

УДК 532.526.2/4:536.24

**ТРЕНИЕ И ТЕПЛОБМЕН В ЛАМИНАРНОМ И ТУРБУЛЕНТНОМ
ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ ПРИ ОБТЕКАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ
ТЕЛ НЕОДНОРОДНЫМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ**

ЕРЕМЕЙЦЕВ И. Г., ПИЛЮГИН Н. Н.

В экспериментальных исследованиях конвективных потоков тепла при сверхзвуковом обтекании тел подогретым газом используются установки, в которых реализуется сильно недорасширенное струйное течение. Математической моделью такого неравномерного (расходящегося) набегающего потока может служить течение от сверхзвукового источника. В связи с этим возникает задача исследования обтекания произвольного осесимметричного тела неравномерным сверхзвуковым потоком подогретого газа [1–5] и определения тепловых и динамических воздействий на тело. Аналогичные задачи о неравномерном обтекании тел возникают при воздействии сверхзвуковых струй на препятствия [6], а также при движении тела в гиперзвуковом следе за другим телом [5, 7–9].

Теплообмен при взаимодействии недорасширенных струй газа с плоскими преградами, расположенными как перпендикулярно, так и параллельно оси струи, рассматривался теоретически и экспериментально, например в [6, 10, 11].

Следует отметить сравнительно малое количество экспериментальных работ, посвященных исследованию взаимодействия недорасширенных сверхзвуковых струй с осесимметричными телами. Важность решения этой задачи отмечалась также в [1, 5–11].

В работе [3], используя гиперзвуковое приближение [12], решена задача о течении невязкого излучающего газа в ударном слое около тела при неравномерном набегающем потоке от сверхзвукового источника. Это решение использовано в [4] для определения параметров на внешней границе пограничного слоя. В [4] получены формулы, позволяющие рассчитывать конвективный тепловой поток к телу для ламинарного режима течения при обтекании равномерным и неравномерным потоками газа.

В [5] выполнены расчеты тепловых потоков и напряжения трения при неравномерном сверхзвуковом ламинарном обтекании сферически затупленного тела потоком от источника на основе решения уравнений Навье – Стокса. Сопоставление расчетов [5] с приближенной формулой [4] для тепловых потоков при неравномерном обтекании показало различие между ними $\sim 20\%$. При этом использована рассчитанная в [5] величина теплового потока в критической точке при равномерном обтекании. Если же воспользоваться формулой пересчета теплового потока при неравномерном обтекании из [4] и подставить в нее распределение коэффициента теплообмена от угла θ при равномерном обтекании из [5], то максимальное отличие потока от рассчитанного в [5] для неравномерного обтекания составит менее 10% для всех θ .

В данной работе получены обобщенные формулы для расчета тепловых потоков и напряжения трения ламинарного и турбулентного режимов течения в пограничном слое при равномерном и неравномерном обтекании тела.

1. Рассмотрим обтекание осесимметричного затупленного тела сверхзвуковым потоком подогретого газа от источника радиуса r_* , центр которого отстоит от критической точки тела на расстоянии L_0 . Принимается схема течения и обозначения величин, приведенные в работах [3, 4]. В области между сверхзвуковым источником и ударной волной численно получено решение квазидномерной задачи о течении химически неравновесного невязкого газа. При численном решении по неявной схеме рассматривался воздух, состоящий из 18 нейтральных, положительно и отрицательно заряженных компонентов, между которыми протекают 72 неравновесные реакции. Исследовано влияние температуры источника, его размера, давления и отдельных групп реакций на решение. Показано, что

газодинамические параметры набегающего на тело потока с хорошей точностью выражаются в неявном виде от радиальной координаты r/r_* (r — безразмерное расстояние) по изэнтропическим формулам [3, 4] с соответствующим постоянным значением эффективного показателя адиабаты γ . Для расстояний $1,5 \leq r \leq 15$ эти формулы можно приближенно представить в виде следующих зависимостей от r :

$$M^2 = \frac{(r^2/\sqrt{\epsilon_1})^{\gamma-1} f(M_*) - 1}{\epsilon_1}, \quad V = \sqrt{\frac{\eta(r) g(M_*)}{\epsilon_1}}$$

