3. Результаты расчетов. Предложенный алгоритм использован в расчетах сегментного радиального подшипника паровой турбины мощностью 500 МВт. Диаметр вала 50 см, ширина сегментов 50 см, частота вращения 314 $с^{-1}$. Отыскивалось положение точек опирания сегментов при нормальных режимах смазки. Установлено, что в случае двух несущих сегментов, расположенных в нижней половине подшипника и нагруженных силой 611 600 Н, минимум потерь имеет место при положениях точек опирания, характеризуемых величинами $a_1=0{,}088$, $a_2=0{,}096$, $(a_k=(L-2A_k)/2L$, L – длина сегмента). При этом минимальная толщина пленки будет $h_1=0{,}0057$ см, $h_2=$ $=0{,}0063$ см. В случае четырех несущих сегментов при той же нагрузке значение параметров, характеризующих положение точки опирания сегментов, будет: $a_1=0{,}081$, $a_2=0{,}084$, $a_3=0{,}08$, $a_4=0{,}081$, при этом значения минимальных толщин пленок находятся в пределах 0,0043–0,0057 см.

Ограниченные режимы смазки этого же подшипника рассматривались как в случае зафиксированного положения точки опирания сегмента, так и при отыскании положения этой точки, доставляющего минимум потерь трения. Результаты расчетов представлены в табл. 1, где указаны координаты центра вала χ_0, β_0, отношение толщин пленок на входе и на выходе ε, ширина несущей поверхности b_i в четырех сечениях при нагрузке 93 000 Н и различных безразмерных значениях расходов Q/Q_H (Q_H – расход при нормальном режиме смазки). При этом положение точки опирания характеризовалось величиной $a=0$. В табл. 2 показаны результаты расчета сегмента при нагрузке 2 366 000 Н. Положение точки опирания, характеризуемое величиной a, удовлетворяло условию минимума потерь. Видим, что при уменьшении расхода в обоих случаях монотонно падают потери трения (сила трения F). Оптимальное положение точки опирания сегмента сохраняется при этом практически неизменным (табл. 2). Это означает, что минимум потерь трения будет соблюдаться при правильно выбранном положении точки опоры и ограничении расходов смазки. Минимальное значение толщины пленки при уменьшении расходов смазки падает, хотя остается достаточно большим, чтобы обеспечить надежную работу узла.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Токарь И. Я., Городищева Г. Р.* Решение задачи об ограниченной смазке.– Машиноведение, 1982, № 4, с. 86–91.
2. *Михлин С. Г.* Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 512 с.
3. *Сегерлинд Л. Дж.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
4. *Эглайс В. О.* Учет ограничений при параметрической оптимизации сложных систем алгоритмом интуитивного поиска.– В кн.: Вопросы динамики и прочности. Вып. 36. Рига: Зинатне, 1980, с. 34–38.
5. *Эглайс В. О.* Алгоритм интуитивного поиска для оптимизации сложных систем.– В кн.: Вопросы динамики и прочности. Вып. 36. Рига: Зинатне, 1980, с. 28–33.

Харьков

Поступила в редакцию 25.IV.1983

УДК 532.526

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПОДВИЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОВАЛА РЕНКИНА

ЗУБАРЕВ В. М.

Проведено численное исследование ламинарного пограничного слоя, возникающего на подвижной поверхности цилиндрического тела (овала Ренкина с относительным удлинением 4) при движении его с постоянной скоростью в несжимаемой жидкости. Найдены распределения напряжения трения на поверхности цилиндра для разных скоростей движения стенки. Численным интегрированием определены величины работ, необходимых для преодоления сопротивлений трения, давления, а также рассчитана работа, затрачиваемая на движение подвижной поверхности тела с постоянной скоростью. При наличии области отрыва для вычисления сил сопротивления используется предположение о том, что в отрывной зоне давление и напряжение трения на стенке постоянны и равны соответствующим значениям в особой точке решения уравнений пограничного слоя.

В работах [1, 2] в приближении пограничного слоя получены зависимости мощностей (элементарных работ в единицу времени), требуемых для преодоления профильного сопротивления тела при движении его с постоянной скоростью в несжимаемой жидкости, от скорости перемещения подвижной поверхности. Численное решение задачи для плоской пластины получено в [1], для круглого цилиндра аналогичная задача исследовалась в [2].

Рассматривается двухмерное стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в пограничном слое на теле, поверхность которого от передней критической точки до задней критической точки внешнего идеального течения движется с постоянной скоростью вниз по потоку.

