

УДК 536.25

ИЗОВИХРЕВОЕ КОНВЕКТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ

ПУТИН Г. Ф., ТКАЧЕВА Е. А.

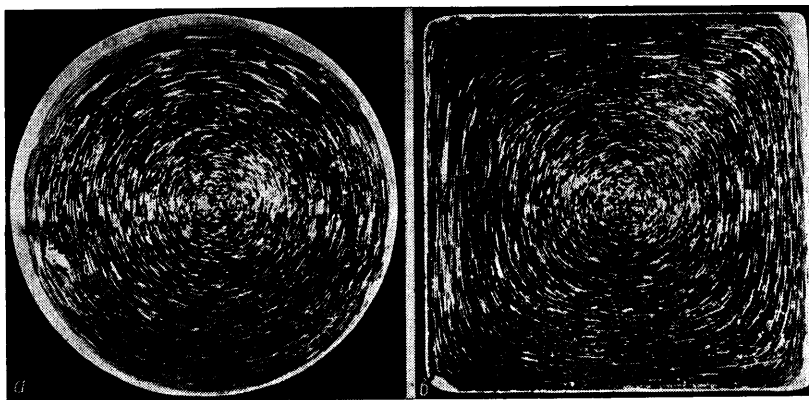
Экспериментально исследовано свободноконвективное циркуляционное движение жидкости в плоских вертикальных щелях кругового и квадратного сечений с продольным горизонтальным градиентом температуры на границах. Показано, что при таких условиях обогрева возникает изовихревое течение с зоной квазитвердого вращения, которая имеет форму круга в круговой щели и прямого креста — в квадратной; в каждом продольном сечении этой зоны жидкость движется по концентрическим траекториям с постоянной угловой скоростью. Опытами с различными жидкостями и полостями разных размеров установлены безразмерные критерии подобия рассматриваемой задачи. В критериальной форме угловая скорость вихря и градиент температуры в нем линейно зависят от перепада температур на границах слоя.

Термогравитационная конвекция при боковом обогреве изучалась ранее в основном в вертикальных слоях, ограниченных плоскостями, имеющими постоянные разные температуры, т. е. при поперечной ориентации температурного градиента, и в длинных горизонтальных цилиндрах прямоугольного и кругового профилей. Бэтчелор предположил, что при стационарном двумерном течении в центральной части таких полостей образуется изотермическое ядро с однородным вихрем скорости [1]. Однако в последующих экспериментах и численных исследованиях [2—6] было установлено, что конвективный поток, поднимающийся у нагретой и опускающийся у холодной стенок цилиндра, прогревает верхние и охлаждает нижние слои жидкости, создавая тем самым устойчивую стратификацию плотности. В результате возникает почти неподвижное ядро с направленным вверх градиентом температуры.

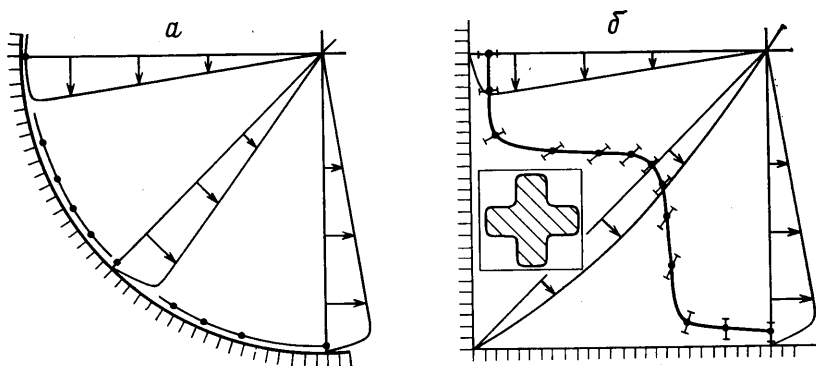
В настоящей работе показано, что изовихревое движение удается реализовать в коротких цилиндрах с одной или обеими широкими вертикальными стенками высокой теплопроводности, когда на них задан продольный горизонтальный градиент температуры, поскольку в этих условиях конвективная циркуляция не нарушает теплопроводное распределение полей температуры и подъемных сил. Рассматриваются не слишком быстрые течения, при которых линии тока располагаются в плоскостях, параллельных широким границам слоя. При этом скорость максимальна в центральной плоскости и обращается в нуль на границах. Поэтому в дальнейшем будем иметь в виду лишь поле скорости в среднем сечении, учитывая, что в других продольных сечениях это поле преобразуется подобным образом. Возможен и другой подход, основанный на приближении Хеле-Шоу и использующий осредненные поперек слоя характеристики [7].