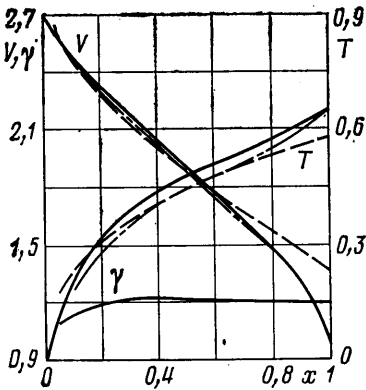
$$T = \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{\epsilon_1^{(\gamma-1)/2}}{r^{2(\gamma-1)}} g(M_*)$$

$$p = \frac{1}{2\gamma r^{2\gamma}} \sqrt{(\gamma^2-1) \epsilon_1^{(\gamma-1)} g(M_*) / \eta(r)}$$

$$\rho = \frac{1}{r^2} \sqrt{\epsilon_1 / \eta(r) g(M_*)}, \quad \eta(r) = 1 - \frac{\epsilon_1^{(\gamma-1)/2}}{r^{2(\gamma-1)} f(M_*)} \quad (1.1)$$

$$f(M_*) = \frac{[\epsilon_1 M_*^2 + 1 - \epsilon_1]^{(\gamma+2)/2}}{M_*^{\gamma-1}}, \quad \epsilon_1 = \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad g(M_*) = \frac{\epsilon_1 M_*^2 + 1 - \epsilon_1}{M_*^2}$$

Здесь V_* , ρ_* , $\rho_* V_*^2 p$, $m_* V_*^2 T / R_A$ — соответственно скорость, плотность, давление, температура газа, R_A — универсальная газовая постоянная, M — число Маха, m_* — молекулярный вес. Звездочкой отмечены величины на источнике. Для оценки точности формул (1.1) на фиг. 1 представлено сравнение $V(r)$ и $T(r)$, рассчитанных по точному численному алгоритму (сплошные кривые), по изэнтропическим формулам [3, 4] (штрихпунктирные кривые) и по формулам (1.1) (штриховые кривые) для следующих начальных условий на источнике: $T_* = 8000$ К, $\rho_* = 3,34$ кг/м³ и $V_* = 2,17$ км/с, $r_* = 0,1$ м. Сравнение показывает, что расчет по аналитическим формулам (1.1) приводит к отклонению от точных численных результатов по профилю скорости на 1%, а по профилю температуры — на 8% в диапазоне $1,5 \leq r \leq 15$. На фиг. 1



Фиг. 1

приведен также профиль изменения γ , рассчитанный численно при тех же начальных условиях. Видно, что для расстояний $1 \leq r \leq 10$ величина γ для неравновесного течения практически постоянна и близка к значению на источнике, вычисленному при равновесных условиях.

Для определения местного потока тепла и величины напряжения трения на поверхности тела при больших числах Рейнольдса ($Re_\infty \geq 10^5$) используются формулы, полученные на основе гипотезы локального подобия с учетом обработки численных и экспериментальных результатов для ламинарного и турбулентного режимов течения в пограничном слое [13]. Расчеты неравновесного пограничного слоя около затупленного конуса при скоростях набегающего потока $V_\infty < 8$ км/с подтвердили [14], что распределения теплового потока вдоль идеально каталитической поверхности получились практически одинаковыми для равновесного или неравновесного режимов течения и близкими к тому, которое дается теорией «локального подобия» Лиза. Далее, ограничиваясь скоростями $V_\infty < 8$ км/с, будем использовать формулы для конвективного потока q_w и напряжения трения τ_w .

из [13], имея в виду, что соответствующие поправки, учитывающие конечные скорости протекания химических реакций на поверхности тела и в потоке, могут быть получены на основе отдельных известных расчетов [14].

