

УДК 532.5.013.12:538.4

УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВОМ ПОТОКА С ПОМОЩЬЮ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

КРАКОВ М. С.

Существует ряд методов управления отрывом потока: вдув и отсос пограничного слоя [1], создание границы, движущейся с заданной скоростью [2], покрытие поверхности тела слоем смачивающей его жидкости [3] и др. Если первые два упомянутых метода требуют энергетических затрат и громоздких устройств, то последний лишен этих недостатков. Однако использование метода ограничено малыми скоростями потока — при больших скоростях, интересующих технику, смачивающая жидкость срывается набегающим потоком.

Намагничивающаяся жидкость обладает способностью удерживаться внешним магнитным полем в заданном положении [4]; кроме того, неоднородное магнитное поле может стабилизировать свободную поверхность намагничивающейся жидкости [5, 6].

Эти свойства позволяют предположить, что покрытие поверхности обтекаемого тела слоем намагничивающейся жидкости, удерживаемой неоднородным магнитным полем, создает на границе раздела жидкостей условия, близкие к условиям при обтекании подвижной границы. При этом распределение скорости вдоль границы будет непрерывным и автоматически поддерживаться близким к оптимальному. Как следствие этого зона отрывного течения должна уменьшаться, т. е. будет уменьшаться и сопротивление давлению. Таким образом, покрытие поверхности обтекаемых внешним потоком тел слоем намагничивающейся жидкости, удерживаемой от срыва магнитным полем, должно привести к уменьшению гидродинамического сопротивления.

1. Постановка задачи. Рассмотрим цилиндрический проводник радиусом R с током I , покрытый слоем намагничивающейся жидкости и помещенный в поток немагнитной жидкости, движущейся перпендикулярно оси проводника. Движение жидкостей описывается уравнениями [4]

$$\rho_1 \left[\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 \right] = -\nabla p_1 + \eta_1 \Delta \mathbf{v}_1 + \mu_0 M_1 \nabla H_1$$
$$\rho_2 \left[\frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t} + (\mathbf{v}_2 \nabla) \mathbf{v}_2 \right] = -\nabla p_2 + \eta_2 \Delta \mathbf{v}_2 \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_1 = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{v}_2 = 0$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_{1,2} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B}_1 = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H}_2 = 0$$

Здесь ρ — плотность жидкости, \mathbf{v} — скорость, p — давление, η — коэффициент динамической вязкости, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, M — намагниченность жидкости, \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, \mathbf{B} — его индукция, индексы 1 и 2 относятся к намагничивающейся и немагнитной жидкости соответственно. Жидкости считаются несжимаемыми и неэлектропроводными.

На удалении от проводника и границы раздела магнитное поле спадает, а скорость потока внешней жидкости полагаем величиной постоянной. На поверхности проводника должно выполняться условие прилипания, а магнитное поле благодаря наличию только азимутальной компоненты есть поле проводника с током. Это означает, что должны выполняться условия

$$r \rightarrow \infty: \quad \mathbf{v}_2 = \{U \cos \theta; -U \sin \theta; 0\}, \quad p_2 = p_0, \quad \mathbf{H}_2 = 0 \quad (1.2)$$

$$r = R; \quad \mathbf{v}_1 = 0, \quad \mathbf{H}_1 = \{0, I/2\pi R, 0\} \quad (1.3)$$

Если жидкости покоятся, то устойчивая поверхность намагничивающейся жидкости (при достаточно большом значении тока I) имеет форму кругового цилиндра [6]. Поперечное цилиндру движение немагнитной жидкости, вообще говоря, искажает круговой цилиндр. На границе раздела $r = \zeta(\theta)$, которая отыскивается в ходе решения, должны выполняться условия равенства нормальных и касательных напряжений, в цилиндрической системе координат имеющие вид

