s^2 - 1) + \Omega^2$$

$$\zeta = 0, \quad u = v = 0, \quad h = h_w, \quad w = \Omega_1 \quad (5)$$

Система уравнений (3) с условиями (4), (5) решалась численно неявным конечно-разностным методом с использованием итераций (см. [1]). На первой итерации задавались линейные распределения  $u$ ,  $v$ ,  $w$  и постоянные значения  $p = p_s$ ,  $\rho = \rho_s$ . Отход  $\Delta$  ударной волны ( $\zeta = \Delta$ ) на каждой итерации определялся из уравнения неразрывности. Итерации прекращались при достижении относительной погрешности



Фиг. 2



Фиг. 3

не более 0,1%. В каждом итерационном цикле последовательно уточнялись на основе скалярных прогонок величины  $u$ ,  $w$ ,  $h$ ,  $v$ .

Как показали методические расчеты, этот вариант итераций сходился при достаточно малом числе  $Q = \Delta t / \Delta \zeta$ . Причем для модели тонкого ВУС при  $\partial p_s / \partial \zeta = 0$  сходимость значительно быстрее, чем в общем случае (3).

С целью ускорения сходимости использовался следующий вариант итерационного метода, называемый раздельными итерациями. Сначала делалось  $N_1$  ( $N_1 \geq 0$ ) итераций по первому варианту (без разделения итераций), затем замораживались найденные величины  $v$ ,  $p$  и проводилось  $N_2 > 0$  итераций для величин  $u$ ,  $w$ ,  $h$ ,  $p_1$ ,  $\rho$ , после чего замораживались найденные величины  $u$ ,  $w$ ,  $h$ ,  $p_1$ ,  $\rho$  и на  $N_3 > 0$  итерациях уточнялись величины  $v$ ,  $p$ . При этом суммарное число итераций  $N = N_1 + N_2 + N_3$  оказывалось в 5–10 раз меньше, чем в методе без разделения итераций. Точность метода раздельных итераций контролировалась сопоставлением с первым методом. Во всех вариантах отличие не превышало 0,1%. Итерации прекращались при установлении распределений с четырьмя – пятью знаками.

Представленные ниже результаты расчета относятся к случаю  $\gamma = 1,4$ ,  $\text{Pr} = 0,71$ ,  $M_\infty = 10$ ,  $K = 1$ ,  $\text{Re}_0 = 500$ ,  $h_w = 0,2$ . На фиг. 2 показана зависимость от  $\Omega$  величины  $\Delta$ ,  $p_w$ ,  $C_H$  (соответственно кривые 1–3) при  $\Omega_1 = 0$ . Здесь  $p_w$  – давление на теле в критической точке,  $C_H$  – безразмерный тепловой поток (штрих относится к размерным величинам)

$$C_H = \frac{\mu}{\text{Re}_0 \text{Pr}} \left( \frac{\partial h}{\partial \zeta} \right)_w \sqrt{\text{Re}_0 (\gamma - 1) M_\infty^2} = \left( \lambda' \frac{\partial T'}{\partial \zeta'} \right) \sqrt{\text{Re}_0 (\gamma - 1) M_\infty^2}$$

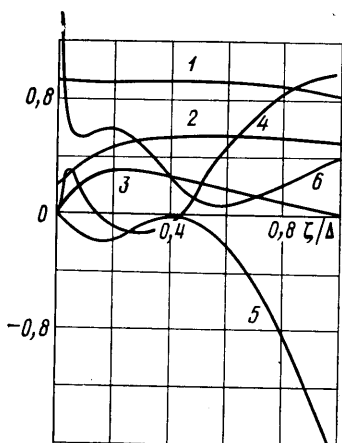
На фиг. 3 иллюстрируются спиральные линии тока для различных интервалов изменения параметра  $\Omega$ , при которых структура ударного слоя имеет качественно различный характер. Штриховые линии на фиг. 2, 3 относятся к варианту расчета,

при котором менялись с шагом 0,1 оба параметра  $\Omega$ ,  $\Omega_1$ , причем  $0 \leq \Omega \leq 0,6$ ,  $1 \leq \Omega_1 \leq 1,6$  (зависимость  $\Omega_1$  от  $\Omega$  — прямая 4 на фиг. 2).