Локальные параметры имеют вид [13]

$$r_1 q_w = \varphi \left[\int_0^x \varphi dx \right]^{-1/n}, \quad \varphi = [B_n r_1 (h_r - h_w)]^{\alpha_1} \rho_e u_e \mu_e^{\alpha_2} \quad (1.2)$$

$$r_1 \tau_w = \frac{1}{2} (A_n r_1)^{\alpha_1} \rho_e^{\alpha_2} u_e^{\alpha_3} \mu_e^{\alpha_4} \left[\int_0^x (A_n r_1)^{\alpha_1} \rho_e^{\beta_1} u_e^{\beta_2} \mu_e^{\beta_3} dx \right]^{-1/n} \quad (1.3)$$

$$\alpha_1 = 1 - b_n \kappa_1, \quad \alpha_2 = 1 + \kappa + a_n \kappa_1$$

$$\beta_1 = 1 - b_n \kappa, \quad \beta_2 = 1 + \kappa + a_n \kappa$$

$$B_n = \frac{A_n}{2S_n}, \quad a_2 = 2,9196 \frac{T_w}{T_0} - 0,3165; \quad b_2 = (\gamma_1 - 1) \left(1,4598 \frac{T_w}{T_0} + 0,4155 \right)$$

$$a_5 = 1,4 \frac{T_w}{T_0}, \quad b_5 = 0,183 + 0,245 \frac{T_w}{T_0}, \quad \kappa = \frac{n}{n-1}, \quad \kappa_1 = \frac{1}{n-1}$$

$$A_2 = 0,664 \left[0,45 + 0,55 \frac{h_w}{h_e} + 0,09 (\gamma_1 - 1) M_e^2 \text{Pr}^{1/2} \right]^{(n-1)/2}$$

$$A_5 = 0,0592 \left[1 + (\gamma_1 - 1) \text{Pr}^{1/2} \frac{M_e^2}{2} \right]^{-0,55} \left(\frac{h_r}{h_w} \right)^{0,21}$$

Здесь $n=2$ и 5 соответственно для ламинарного и турбулентного пограничных слоев, q_w — местный тепловой поток в данную точку поверхности тела, τ_w — величина напряжения трения, ρ_e , u_e , μ_e , h_e , M_e — соответственно плотность, скорость, динамический коэффициент вязкости, энтальпия и число Маха на внешней границе пограничного слоя, h_w — энтальпия при температуре поверхности, γ_1 — отношение эффективных удельных теплоемкостей в ударном слое, Pr — число Прандтля, ω — показатель степени в зависимости вязкости от температуры, S_n — коэффициент аналогии Рейнольдса, h_r — энтальпия теплоизолированной поверхности, r_1 — расстояние от поверхности тела до оси симметрии, x — расстояние вдоль поверхности тела, T_w — температура поверхности тела, T_0 — температура торможения.

Введем в (1.2) и (1.3) следующие безразмерные величины:

$$x' = \frac{x}{R_0}, \quad \rho_e' = \frac{\rho_e}{\rho_{e0}}, \quad \mu_e' = \frac{\mu_e}{\mu_{e0}}, \quad u_e' = \frac{u_e}{V_0}$$

$$p_e' = \frac{p_e}{\rho_0 V_0^2}, \quad A_n' = \frac{A_n}{A_{n0}}, \quad B_n' = \frac{B_n}{B_{n0}}$$

$$h_r' - h_w' = \frac{(h_r - h_w)}{(H_0 - h_w)}, \quad r_1' = \frac{r_1}{R_0}, \quad \text{Re} = \frac{V_0 \rho_0 R_0}{\mu_0} \quad (1.4)$$

$$\text{Nu} = \frac{q_w(x) R_0}{T_0 - T_w \lambda_{e0}}, \quad C_f = \frac{2\tau_w(x)}{\rho_0 V_0^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu_{e0} C_p}{\lambda_{e0}}$$

$$K_0 = \left(\frac{\rho_{e0} \mu_0}{\rho_0 \mu_{e0}} \right)^{1/\kappa}, \quad K_1 = \left(\frac{\rho_{e0}}{\rho_0} \right)^{1/\kappa} \left(\frac{\mu_{e0}}{\mu_0} \right)^{1/n}$$