Чтобы обеспечить возможность визуальных наблюдений и подробных измерений скорости, в экспериментах использовался слой, ограниченный с одной стороны металлической пластиной высокой теплопроводности и прозрачным плексигласовым блоком низкой теплопроводности — с другой. Поскольку толщина щели была значительно меньше двух других линейных

размеров, при небольших скоростях течения температурное поле в такой полости оставалось близким к распределению температуры в слое между двумя металлическими пластинами. Поэтому использование прозрачной стенки существенно облегчало экспериментальный анализ структуры течения и в то же время не вносило принципиальных отличий от удобной для теоретического рассмотрения ситуации с обеими границами высокой



Фиг. 1



Фиг. 2

теплопроводности. Установка состояла из прямоугольной вертикальной латунной пластины толщиной 6 мм с квадратной или круговой выемкой глубиной $2d=1,50$ мм, которая закрывалась плексигласовым блоком толщиной 2 см. Образовавшаяся щелевая полость заполнялась жидкостью. Использовались трансформаторное масло, керосин и вода с числами Прандтля $P=320, 24$ и 7 соответственно. Узкие вертикальные торцы латунной пластины были снабжены изотермическими теплообменниками, которые создавали в ней однородный продольный горизонтальный градиент температуры ∇T . Через ΔT обозначим разность температур между узкими вертикальными гранями в квадратной полости или на концах горизонтального диаметра в круговой щели.

На фиг. 1, а приведена фотография, полученная в вертикальной щели в форме круга диаметром 5 см, заполненной трансформаторным маслом, при градиенте температуры в металлической стенке $\nabla T=0,57$ К/см. В качестве светорассеивающих частиц использовалась алюминиевая пудра. Время экспозиции 60 с. Обогрев справа, жидкость вращается против часовой стрелки. Видно, что в круговой щели траектории являются концентрическими окружностями, а длина треков возрастает пропорционально

расстоянию от центра. Пропорциональность нарушается лишь в примыкающем к круговой границе вязком пограничном слое, который имеет толщину около 1 мм, т. е. сравним с шириной щели, и в котором из-за трения об узкую боковую границу скорость быстро спадает до нуля.

Для количественного суждения о поле скоростей по результатам измерения треков на нескольких десятках фотоснимков, полученных в фиксированном температурном режиме, строились распределения скорости на лучах, которые лежали в среднем продольном сечении, проходили через центр вихря и были повернуты один от другого на 5 град. Для этого на каждом участке фотоснимка выбирались треки максимальной длины.

На фиг. 2, *a* для примера показаны направления и величины скоростей на вертикальном, горизонтальном и диагональном диаметрах четвертого квадранта в том же режиме, что и на фиг. 1, *a*. Граница области пропорциональности проведена по точкам, в которых нарушалась линейная зависимость. Таким образом, в среднем сечении круговой щели выделяется зона, также имеющая форму круга, в которой линейная скорость перпендикулярна радиус-вектору, проведенному из центра в рассматриваемую точку, и пропорциональна его длине, причем коэффициент пропорциональности одинаков для всех точек. Перечисленные признаки показывают, что в этой зоне жидкость вращается, как твердое тело, с постоянной для всех элементов угловой скоростью ω . В обсуждаемом режиме $\omega = 0,0027 \text{ с}^{-1}$, а линейная скорость на внешней границе зоны составляет 0,0065 м/с.