$$\begin{aligned} & \left\{ -p_1 - \frac{1}{2} \mu_0 \frac{M_{1r}^2 - 2M_{1r}M_{1\theta}f + M_{1\theta}^2 f^2}{1+f^2} + \frac{2\eta_1}{1+f^2} \left[\frac{\partial v_{1r}}{\partial r} - \right. \right. \\ & \left. \left. - f \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{1r}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial r} - \frac{v_{1\theta}}{\zeta} \right) + f^2 \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial \theta} + \frac{v_{1r}}{\zeta} \right) \right] \right\} - \\ & - \left\{ -p_2 + \frac{2\eta_2}{1+f^2} \left[\frac{\partial v_{2r}}{\partial r} - f \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{1r}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{2\theta}}{\partial r} - \frac{v_{2\theta}}{\zeta} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + f^2 \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{2\theta}}{\partial \theta} + \frac{v_{2r}}{\zeta} \right) \right] \right\} = -\alpha \frac{\zeta^2 + 2(\zeta')^2 - \zeta\zeta''}{[\zeta^2 + (\zeta')^2]^{3/2}} \\ & \eta_1 \left\{ 2f \left(\frac{\partial v_{1r}}{\partial r} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial \theta} + \frac{v_{1r}}{\zeta} \right) + (1-f^2) \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{1r}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial r} - \frac{v_{2\theta}}{\zeta} \right) \right\} = \\ & = \eta_2 \left\{ 2f \left(\frac{\partial v_{2r}}{\partial r} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{2\theta}}{\partial \theta} + \frac{v_{2r}}{\zeta} \right) + (1-f^2) \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial v_{2r}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{2\theta}}{\partial r} - \frac{v_{2\theta}}{\zeta} \right) \right\} \end{aligned} \quad (1.4)$$

где α — коэффициент поверхностного натяжения, $f = \zeta'/\zeta$, штрих означает дифференцирование по θ , угол θ отсчитывается от направления вектора \mathbf{U} .

На границе раздела жидкостей должны выполняться также условия равенства скоростей жидкостей и непрерывности нормальной компоненты индукции и тангенциальной — напряженности магнитного поля

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2, \quad (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{n} = 0, \quad (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (1.5)$$

где \mathbf{n} — вектор нормали к границе раздела.

2. Обтекание цилиндра при небольших скоростях потока. Оценим условия, когда отклонение границы раздела от кругового цилиндра невелико и им можно пренебречь. Для этого необходимо, чтобы магнитостатическое давление в намагничивающейся жидкости, имеющее порядок $\mu_0 M_1 H_1$, намного превосходило динамическое давление набегающего потока, имеющее порядок $\rho_2 U^2$

$$U \ll \sqrt{\mu_0 M_1 H_1 / \rho_2} = \sqrt{\mu_0 \chi I^2 / 4\pi^2 a^2 \rho_2} \quad (2.1)$$

Для намагничивающейся жидкости с намагниченностью насыщения 50 кА/м, находящейся в поле постоянного магнита 200 кА/м и обтекаемой потоком жидкости плотностью 10^3 кг/м³, из (2.1) следует $U \ll 3$ м/с. Так как поле проводника с током слабее поля постоянного магнита, то для намагниченности жидкости выполняется линейная связь $M_1 = \chi H_1$ (второе выражение в (2.1), χ — магнитная восприимчивость). При $I = 30$ А, $\chi = 2$, $a = 1$ мм получим $U \ll 0,1$ м/с. Следовательно, при скоростях набегающего потока порядка сантиметров в секунду границу раздела намагничивающейся и немагнитной жидкостей можно считать круговым цилиндром: $r = \zeta(\theta) = a$. В этом случае уравнения для магнитного поля не зависят от уравнений гидродинамики и их решение как в намагничивающейся, так и в немагнитной жидкости есть поле проводника с током: $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2 = \{0, I/2\pi r, 0\}$.

Таким образом, при выполнении приближения (2.1) роль магнитного поля сводится к фиксации границы раздела. При этом движение намагничивающейся жидкости в цилиндрическом слое оказывается не зависящим от величины магнитного поля, а вместо условия равенства нормальных напряжений на границе раздела следует полагать радиальную компоненту скорости равной нулю, что эквивалентно условию $\zeta(\theta) = a$.