Тело (фиг. 1) представляет собой цилиндр, контур которого образован нулевой разделяющейся линией тока в классической задаче идеального обтекания источника $S(-a_1, 0)$ и стока $D(a_1, 0)$ равной мощности равномерным потоком U_∞ [3]

$$\Psi \equiv U_\infty y_1 - M \operatorname{arctg}\left(\frac{2a_1 y_1}{x_1^2+y_1^2-a_1^2}\right) = 0, \quad y_1 \neq 0, \quad M = \frac{Q}{2\pi}$$

Здесь Ψ – функция тока; a_1 – расстояние от источника (стока) до оси y_1 ($x_1=0$); Q – мощность источника (стока).

Для исследования задачи используется система уравнений пограничного слоя в безразмерной форме с граничными условиями

$$v_* = \varphi_0 - \varphi_1 \int_0^\eta F\, d\eta - \varphi_2 \int_0^\eta \frac{\partial F}{\partial s} d\eta$$

$$\varphi_2 F \frac{\partial F}{\partial s} + v_* \frac{\partial F}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + \varphi_3 (1-F^2)$$

$$\eta=0,\ F=u_w/u_e,\ v_*=0$$

$$\eta\to\infty,\ F\to 1;\ s=s_0,\ F=F_0(\eta)$$

$$\eta = \frac{y}{\delta}, \quad y = Y\sqrt{\mathrm{Re}}, \quad \delta = \frac{\sqrt{2\xi}}{u_e}, \quad \xi = \int_0^s u_e\, ds$$

$$F = \frac{u}{u_e}, \quad v_* = v\delta + \varphi_2 F \frac{\partial \eta}{\partial s}, \quad v = V\sqrt{\mathrm{Re}}, \quad \mathrm{Re} = \frac{U_\infty L}{\nu}$$

$$\varphi_0 = v_w \delta, \quad \varphi_1 = \delta \frac{d(\delta u_e)}{ds}, \quad \varphi_2 = u_e \delta^2, \quad \varphi_3 = \delta^2 \frac{du_e}{ds}$$

Здесь s и Y – координаты, u и V – соответственно составляющие вектора скорости вдоль и по нормали к поверхности тела, координата s отсчитывается от передней критической точки тела; ν – кинематический коэффициент вязкости; Re – число Рейнольдса; индекс e относится к величинам на внешней границе пограничного слоя, w – на стенке. Все размеры отнесены к характерной длине обтекаемого тела L, компоненты вектора скорости – к скорости невозмущенного потока U_∞. Профиль скорости $F_0(\eta)$ задается из решения соответствующей локально-автомодельной задачи.

Система уравнений пограничного слоя с граничными условиями решалась численно конечно-разностным методом с использованием схемы работы [4]. Интегрирование прекращалось с появлением особой точки решения уравнений пограничного слоя, указывающей на появление области возвратного течения, в которой профиль скорости $u(\eta)$ удовлетворяет критерию Мура – Ротта – Сирса [5]

$$\partial u/\partial \eta = 0, \quad u=0$$

При расчетах использовалась неравномерная в направлении нормали сетка, шаг интегрирования h_j изменялся от поверхности до внешней границы по закону геометрической прогрессии

$$h_j = K h_{j-1} \quad (K>1,\ j=1,\dots,J)$$

Ниже представлены некоторые результаты исследования, полученные для следующих значений параметров (числа Рейнольдса соответствуют реализованному ламинарному режиму течения): $M/(U_\infty L)=0{,}0479$; $a_1/L=0{,}454$; $L_m/L=0{,}25$ (L_m – размер миделя тела); $0\leqslant u_w \leqslant 2$; $2{,}49\cdot 10^6 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 4{,}98\cdot 10^6$ (в частности, при $U_\infty=5$ м/с; $0{,}5$ м$\leqslant L \leqslant 1$ м; $\nu=1{,}004\cdot 10^{-6}$ м^2/с – кинематический коэффициент вязкости воды при 20 С [3]).

Потенциальное распределение скорости u_e около овала с отношением осей $L/L_m=4$ от s показано на фиг. 1.

Положение особой точки A решения уравнений пограничного слоя показано на фиг. 1 для случая неподвижной стенки, когда точка A располагается на поверхности тела.

Безразмерное напряжение трения на стенке вычисляется по формуле

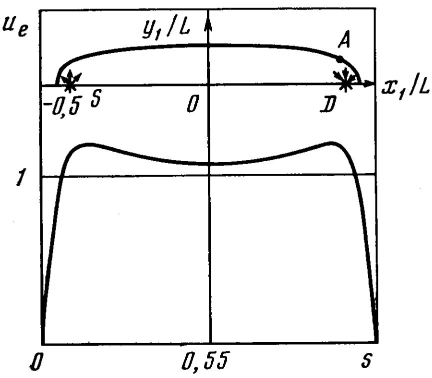
$$\tau_w^* = 2\tau_w \sqrt{\mathrm{Re}}/(\rho u_e^2 U_\infty^2) = 2(\partial F/\partial \eta)_w / \delta u_e$$

где ρ – плотность жидкости. Значения τ_w^* при различных скоростях стенки u_w в зависимости от координаты s приведены на фиг. 2. Кривые 1 – 3 соответствуют значениям параметра $u_w=0$; 1; 2. Из фиг. 2 видно, что вне области, непосредственно прилегающей к особой точке решения, с увеличением скорости стенки напряжение трения в точке на поверхности тела уменьшается. Отметим также наличие двух локальных максимумов $\tau_w{}^*$ для всех значений $0<u_w\leqslant 2$.