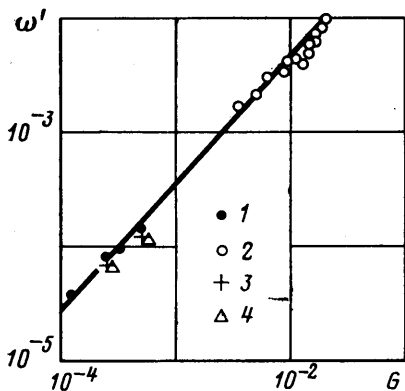
Квазитвердое вращение совершается и в других продольных сечениях, однако соответствующие угловые скорости убывают до нуля с приближением таких сечений к широким границам слоя. В этом состоит отличие рассматриваемого течения от «истинного» твердого вращения, при котором все разрезы, перпендикулярные оси, обладают одинаковой угловой скоростью. Квазитвердое вращение означает также, что в каждом таком разрезе круговой щели течение имеет однородный вихрь скорости. В центральной плоскости ротор скорости равен 2ω .

На фиг. 1, *b* показана фотография, полученная в тех же условиях, что и на фиг. 1, *a*, но в квадратной полости размерами $5 \times 5 \text{ см}^2$. Круговые траектории существуют здесь лишь в центральной части. Анализ профилей скорости на различных лучах (три таких профиля для четвертого квадранта приведены на фиг. 2, *b*) показал, что ортогональность линейной скорости соответствующему радиус-вектору и прямая пропорциональность ее модуля расстоянию от центра сохраняются только внутри вертикальной и горизонтальной полос шириной в $1/3$ от размеров полости. Экспериментальные точки отвечают местам излома указанной пропорциональности. Поэтому область квазитвердого вращения, заштрихованная на фрагменте фиг. 2, *b*, имеет форму прямого креста. Элементы жидкости, траектории которых имеют малые радиусы и поэтому целиком помещаются в этой области, все время вращаются по круговым орбитам с постоянными линейными скоростями и соответственно с одной и той же угловой скоростью. Элементы, находящиеся на большем расстоянии от центра, движутся, как в твердом теле, на тех участках траекторий, которые принадлежат квазитвердой зоне. В угловых областях частицы выходят из этой зоны — их скорости уменьшаются и перестают быть ортогональными соответствующим радиус-векторам (ортогональность в углах имеет место лишь на диагоналях), т. е. движение становится неквазитвердым. Однако с течением времени рассматриваемые элементы вновь попадают в зону квазитвердого вращения и приобретают одинаковую угловую скорость, затем опять выходят из этой зоны и т. д.

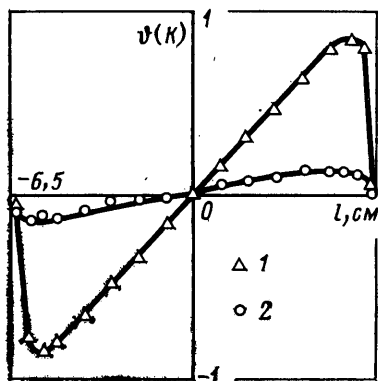
Для суждения о распределении ротора скорости в полости квадратного сечения в соответствии с теоремой Стокса вычислялось отношение циркуляции вектора скорости вдоль линий тока к площади, охватываемой этими линиями. Для всех замкнутых траекторий, не попадающих в область вязкого пограничного слоя у узких границ, это отношение оказалось в преде-

лах погрешности одинаковым и равным удвоенной угловой скорости кругового движения. Таким образом, хотя в квадратной полости квазитвердое вращение имеет место лишь в крестообразной зоне, течение является изовихревым во всей области, кроме указанных вязких слоев, в том числе в углах.

Из-за температурной зависимости вязкости ось вихря смещается от центра кюветы в сторону узкой нагретой стенки. Это смещение пропорционально перепаду температур ΔT и одинаково в круговой и прямоугольной щелях; на фиг. 1 оно составляет 1,5% от продольного горизонтального размера кюветы.



Фиг. 3



Фиг. 4

Наиболее подробные измерения были проведены в полости размерами 13×13 см²; как и в предыдущих случаях, толщина $2d=1,50$ мм. Опытами с трансформаторным маслом охвачен диапазон $\Delta T \leq 20$ К, а с керосином — диапазон $\Delta T \leq 6$ К. При больших перепадах температуры вихрь в масле существенно искажается из-за температурной зависимости параметров, а в керосине появляется поперечная компонента скорости и траектории становятся неплоскими. Опыты в трансформаторном масле при градиентах температуры в металлической стенке $\nabla T=0,54; 1,13$ К/см показали, что размеры и форма изовихревой и квазитвердой зон не зависят от интенсивности конвекции. В то же время в исследованном диапазоне угловая скорость линейно возрастает с увеличением градиента: $\omega = k \nabla T$. В трансформаторном масле $k=0,17 \pm 0,01$ см/К·с, а в керосине $k=2,4 \pm 0,5$ см/К·с.