Упростим также уравнения движения. Для малых скоростей набегающего потока (малых числах Рейнольдса $Re=Ua/\nu$) инерционные члены малы и можно ограничиться приближением Озеена [7] для немагнитной жидкости и приближением Стокса для намагничивающейся жидкости, движущейся в цилиндрическом слое. Последнее допустимо в связи с тем, что приближения Стокса и Озеена вблизи от цилиндра имеют один порядок [7]. Тогда поставленная задача описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \nabla p_1^\circ &= \eta_1 \Delta \mathbf{v}_1, & p_1^\circ &= p_1 + \int_0^H \mu_0 M(H) dH \\ \rho_2 (\mathbf{U} \nabla) \mathbf{v}_2 &= -\nabla p_2 + \eta_2 \Delta \mathbf{v}_2 \\ \operatorname{div} \mathbf{v}_1 &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{v}_2 &= 0 \\ r=a: & v_{1r} = v_{2r} = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\eta_1 \left(\frac{1}{a} \frac{\partial v_{1r}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial r} - \frac{v_{1\theta}}{a} \right) = \eta_2 \left(\frac{1}{a} \frac{\partial v_{2r}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{2\theta}}{\partial r} - \frac{v_{2\theta}}{a} \right) \quad (2.3)$$

и граничными условиями (1.2), (1.3). Здесь p_1° — давление в намагничивающейся жидкости. Общее решение уравнений Озеена во внешней жидкости для малых расстояний от границы раздела хорошо известно [7], а решение уравнений Стокса для намагничивающейся жидкости легко находится. Удовлетворяя эти решения условиям на твердой границе (1.3) и бесконечности (1.2), а также сшивая их на границе раздела (условия (2.3)), найдем распределение скорости и давления в жидкостях

$$\begin{aligned} v_{1r} &= \frac{1}{2} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{\delta^2}{D} U \cos \theta \left\{ \ln r' (1-\delta^2) \left(1 - \frac{r'^2}{\delta^2} \right) - 2 \ln \frac{r'}{\delta} \ln \delta (1-r'^2) \right\} \\ v_{1\theta} &= -\frac{1}{2} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{\delta^2}{D} U \sin \theta \left\{ (1-\delta^2) (\ln r' + 1) + 2 \ln \delta \left[1 + \ln \left(\frac{r'}{\delta} \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{r'}{\delta} \right)^2 \left[2\delta^2 \ln \delta \left(1 + 3 \ln \frac{r'}{\delta} \right) + (1-\delta^2) (1 + 3 \ln r') \right] \right\} \\ v_{2r} &= \frac{U \cos \theta}{D} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\eta_2}{\eta_1} F \ln r' - A \left[\ln r' + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{r'^2} \right) \right] \right\} \\ v_{2\theta} &= \frac{U \sin \theta}{D} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\eta_2}{\eta_1} F (\ln r' + 1) + A \left[\ln r' + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{r'^2} \right) \right] \right\} \\ p_2 &= p_0 + \frac{\eta_2 U \cos \theta}{Dr} \left(2A + \frac{\eta_2}{\eta_1} F \right), & A &= 1 - \delta^2 [1 - 2 \ln \delta (1 - \ln \delta)] \\ F &= (1-\delta^2)^2 - 4\delta^2 \ln^2 \delta, & D &= \frac{1}{2} \frac{\eta_2}{\eta_1} \left[\ln \left(\frac{\gamma Re_2}{4} \right) - 1 \right] F + \\ &\quad + \left[\ln \left(\frac{\gamma Re_2}{4} \right) - \frac{1}{2} \right] A, & Re_2 &= \frac{\rho_2 U a}{\eta_2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $\delta=R/a$, $r'=r/a$, $\gamma=1,7811$ — постоянная Маскерони. Распределение давления p_1° в слое намагничивающейся жидкости, вычисленное из уравнений (2.2) с использованием найденного профиля скорости v_1 , будет найдено с точностью приближения (2.1). В связи с этим использовать выражение для p_1° с целью определения силы, действующей на цилиндр радиуса R , не представляется возможным и поэтому не выписывается, так как при этом не учитывается нескомпенсированная объемная сила, возникающая при отклонении границы раздела от круга, которым пренебрегалось. Используя профили скорости и давления (2.4) для внешней жидкости, найдем силу сопротивления цилиндра, покрытого слоем намагничиваю-

