

УДК 533.6.011.5+533.69.04

## О ПРОПУЛЬСИВНОМ К.П.Д. ВИБРИРУЮЩЕГО КРЫЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

КОГАН М. Н., УСТИНОВ М. В.

В теории крыла классической является задача об определении формы крыла, обладающего минимальным сопротивлением при заданной подъемной силе. К решению такой задачи имеются два подхода. Можно найти общее выражение для подъемной силы и сопротивления крыла произвольной формы. Варьируя последнюю, можно найти форму, обладающую искомым оптимальным свойством. Однако такая задача весьма сложна.

В некоторых случаях удается упростить задачу, разбив ее на две [1]. Так, при дозвуковых скоростях, рассматривая задачу в плоскости Трэфтца (на бесконечности за крылом), можно выразить подъемную силу и сопротивление через распределение циркуляции по крылу, найти оптимальное распределение циркуляции и соответствующее ему минимальное сопротивление и лишь затем, если это необходимо, отыскивать форму крыла. Для сверхзвуковых скоростей сопротивление и подъемную силу крыла можно выразить через потенциал на задней характеристической поверхности [2]. Можно найти минимум сопротивления и потенциал на характеристических поверхностях, его обеспечивающий, не зная форму оптимального крыла. Решая задачу Гурса по известному теперь потенциалу на двух характеристических поверхностях, можно найти форму крыла. Такое разделение задачи на две существенно ее упрощает. Однако во многих случаях последнюю часть задачи можно не решать. Действительно, как правило, оптимальные формы сложны для практического применения. Зная из решения первой части задачи величину минимального сопротивления, можно для практически приемлемых форм найти сопротивление и оценить его близость к минимальному. Это ведет к дальнейшему упрощению задачи.

В настоящей работе показано, что второй подход возможен и для вибрирующего крыла, и решаются две задачи: о минимальной мощности, необходимой для получения заданных подъемной силы и тяги, и о максимальной мощности, получаемой крылом от потока при заданном сопротивлении. Решение ищется в рамках линейной теории сверхзвуковых течений.

1. Пусть тело или группа тел совершает периодические движения или деформации с периодом  $T$  в потоке газа со скоростью  $u_\infty$ , плотностью  $\rho_\infty$  и давлением  $p_\infty$ . Окружим эти тела неподвижной контрольной поверхностью  $S$ . Ограничившись рассмотрением двумерных течений, запишем уравнения сохранения массы, импульса и энергии

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho dV + \int_S \rho u_n dS; \quad n_x = \cos(n, x), \quad n_y = \cos(n, y)$$

$$F_i(t) = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho u_i dV - \int_S [(p - p_\infty) n_i + \rho u_n u_i] dS; \quad i = x; y \quad (1.1)$$

$$N(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho \left( \frac{u^2}{2} + C_v T^* \right) dV + \int_S p u_n dS + \int_S \rho u_n \left( \frac{u^2}{2} + C_v T^* \right) dS$$

где  $V(t)$  — изменяющийся во времени объем пространства между телом и поверхностью  $S$ ,  $\mathbf{n}$  — внешняя к  $S$  нормаль,  $F_i(t)$  — составляющие силы, действующей на тело,  $N$  — мощность, подводимая к газу,  $T^*$  — темпера-

тура, остальные обозначения общепринятые. Осредняя (1.1) по периоду  $T$ , имеем

$$0 = \frac{1}{T} \int_0^T \int_S \rho u_n dS dt$$

$$\langle F_i \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T \int_S [(p-p_\infty)n_i + \rho u_n u_i] dS dt$$
(1.2)

$$\langle N \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \int_S \left[ p u_n + \rho u_n \left( \frac{u^2}{2} + C_v T^* \right) \right] dS dt$$

Считая возмущения, вносимые телом, малыми и вводя потенциал  $\Phi = u_\infty x + \varphi(t, x, y, z)$  и используя интеграл Лагранжа

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + \frac{a_\infty^2}{\kappa - 1} \left( \frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{\kappa - 1} = \frac{u_\infty^2}{2} + \frac{a_\infty^2}{\kappa - 1}$$