На фиг. 3 приведен график зависимости безразмерной угловой скорости $\omega' = \omega d^2 / \nu$ от числа Грасгофа G , определенного через полутолщину щели d и горизонтальный градиент в металлической стенке. Здесь ω — размерная угловая скорость, ν — кинематическая вязкость. Точки 1 описывают течение трансформаторного масла, точки 2 — течение керосина в щели сечением 13×13 см². Точки 3 и 4 представляют соответственно скорости трансформаторного масла в кювете диаметром 5 см и в полости сечением 5×5 см². Экспериментальные данные, полученные в опытах с различными жидкостями и в полостях разных размеров и формы, ложатся на одну прямую, откуда следует, что выбранные безразмерные переменные действительно являются критериями подобия в данной задаче.

Особо отметим, что определяющим размером в рассматриваемой ситуации, как и в задаче о конвекции в вертикальном слое при подогреве снизу [8], является расстояние между ограничивающими плоскостями, а не продольные размеры, поскольку вычисленные по ним числа Грасгофа отличались бы на порядок. Угловой коэффициент прямой в логарифмическом масштабе в пределах экспериментальных погрешностей равен единице, т. е. в описанном интервале интенсивность течения линейно зависит от G .

Температурное поле в жидкости измеряли медьконстантановыми тер-

мопарами с термоэлектродами диаметром 0,1 мм. Одни спаи этих термопар вводились через плексигласовый блок в жидкость и устанавливались на вертикальной и большой горизонтальной осях полости с переменным шагом: в центральной области через 1 см, а вблизи узких границ через 1 мм. Число термопар на каждой из осей достигало 17. Вторые спаи укреплялись с наружной стороны латунной пластины против первых.

Для уменьшения теплоотдачи модель теплоизолировалась и поддерживалась при средней температуре, близкой к комнатной. Из-за теплоотдачи через плексиглас и по термоэлектродам чисто теплопроводное (в отсутствие конвекции) распределение температуры в жидкости несколько отличается от поля в металле. Чтобы найти это распределение, для каждого режима проделывался вспомогательный опыт с горизонтально ориентированным слоем. Возникающее в этой ситуации медленное адвективное течение в виде двух встречных потоков вдоль широких границ деформирует теплопроводное распределение на одинаковую для всех термопар величину, сводящуюся к аддитивной поправке, пропорциональной ∇T . Как будет видно из дальнейшего, отклонения температуры ϑ от теплопроводного распределения, обусловленные конвекцией при вертикальном положении щели, для медленных течений не превышали нескольких процентов от продольного перепада ΔT , т. е. не изменяли заметно условий теплоотдачи, и поэтому могли быть найдены в хорошем приближении вычитанием из измеряемых величин вспомогательных профилей.

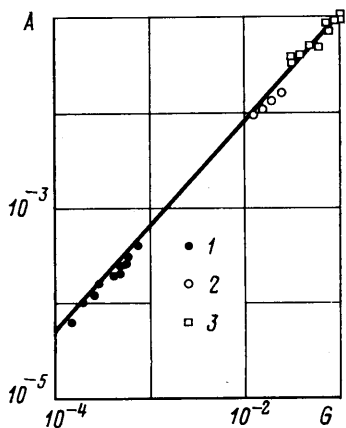
На фиг. 4 показаны распределения температуры ϑ вдоль вертикальной (точки 1) и горизонтальной (точки 2) осей полости размерами 13×13 см², заполненной керосином, при градиенте $\nabla T = 0,41$ К/см в зависимости от расстояния l до центра. Поскольку в окрестности горизонтальной оси жидкость движется по вертикали, т. е. вдоль изотерм в металле, возмущения температуры здесь незначительны. В указанном режиме максимальные значения ϑ на горизонтальной оси составляют 3,0% от перепада ΔT . При меньших ΔT эти отклонения соответственно меньше. В более вязком трансформаторном масле они вообще не регистрируются на фоне погрешностей измерений, т. е. температура жидкости на горизонтальной оси с большой точностью соответствует теплопроводному распределению. Это позволяет указать причину изовихревого вращения: вследствие малой толщины слоя в медленно текущей жидкости сохраняется такое же линейное по горизонтали распределение температуры, как в металлической стенке, что создает линейное поле архимедовых сил и порождает конвективную циркуляцию с линейным профилем скорости.