щейся жидкости. Для этого вычислим интеграл от тензора напряжения на границе раздела намагничивающейся и немагнитной жидкости

$$\begin{aligned}
 W &= a \int_0^{2\pi} \left\{ \left(-p_2 + 2\eta_2 \frac{\partial v_{2r}}{\partial r} \right) \cos \theta - \eta_2 \left(\frac{1}{a} \frac{\partial v_{2\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{2\theta}}{\partial r} - \frac{v_{2\theta}}{a} \right) \sin \theta \right\} d\theta = \\
 &= \frac{8\pi\eta_2 U}{1 - 2 \ln(\gamma \text{Re}_2/4)} \left(1 + \frac{\eta_2 F}{2\eta_1 A} \right) / \left[1 + 2 \frac{\eta_2 F}{\eta_1 A} \frac{1 - \ln(\gamma \text{Re}_2/4)}{1 - 2 \ln(\gamma \text{Re}_2/4)} \right] = W_0 E \\
 W_0 &= \frac{8\pi\eta_2 U}{1 - 2 \ln(\gamma \text{Re}_2/4)} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

где W_0 — сила сопротивления на единицу длины бесконечного цилиндра радиуса a . Так как множитель E всегда меньше единицы (в рамках принятого приближения $\text{Re} \ll 1$), то покрытие цилиндра слоем жидкости приводит к уменьшению гидродинамического сопротивления. Степень уменьшения сопротивления, как и следовало ожидать, зависит от соотношения вязкости жидкостей. При увеличении вязкости намагничивающейся жидкости E стремится к 1, т. е. $W \rightarrow W_0$: выражение (2.5) переходит в известную формулу Ламба. При $\eta_1 \ll \eta_2$ выражение (2.5) принимает вид $W = 2\pi\eta_2 U / [1 - \ln(\gamma \text{Re}_2/4)]$, т. е. сопротивление может быть уменьшено в

$$4 \frac{1 - \ln(\gamma \text{Re}_2/4)}{1 - 2 \ln(\gamma \text{Re}_2/4)} \xrightarrow{\text{Re}_2 \rightarrow 0} 2 \quad (2.6)$$

раза по сравнению с твердым цилиндром радиуса a .

Уменьшение сопротивления по сравнению с твердым цилиндром радиуса a достаточно очевидно, так как дело обстоит так, как если бы оболочку твердого цилиндра $R \leq r \leq a$ заменили вязкой жидкостью. Замена твердого материала, который можно рассматривать как жидкость с бесконечной вязкостью, на жидкость с конечной вязкостью приводит к уменьшению диссипативных потерь и уменьшению силы трения. Сопоставим силу сопротивления, действующую на твердый цилиндр радиуса R , покрытый слоем магнитной жидкости (выражение (2.5)), и силу сопротивления, действующую на тот же цилиндр без покрытия (формула Ламба для цилиндра радиуса R)

$$G = \frac{W_a}{W_R} = \frac{1 - 2 \ln(\gamma \text{Re}_1/4)}{1 - 2 \ln(\gamma \text{Re}_2/4)} E, \quad \text{Re}_1 = \frac{\rho_2 UR}{\eta_2} \quad (2.7)$$

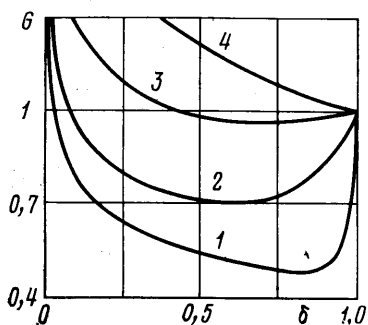
где W_a — сопротивление цилиндра с покрытием, W_R — сопротивление цилиндра без покрытия. Зависимость коэффициента G от величины $\delta = R/a$ представлена на фиг. 1 для $\gamma \text{Re}_2/4 = 0,1$ и относительной вязкости η_2/η_1 , принимающей на кривых 1–4 значения 10; 5; 1; 0,1 соответственно.