где R_0 — радиус кривизны в критической точке осесимметричного тела, ρ_0 , V_0 — соответственно плотность и скорость набегающего потока перед скачком уплотнения на оси симметрии, ρ_{e0} , λ_{e0} , μ_{e0} — плотность и коэффи-

циенты теплопроводности и динамической вязкости на внешней границе пограничного слоя на оси симметрии, величины A_{n_0} , B_{n_0} равны значениям A_n , B_n при $M_0=0$; H_0 — полная энтальпия, Nu — число Нуссельта, C_f — местный коэффициент сопротивления трения, Re — число Рейнольдса.

Пренебрежем изменением вдоль поверхности тела величин A_n' , B_n' , $h_r' - h_w'$, $(T_e/T_0)^{n_1}$ и $(T_e/T_0)^{n_2}$, где $\eta_1 = \omega(\kappa_1 + \alpha_1) - \alpha_1$, $\eta_2 = \omega((\kappa_1 + \beta_1) - \beta_1)$ для коэффициента трения и $\eta_1 = \eta_2 = \omega\kappa - 1$ для теплового потока. Сравнение полученных при этих предположениях распределений теплового потока и коэффициента трения с точно рассчитанными показало хорошее их совпадение (см. ниже фиг. 3, 4), что оправдывает принятое допущение. С учетом этого предположения и (1.4) соотношения (1.2), (1.3) можно записать в виде обобщенной зависимости от параметров n , α_1 , α_2 , β_1 , β_2 (далее штрихи над величинами опускаем)

$$F(n, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, x) = r_1^{\alpha_1} p_e^{\alpha_1} u_e^{\alpha_2} \left[\int_0^x r_1^{\alpha_1} p_e^{\beta_1} u_e^{\beta_2} dx \right]^{-1/n} \quad (1.5)$$

$$N_n = F(n, 1, 1, 1, 1, x) = \frac{Nu(x)}{Re^{1/n} Pr K_0 B_{n_0}} \quad (1.6)$$

$$C_n = F(n, 1 - b_n \kappa_1, 1 + \kappa + a_n \kappa_1, 1 - b_n \kappa, 1 + \kappa + a_n \kappa, x) = \frac{C_f(x) Re^{1/n}}{K_1 A_{n_0}} \quad (1.7)$$

Из (1.5) видно, что для определения местных коэффициентов теплоотдачи и сопротивления трения при обтекании осесимметричного тела расходящимся потоком подогретого газа необходимо определить параметры течения на внешней границе пограничного слоя. Распределение этих параметров рассчитывалось на основе формул [4].

2. В качестве примера рассмотрим подробно обтекание неравномерным потоком газа сферически затупленного тела. Решение в невязкой области ударного слоя с учетом очевидных геометрических соотношений приведено в [3, 4]. Если использовать более точное выражение для касательной составляющей скорости u , вычисленное в следующем приближении по малому параметру $\varepsilon = \rho_0/\rho_{s_0}$, то для параметров на внешней границе пограничного слоя получим

$$h_e = \frac{g(M_0)}{\varepsilon_1}, \quad p_e = \frac{n_2(\cos \theta - k_1)^2}{r^2}, \quad u_e = \sqrt{(1 - \gamma_1) h_e \ln p_e / \gamma_1},$$

$$r^2 = (\cos \theta - k_1)^2 + \sin^2 \theta, \quad k_1 = \frac{k}{k+1}, \quad k = \frac{1}{L}, \quad L = \frac{L_0}{R_0}, \quad n_2 = \frac{b}{b_0}$$