На фиг. 2 (кривая *4*) представлены значения расчетной характеристики пограничного слоя форм-параметра $H=\delta^*/\theta$ от s при $u_w=0$. Здесь толщина вытеснения δ^* и толщина потери импульса θ определяются формулами

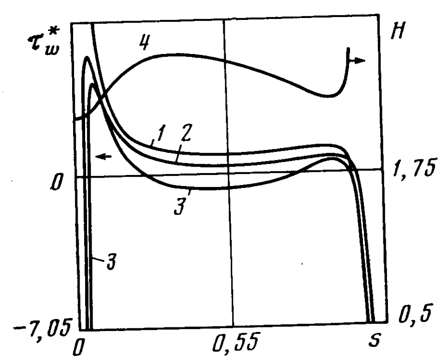
$$\frac{\delta^*\sqrt{\mathrm{Re}}}{L}=\int\limits_0^\infty (1-F)\,dY,\qquad \frac{\theta\sqrt{\mathrm{Re}}}{L}=\int\limits_0^\infty F(1-F)\,dY$$

Кривая *4* показывает, что возрастание параметра s от 0 до 0,364 сопровождается увеличением H от 2,21 до 2,71. При дальнейшем росте значения координаты вдоль тела наблюдается локальный минимум форм-параметра H, за которым следует монотонный подъем вблизи особой точки решения.

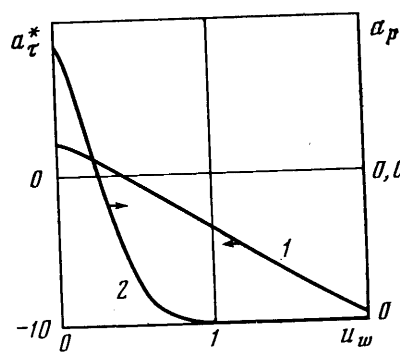


Фиг. 1

Профильное сопротивление тела, складывающееся из сопротивления трения и сопротивления давления, получается интегрированием поверхностных сил по всему контуру тела. При вычислении интегралов сил, действующих на единицу длины образующей и половину всей поверхности тела, принималось предположение о постоянстве давления и напряжения трения в области отрыва, причем значения давления и напряжения трения брались равными значениям в особой точке решения.



Фиг. 2



Фиг. 3

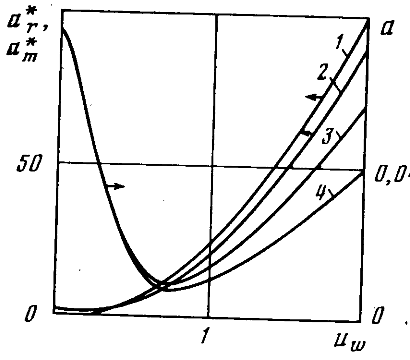
Внешняя энергия, подводимая в единицу времени для движения тела со скоростью U_∞ в неподвижной жидкости, передается каким-либо движителям на преодоление сопротивлений трения, давления и частично расходуется на перемещение жидкости подвижной поверхностью тела. Записанное в безразмерном виде выражение для внешней энергии a имеет вид [2]

$$a=a_\tau+a_p+a_r,\quad a_i=A_i/A_\infty,\quad i=(\tau,\ p,\ r),\quad A_\infty={}^1/_2\rho U_\infty{}^3L$$

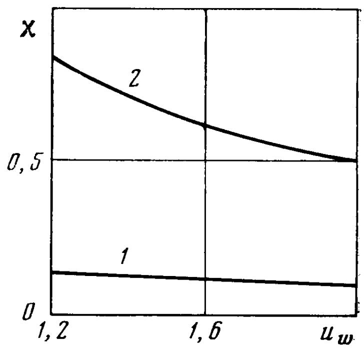
Здесь A_τ, A_p – работы, затраченные на преодоление сопротивлений трения и давления; A_r – работа, совершаемая над жидкостью подвижной поверхностью тела; a_τ, a_p – коэффициенты соответственно сил трения и давления, действующих на половину поверхности тела; a_r – безразмерная величина работы A_r.