Существует оптимальная толщина покрытия δ_{min} , при которой эффект уменьшения сопротивления максимален, и критическая толщина покрытия δ^* , при превышении которой, $G > 1$, сопротивление возрастает. Величина эффекта снижения сопротивления зависит от отношения вязкостей жидкостей. Чем меньше вязкость магнитной жидкости, тем больше эффект. Кривая 3 на фиг. 1 соответствует случаю равных вязкостей жидкостей. Тот факт, что сопротивление в этом случае может быть уменьшено (при соответствующей толщине покрытия), указывает на то, что причиной его является не уменьшение диссипативных потерь (последние в этом случае даже возрастают из-за более сложного профиля скорости в слое, в котором должно быть возвратное течение), а уменьшение сопротивления давления. Последнее же уменьшается только из-за уменьшения зоны возвратного течения за цилиндром. Таким образом, покрытие ци-

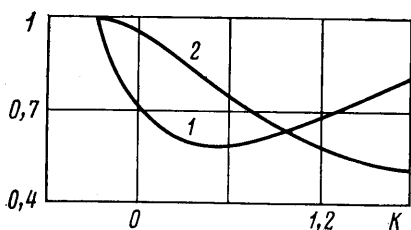
цилиндра слоем магнитной жидкости, удерживаемой магнитным полем, является эффективным инструментом управления отрывом потока.

На фиг. 2 представлена зависимость оптимального значения δ_{\min} (кривая 1) и достигаемого при этом эффекта уменьшения сопротивления (кривая 2) от величины $K = \lg(\eta_2/\eta_1)$ для $\gamma \text{Re}_2/4 = 0,1$. При $\eta_2/\eta_1 = 0,53$ $\delta_{\min} = \delta^* = 1$ и сопротивление цилиндра возрастает при покрытии его слоем жидкости. Тот факт, что сопротивление начинает возрастать только при почти двукратном превышении вязкости слоя над вязкостью потока, связан с влиянием слоя на отрыв потока от цилиндра.

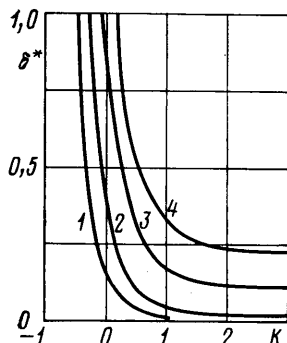
Критическое значение отношения вязкостей зависит от скорости потока — точка $\delta^* = 1$ перемещается вправо с ростом параметра $\gamma \text{Re}_2/4$ на фиг. 3, где кривые 1–4 соответствуют следующим значениям $\gamma \text{Re}_2/4$: 0,01, 0,1; 0,5; 1. С ростом скорости потока критическое отношение вязкостей



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

возрастает и при $\gamma \text{Re}_2/4 > 0,63$ превышает 1. Однако заметим, что при этом близки к границам применимости приближения Озеена.

Следует отметить, что искажение границы раздела, которым пренебрегалось в целях упрощения решения, приводит к дополнительному уменьшению сопротивления давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Управление отрывом потока. М.: Мир, 1979. 552 с.
2. Меркулов В. И. Управление движением жидкости. Новосибирск: Наука, 1981. 174 с.
3. Братухин Ю. К. К вопросу о движении шара, покрытого жидкой пленкой.— В кн.: Конвективные течения и гидродинамическая устойчивость. Свердловск, 1979, с. 68–74.
4. Берковский Б. М., Башговой В. Г. Термомеханика ферромагнитных жидкостей.— Магнитная гидродинамика, 1973, № 3, с. 3–14.
5. Тактаров Н. Г., Чьонг За Бинь. О стабилизации поверхностей разрыва в намагничивающихся средах при помощи неоднородного магнитного поля.— Магнитная гидродинамика, 1979, № 2, с. 10–12.
6. Архипенко В. И., Барков Ю. Д., Башговой В. Г., Краков М. С. Исследование устойчивости неподвижного цилиндрического столба намагничивающейся жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 4, с. 3–8.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963. 728 с.

Минск

Поступила в редакцию
9.XI.1982