$$b = \left[\frac{g(M) M^2}{f(M)} \right]^{2/(\gamma-1)} \quad (2.1)$$

В (2.1) число Маха M рассчитывается из первого соотношения (1.1). В формулах (2.1) ρ_{s_0} — соответственно плотность газа за скачком на оси симметрии, b_0 — значение b при $M=M_0$, M_0 — число Маха в набегающем потоке перед ударной волной на оси симметрии. В решении (2.1) использовано давление по формуле Ньютона, так как оно лучше согласуется с эмпирическими данными при обтекании сферы [1, 12]. Коэффициент n_2 в выражении для p_e характеризует неравномерность газодинамических параметров по величине в набегающем потоке вдоль ударной волны. В случае равномерного обтекания сферы $n_2=1$. Параметры газа на оси симметрии непосредственно перед ударной волной определяются при фиксированном γ только параметром $l=L_0/r_*$, который является в данной задаче параметром подобия и связан с числом Маха соотношением [3, 4]

$$l^2 = [f(M_0) g^{-1/2}(M_0) M_0^{-1}]^{1/(\gamma-1)}$$

Другим параметром подобия, как видно из (2.1), является величина k , которая определяет степень неравномерности течения. С увеличением k неравномерность набегающего потока растет. Случай $k=0$ соответствует равномерному обтеканию. Степень нагретости непосредственно перед ударной волной определяется при фиксированном γ только параметром h_e , который связан с параметром l .

Подставляя (2.1) в (1.5), находим коэффициент теплоотдачи (1.6) при $\alpha_1=\alpha_2=\beta_1=\beta_2=1$ или коэффициент сопротивления трения (1.7) при $\alpha_1=-1-b_n\kappa_1$, $\alpha_2=1+\kappa+a_n\kappa_1$, $\beta_1=1-b_n\kappa$, $\beta_2=1+\kappa+a_n\kappa$ как для ламинарного, так и для турбулентного режимов течения в пограничном слое с учетом неравномерности набегающего внешнего потока.

3. Получим теперь приближенные соотношения для распределений $q_w(\theta)$ и $\tau_w(\theta)$ вдоль сферической поверхности тела. С этой целью, используя (2.1) и (1.1), получим разложения параметров газа на внешней границе пограничного слоя вблизи критической точки тела

$$p_e=1-A\theta^2+AB\theta^4+O(\theta^6) \quad (3.1)$$

$$u_e=G\theta-\frac{G}{4}(2B-A)\theta^3+O(\theta^5) \quad (3.2)$$

$$A=(1+k)[1+k(1+C)], \quad B=k^2+k+1/3$$

$$G=\frac{du_e}{d\theta}\Big|_{\theta=0}=G_p\sqrt{A}, \quad G_p=\sqrt{h_e(\gamma_1-1)/\gamma_1}$$

$$C=0, \quad n_2=1; \quad C=\frac{\gamma+1}{2}\left(1-\frac{\varepsilon_1}{\eta(l)}\right), \quad n_2\neq 1$$

Разложения (3.1) и (3.2) отличаются от аналогичных формул из [4] наличием параметра C , который определяет неравномерность течения вдоль ударной волны, т. е. учитывает влияние коэффициента n_2 . В [1] при решении задачи в ударном слое, в [2] при определении подобия между равномерным и неравномерным обтеканием и в [4] при нахождении аналитических формул пересчета конвективного теплового потока для ламинарного пограничного слоя полагалось $n_2=1$. При неравномерном обтекании параметр $C\sim 1$, и согласно формуле (3.1) он оказывает влияние на градиент давления, на величину G , а значит, на величины теплового потока и коэффициента трения.

На фиг. 2 для сравнения показано распределение p_e по сфере в зависимости от параметра k (кривые 1-3 соответствуют $k=0; 0,55; 1,1$) при $M_0=6$. Сплошными кривыми обозначены результаты точных численных расчетов [5], кривые штрихпунктирные и штриховые отмечают расчеты по формуле Ньютона соответственно при $C=0$ и $C\neq 0$, точки 4 — результаты работы [1]. Представленные результаты показывают заметное влияние параметра C на распределение давления при неравномерном обтекании.