В подтверждение сказанного заметим, что в приближении Хеле-Шоу для очень медленных (ползущих) течений, при которых $\vartheta = 0$, задача о конвекции в слое между твердыми стенками высокой теплопроводности, но со свободной узкой границей, т. е. в пренебрежении вязкой диссипацией у этой границы в сравнении с трением о широкие стенки, допускает точное решение, отвечающее изовихревому движению обсуждаемого вида.

Вертикальную ось поток пересекает горизонтально, т. е. перпендикулярно изотермам, вызывая существенно большие изменения температуры ϑ . Так как в квазитвердой зоне скорость пропорциональна удалению от центра, а искажения теплопроводного температурного поля при медленных течениях в свою очередь пропорциональны скорости, температура ϑ меняется вдоль вертикальной оси также линейно. Поэтому на этой оси создается постоянный вертикальный градиент температуры $\nabla \vartheta$, направленный вверх и отвечающий устойчивой стратификации. При самых быстрых исследованных течениях $\nabla \vartheta$ достигал $0,6 \nabla T$. Однако с приближением к узким вертикальным стенкам компонента скорости, перпендикулярная изотермам в металле, и соответственно вертикальная компонента $\nabla \vartheta$ убывают. Поэтому средняя по ядру вертикальная стратификация плотности, индуцированная течением, незначительна и не вызывает заметного торможения ядра.

Градиенты температуры на вертикальной оси для масла (точки 1), воды (точки 2) и керосина (точки 3) в безразмерной форме представляются в виде однозначной зависимости с наименьшей погрешностью в координатах число Грасгофа — безразмерный градиент $A = \nabla\theta / PVT$ (фиг. 5). Как и для безразмерной угловой скорости, эта зависимость оказывается линейной. При указанном выборе переменных температурный градиент содержит кинематическую характеристику — вязкость ν , входящую в число Прандтля P . Если использовать для описания температуры «естественную» переменную $\nabla\theta / \nabla T$, не содержащую кинематическую вязкость, то с целью минимизации расслоения экспериментальных данных для различных жидкостей по оси абсцисс приходится откладывать число Рэлея $R = GP$. При этом, однако, указанное расслоение не устраняется полностью, что свидетельствует о зависимости соответствующего градиента от числа Прандтля как от параметра.

В заключение, чтобы подчеркнуть нетривиальность описанного изовихревого течения, укажем, что в экспериментах по конвекции в слоях таких же размеров, но между двумя стеклянными пластинами низкой теплопроводности, циркуляционный поток перераспределял температурные поля в стеклах. В результате течение приобретало такой же вид, как в длинных горизонтальных цилиндрах, — у узких стенок возникали интенсивные скоростные и температурные пограничные слои, а в центральной части — застойное устойчиво стратифицированное по температуре ядро.



Фиг. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Batchelor G. K. Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures.— Quart. Appl. Math., 1954, v. 12, № 3, p. 209–233.
2. Шайдуров Г. Ф. Устойчивость конвективного пограничного слоя в жидкости, заполняющей горизонтальный цилиндр.— Инж.-физ. ж., 1959, т. 2, № 12, с. 68–71.
3. Brocks I. H., Ostrach S. An experimental investigation of natural convection in a horizontal cylinder.— J. Fluid Mech., 1970, v. 44, № 3, p. 545–561.
4. Зимин В. Д. Естественная конвекция внутри горизонтального кругового цилиндра.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 2, с. 172–175.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Численное исследование конвективного движения в замкнутой полости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 5, с. 56–62.
6. Чернагинский В. И. Численное исследование конвекции в горизонтальном цилиндре круглого сечения.— В кн.: Гидродинамика. Вып. 7. Пермь, 1974, с. 65–82.
7. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973, с. 756.
8. Пугин Г. Ф., Ткачева Е. А. Экспериментальное исследование надкритических конвективных движений в ячейке Хеле-Шоу.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1, с. 3–8.

Пермь

Поступила в редакцию
5.V.1983