Графики зависимостей коэффициентов сил трения $a_\tau{}^*=a_\tau\sqrt{\mathrm{Re}}$ (кривая *1*) и давления a_p (кривая *2*) от u_w представлены на фиг. 3. Из анализа поведения кривой *1* следует, что с увеличением скорости стенки u_w от 0 до 2 величина силы трения (приложенной со стороны жидкости) убывает и для $u_w>0{,}404$ становится отрицательной, т. е. тело испытывает тягу, а не сопротивление трения. В этом случае подвижная поверхность увлекается жидкостью.

Анализ зависимости коэффициента силы давления $a_p(u_w)$ позволяет заключить, что при увеличении значения параметра u_w от 0 до $u_w{}^*$ ($u_w{}^*\approx 1{,}1$) координата s_* особой точки A решения уравнений пограничного слоя смещается в заднюю критическую точку, и для скоростей стенки $u_w>u_w{}^*$ имеет место безотрывное обтекание.



Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 4 приведены зависимости $a_r^*=a_r\sqrt{\mathrm{Re}}$ (кривая 1) и $a_m^*=a_m\sqrt{\mathrm{Re}}=(a_\tau+a_r)\sqrt{\mathrm{Re}}$ (кривая 2) от u_w. Работа a_r^*, совершаемая над жидкостью подвижной поверхностью тела, отрицательна ($a_r^*\leqslant 0$) для $0\leqslant u_w\leqslant 0{,}144$. Локальный минимум $(a_r^*)_{\min}=-0{,}103$ достигается при $u_w=0{,}072$. У величины a_m^* локальный минимум $(a_m^*)_{\min}=0{,}152$ имеется при $u_w=0{,}175$ (для плоской пластины с подвижной поверхностью минимум подводимой извне мощности a_m^* равен нулю при $u_w=1$ [1]).

Графики зависимости a от u_w на фиг. 4 (кривые 3, 4) показывают существенное падение сопротивления у тела с движущейся поверхностью в ~8–11 раз, когда скорость стенки от нулевого значения мгновенно достигает величины $u_w\approx 0{,}7-0{,}8$. Кривые 3, 4 на фиг. 4 соответствуют телу с характерными линейными размерами $L=0{,}5$; 1 м ($\mathrm{Re}=2{,}49\cdot 10^6$, $4{,}98\cdot 10^6$). Зависимость внешней энергии $a(u_w)$, которую необходимо расходовать на преодоление профильного сопротивления тела при фиксированном Re, позволяет выделить область $0\leqslant u_w\leqslant 0{,}5$, где сопротивление трения невелико и основной вклад в общее профильное сопротивление дает сопротивление давления. Для скоростей стенки $u_w>0{,}5$ роль сопротивления трения возрастает и профильное сопротивление целиком определяется сопротивлением трения. С возрастанием числа Re при фиксированной скорости стенки $u_w>0{,}4$ величина внешней энергии a повсюду имеет меньшие значения, при этом локальный минимум энергии a достигается для большего значения u_w.

На фиг. 5 (кривая 1) приводится зависимость пропульсивного коэффициента полезного действия движителя

$$\chi=\left|\frac{a_\tau+a_p}{a_r}\right|=\left|\frac{a_\tau^*+a_p\sqrt{\mathrm{Re}}}{a_r^*}\right|$$

от u_w (когда тело обладает тягой, $a_\tau<0$). Здесь же для сравнения показана зависимость кпд $\chi(u_w)$ для плоской пластины [1] (кривая 2). Видно, что величина χ для овала Ренкина с относительным удлинением $L/L_m=4$ ($1{,}2\leqslant u_w\leqslant 2$) составляет ~16–19% кпд плоской пластины, подвижная поверхность которой является предельным «идеальным» движителем такого рода.

Автор благодарит Г. Г. Черного за постоянное внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Черный Г. Г.* Пограничный слой на пластине с подвижной поверхностью.– Докл. АН СССР, 1973, т. 213, № 4, с. 802–803.
2. *Зубарев В. М.* Пограничный слой на подвижной поверхности цилиндра.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 6, с. 38–42.
3. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. 1, 2. М.: Физматгиз, 1963.
4. *Громов В. Г., Ларин О. Б.* Численный анализ воспламенения водорода в сверхзвуковом пограничном слое.– В кн.: Неравновесные течения газа и оптимальные формы тел в сверхзвуковом потоке. М.: Изд-во МГУ, 1978, с. 74–94.
5. *Уильямс Дж. III.* Отрыв пограничного слоя несжимаемой жидкости.– В кн.: Вихревые движения жидкости. М.: Мир, 1979, с. 58–100. (Механика. Новое в зарубежной науке. Вып. 21.)

Москва

Поступила в редакцию
13.VI.1983