Подставив разложения (3.1)–(3.2) в (1.5), нетрудно получить формулы, позволяющие рассчитывать конвективный тепловой поток (1.6) и коэффициент сопротивления трения (1.7) при обтекании тела равномерным и неравномерным потоками газа

$$F=F_p A^{c_1/2} \cos^{n_2} \theta, \quad F_p=G_p c_1 c_2^{1/n} \theta^{c_1-1/n} \cos^{\alpha} \theta \quad (3.3)$$

$$\alpha=2c_4-\frac{c_5}{6}+\frac{2}{3}\frac{\kappa_1}{c_2+2}, \quad c_1=\alpha_2-\frac{\beta_2}{n} \quad (3.4)$$

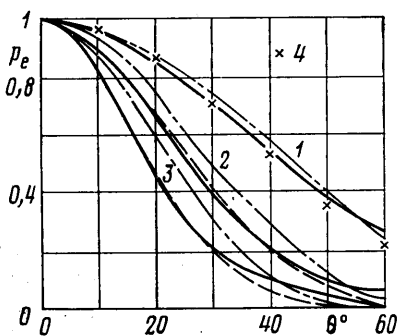
$$\beta=\left(c_6-\frac{c_3 c_7}{n}\right)k+C\left(c_8-\frac{c_3 c_9}{n}\right)(k+1)+4c_4$$

$$c_2 = \kappa + \beta_2 + 1, \quad c_3 = \frac{c_2}{c_2 + 2}, \quad c_4 = \alpha_1 - \frac{c_3 \beta_1}{n}, \quad c_5 = \alpha_2 - \frac{c_3 \beta_2}{n}$$

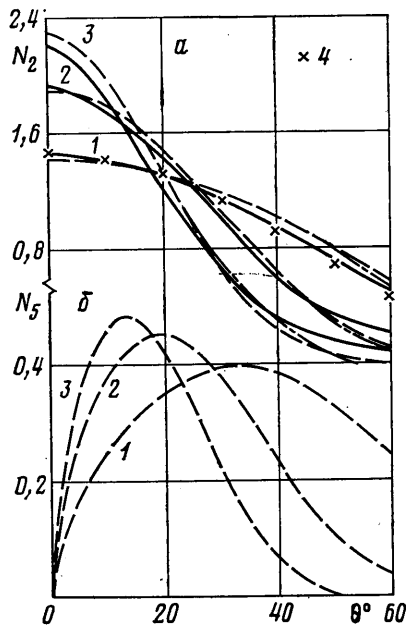
$$c_6 = 2\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}, \quad c_7 = 2\beta_1 + \frac{\beta_2}{2}, \quad c_8 = 2\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2}, \quad c_9 = 2\beta_1 - \frac{\beta_2}{2}$$

В формуле (3.3) F_p определяет величину коэффициента теплоотдачи (1.6) и коэффициента сопротивления трения (1.7) в случае равномерного обтекания сферы потоком подогретого газа. Величина F_p может быть получена как по формуле (3.4), так и в результате более точного численного расчета.

Как видно из формул (1.6), (1.7), (3.3)–(3.4), параметр подобия l оказывает в основном влияние на абсолютные величины теплового потока и коэффициента сопротивления трения и слабо влияет на их распределения по углу θ .



Фиг. 2



Фиг. 3

В то же время из (3.3), (3.4) следует, что другой параметр подобия k в равной степени влияет как на абсолютные величины теплового потока и трения, так и на распределения по углу.

Из формул (3.3) и (3.4) легко получить значение угла θ , при котором достигается максимум конвективного теплового потока или коэффициента сопротивления трения

$$\theta_m \approx 1,22 \left(\sqrt{1 + 1,33 \frac{c_1 - 1/n}{\alpha + k\beta}} - 1 \right)^{1/2} \quad (3.5)$$

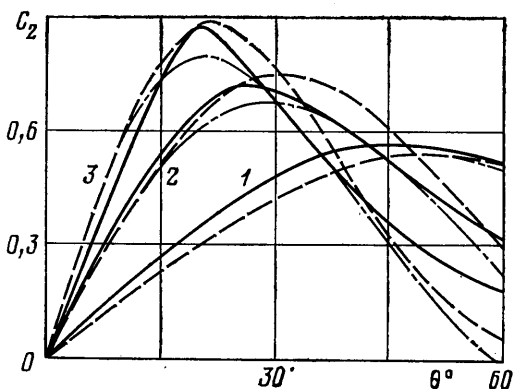
Как показали расчеты, приближенная формула (3.5) при $k=1$ согласуется с θ_m , вычисленным по формуле (1.5), с точностью до 5% для турбулентного теплового потока и до 10% — для коэффициентов трения.