На интервале I ( $0 \leq \Omega \leq 0,6$  при  $\Omega_1 = 0$  (а), либо  $0 \leq \Omega \leq 0,3$  при  $1 \leq \Omega_1 \leq 1,3$  (б)) горячие струйки тока, вошедшие в ударный слой, движутся по раскручивающимся спиралью. На интервале II ( $0,7 \leq \Omega \leq 3,7$ ,  $\Omega_1 = 0$ ) наблюдается фаза сжатия спиралью внутри ударного слоя и образование торообразной пристеночной зоны возвратного течения, обусловленной положительным градиентом давления  $\partial p / \partial \xi$  около поверхности тела.

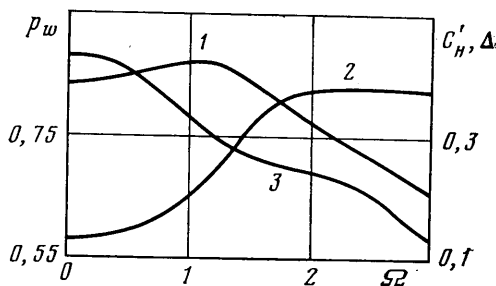
На интервале III ( $3,8 \leq \Omega \leq 3,9$ , либо  $6,8 \leq \Omega \leq 9,1$  при  $\Omega_1 = 0$ ) видно образование двух зон возвратных течений, исчезающих на интервале IV ( $4 \leq \Omega \leq 6,7$ , либо  $9,2 \leq \Omega \leq 13,4$  при  $\Omega_1 = 0$  (а), а также  $0,4 \leq \Omega \leq 0,6$ ,  $1,4 \leq \Omega_1 \leq 1,6$  (б)). В последнем случае сжатие спиральных струек тока происходит внутри ударного слоя, а около тела спираль линий тока снова раскручивается. Наличие вращения тела приводит к снижению интервалы снижения  $C_H$  при возрастании  $\Omega_1$ . Последующее увеличение  $C_H$  (штриховая кривая 3 на фиг. 2) можно объяснить смещением местоположения концентрации горячих струек тока к поверхности тела.

На фиг. 4 приведены характерные распределения величин  $p$ ,  $h$ ,  $p_1^{\circ} = 0,1 p_1$ ,  $u$ ,  $v^{\circ} = 10 v$ ,  $w$  поперек ударного слоя при  $\Omega = 0,4$ ;  $\Omega_1 = 1,4$  (кривые 1–6 соответственно). Прослеживается зона возрастания положительного градиента давления вдоль тела  $\partial p / \partial \xi = \xi p_1(\zeta)$  — кривая 3 (см. (2)), причем максимум  $\partial p / \partial \xi$  расположен около тела. Составля-



Фиг. 4

ющая скорости  $u = \xi u_0(\zeta)$  принимает отрицательные значения в некоторой части ударного слоя (кривая 4). Величина  $p_0(\zeta)$  слабо меняется.



Фиг. 5

Изменение  $p_w$ ,  $\Delta$ ,  $C_H$  от  $\Omega$  при  $\Omega_1 = 0$  (кривые 1–3), полученное на основе модели ВУС при  $\partial p_0 / \partial \zeta = 0$ , представлено на фиг. 5, где величина  $p_w$  приведена при значении  $\xi^2/2 = 0,01$  (см. формулу (2)). Можно отметить резкое утолщение ударного слоя с ростом  $\Omega$  и снижение теплового потока.

Автор благодарит В. Я. Нейланда и Ю. Д. Шевелева за полезные обсуждения результатов данной работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Марков А. А. Исследование стационарного течения вязкого газа в тонком трехмерном ударном слое. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 115–126.
2. Марков А. А. Режимы течения вязкого газа в тонком трехмерном ударном слое около поверхности с малыми кривизнами. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 3, с. 161–164.
3. Smith R. Hypersonic swirling flow past blunt bodies. — Aeronaut. Quart., 1973, v. 24, p. 241–251.

Москва

Поступила в редакцию  
22.I.1983

УДК 533.6.011.72

## СХОДЯЩИЕСЯ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ИМПУЛЬСНОМ ИНДУКЦИОННОМ РАЗРЯДЕ

БАРОНЕЦ П. Н.

Сходящиеся ударные волны могут быть получены разными способами [1, 2], однако они не всегда бывают устойчивыми [3]. В настоящей работе экспериментально исследуются в инертных газах сходящиеся цилиндрические ударные волны,