Таким образом, формулы (3.3) и (3.4) позволяют приближенно рассчитывать коэффициенты теплоотдачи и сопротивления трения и проводить их пересчет при обтекании равномерным и неравномерным потоками газа как для ламинарного, так и для турбулентного режимов течения в пограничном слое.

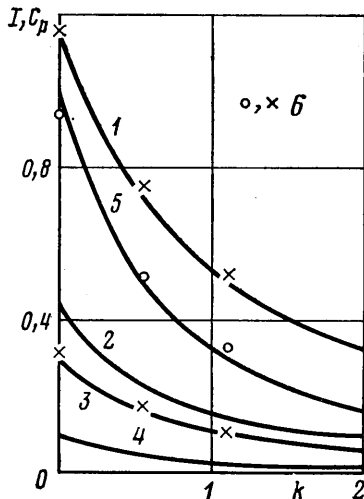
4. С целью сравнения с численными результатами [5, 15] тепловых потоков и коэффициентов трения для различных чисел k были выполнены расчеты как по формуле (1.5), так и по приближенным соотношениям (3.3), (3.4). Результаты, представленные на фиг. 3–5, получены при $M_0=6$, $M_* = 1$, $\gamma = 1,4$; $T_w/T_0 = 0,15$ (данные параметры взяты из [5]) и $\gamma_1 = 1,3$. На фиг. 3, 4 кривые 1 соответствуют равномерному обтеканию

при $k=0$, кривые 2 — $k=0,55$, 3 — $k=1,1$; сплошной кривой обозначены результаты расчетов [5] для ламинарного случая, штрихпунктирной — расчеты по формуле (1.5) и штриховой — по приближенным формулам (3.3) и (3.4). На фиг. 3 представлены распределения коэффициентов теплоотдачи (1.6) как для ламинарного (а), так и для турбулентного (б) режимов течения в пограничном слое. Кривая 4 на фиг. 3, а обозначает расчеты по формуле из работы [15].

На фиг. 4 приведено распределение коэффициента трения (1.7) для случая ламинарного течения в пограничном слое. Расчет турбулентного случая не приводится, чтобы не загромождать фигуру. Как видно из



Фиг. 4



Фиг. 5

фиг. 3, 4, формулы (1.5) и (3.3), (3.4) дают хорошее совпадение с точными численными решениями как при равномерном обтекании [5, 15], так и при неравномерном [5]. Отличие от формул (3.3) и (3.4) составляет для тепловых потоков при $k=0$ не более 5%, $k=0,55$ — 5%, $k=1,1$ — 9% и для коэффициентов трения при $k=0$ — 10%, $k=0,55$ — 13%, $k=1,1$ — 18%. Сравнение с результатами [5] проводилось в диапазоне углов θ , где еще слабо сказывается обратное влияние части тела, расположенной за сферическим носком. Из фиг. 3, 4 следует, что неравномерность набегающего потока (увеличение числа k) приводит к значительно более резкому изменению $q_w(\theta)$ и $\tau_w(\theta)$, чем при равномерном обтекании, как для ламинарного, так и для турбулентного режимов течения в пограничном слое; при этом увеличивается величина максимума, который смещается к критической точке тела.

На фиг. 5 приведены зависимости от числа k безразмерных полных тепловых потоков ($m=1$) (кривая 1 — для ламинарного течения, 2 — для турбулентного), полных коэффициентов сопротивления трения ($m=2$) (кривая 3 — для ламинарного, 4 — для турбулентного течения) и волнового сопротивления C_p (кривая 5), нормированных согласно соотношениям (1.4), (1.6), (1.7) и рассчитанных по формулам

$$I(k) = 2 \int_0^{\theta_*} F(n, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \theta) \sin^m \theta \, d\theta, \quad C_p(k) = 4 \int_0^{\theta_*} p_e \cos \theta \sin \theta \, d\theta$$

Здесь θ_* — ньютоновская точка отрыва. Из выражения (2.1) для p_e следует $\theta_* = \arccos k_*$. Заметим, что с ростом числа k сильно уменьшается волновое сопротивление, полный тепловой поток к поверхности тела и сопротивление трения. Отличие этих величин при $k=1$ от случая $k=0$ может достигать 100%. На этой же фигуре для сравнения (обозначение б) нанесены полный тепловой поток и полный ко-

коэффициент сопротивления трения для ламинарного течения, полученные приближенно, из [5] путем пересчета по формуле (3.3). Там же отмечена величина C_p , заимствованная также из [5]. Отличие составляет менее 6%, что позволяет использовать формулу пересчета (3.3) для неравномерного обтекания. Установленные закономерности легко обнаружить экспериментально по измерению интегральных коэффициентов теплообмена, сопротивления трения и волнового сопротивления при обтекании тел неравномерными потоками газа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
2. Шапиро Е. Г. О некоторых свойствах подобия при обтекании сферы сверхзвуковыми равномерными и неравномерными потоками газа.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 1, с. 82—85.
3. Еремейцев И. Г., Пиллюгин Н. Н. Гиперзвуковое обтекание затупленных тел неравномерным потоком излучающего газа.— В кн.: Неравновесные течения газа с физико-химическими превращениями. М.: Изд-во МГУ, 1980, с. 63—75.
4. Еремейцев И. Г., Пиллюгин Н. Н. Конвективный нагрев затупленного тела при его гиперзвуковом обтекании неравномерным потоком газа.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 127—133.
5. Головачев Ю. П., Леонтьева Н. В. Вязкий ударный слой перед затупленным телом в неравномерном сверхзвуковом потоке. Л., 1982. 21 с. (Физ.-техн. ин-т АН СССР, Препринт, № 751).
6. Антогин В. М., Герасимов Ю. И., Жогов В. А., Хомутский А. А. Тепловое воздействие свободно расширяющейся струи газа на плоскую преграду.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 119—126.
7. Черкез А. Я., Карпов Ю. Л., Кудрявцев В. Н., Овчинникова Н. Ф., Семенкевич Ю. П., Шилов В. А. Применение теории турбулентных струй к анализу отрывного течения между двумя телами.— В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1970, с. 163—168.
8. Lin T. C., Reeves B. L., Siegelman D. Blunt-body problem in nonuniform flowfields.— AIAA Journal, 1977, v. 15, № 8, p. 1130—1137.
9. Каменецкий В. Ф., Турчак Л. И. Сверхзвуковое обтекание тел неоднородным потоком идеального газа. М.: ВЦ АН СССР, 1982. 21 с.
10. Cose D. A., Lee B. T. Heat transfer from an impinging rocket jet.— AIAA Journal, 1965, vol. 3, № 1, p. 173—175.
11. Фролов Г. А., Дервяков В. С., Пасичный В. В., Захаров Ф. И. Экспериментальное исследование теплообмена дозвуковой и сверхзвуковой плазменной струи с плоской поверхностью.— Инж.-физ. ж., 1981, т. 40, № 6, с. 965—969.
12. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
13. Перминов В. Д., Солодкин Е. Е. Осесимметричные тела минимального сопротивления и минимального потока к поверхности тела при различном характере течения в пограничном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 2, с. 94—102.
14. Громов В. Г. Химически неравновесный ламинарный пограничный слой в диссоциированном воздухе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 2, с. 3—9.
15. Мураинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равномерно диссоциирующего воздуха.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 2, с. 184—188.

Москва

Поступила в редакцию
3.1.1983