где  $a_\infty$  — скорость звука в набегающем потоке,  $\kappa$  — отношение удельных теплоемкостей, получим

$$\langle F_y \rangle = -\frac{\rho_\infty u_\infty}{T} \int_0^T \int_S \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} n_x - \frac{\partial \varphi}{\partial x} n_y \right) dS dt$$

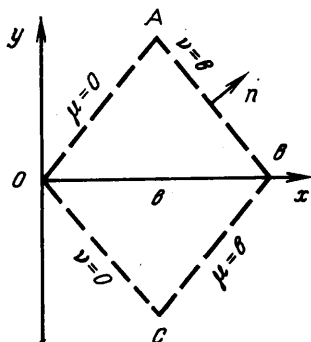
$$\langle F_x \rangle = \frac{\rho_\infty}{T} \int_0^T \int_S \left[ \frac{n_x}{2} \left( \beta^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right) - \right.$$

$$\left. - n_y \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{n_x}{2a_\infty^2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right] dS dt$$
(1.3)

$$\langle N \rangle = \frac{\rho_\infty u_\infty}{a_\infty^2 T} \int_0^T \int_S \left\{ n_x \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{a_\infty \beta^2}{M} n_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} - n_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\} dS dt$$

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1}; \quad M = u_\infty a_\infty^{-1}$$

2. Ограничимся рассмотрением крыла бесконечного размаха, передние и задние острые кромки которого неподвижны, а поверхность может



Фиг. 1

произвольным образом деформироваться. Пусть проекция крыла на плоскость  $xz$  изображается отрезком  $OB$  (фиг. 1). Выведем из передних и задних кромок крыла характеристики поверхности  $OA$ ,  $AB$ ,  $CB$  и примем их за поверхность  $S$ . Из (1.3) видно, что в  $\langle F_y \rangle$  дает вклад лишь антисим-

метричная по  $y$  часть потенциала  $\varphi_A (\varphi = \varphi_A + \varphi_C)$ . Величины  $\langle X \rangle$  и  $\langle N \rangle$  в равной степени определяются  $\varphi_A$  и  $\varphi_C$ . Интегралы по  $S$  равны удвоенным интегралам по верхней половине.

Введем характеристические координаты  $\mu, \nu$  и безразмерные переменные  $C_x, C_y, C_N, \mu', t', \varphi'$ .

$$C_x = \frac{2\langle F_x \rangle}{\rho_\infty u_\infty^2 b \cdot 1}, \quad C_y = \frac{2\langle F_y \rangle}{\rho_\infty u_\infty^2 b \cdot 1}, \quad C_N = \frac{2\langle N \rangle}{\rho_\infty u_\infty^2 b \cdot 1}$$

$$\mu' = \frac{\mu}{b}, \quad t' = \frac{t}{T}, \quad \varphi' = \frac{\varphi}{u_\infty b}$$

где  $b$  — хорда крыла, и учитывая, что  $\varphi = 0$  на  $OA$  и  $OC$ , получим (штрих над безразмерными величинами опускаем)

$$C_y = 4 \int_0^1 dt \int_0^1 \frac{\partial \varphi_A}{\partial \mu} d\mu, \quad C_x = 4\beta \int_0^1 dt \int_0^1 \left[ \left( \frac{d\varphi}{d\mu} \right)^2 - B \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right] d\mu$$

$$C_N = 4\beta \frac{b}{u_\infty T} \int_0^1 dt \int_0^1 \left[ G \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] d\mu$$

$$B = \frac{b^2}{4a_\infty^2 \beta^2 T^2}; \quad G = \frac{Mb}{2\beta^2 a_\infty T}$$

Таким образом, средние за период силы, действующие на крыло, и мощность, передаваемую крылом газу, удается выразить через потенциал на задней характеристической поверхности. Это позволяет формулировать вариационные задачи для этого потенциала и лишь затем, если в этом есть необходимость, из решения задачи Гурса находить формы колебания профиля.

Представив безразмерный потенциал на  $AB$  в виде

$$\varphi = A_0(\mu) + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(\mu) \sin 2\pi n t + B_n(\mu) \cos 2\pi n t] \quad (2.1)$$

получим

$$C_y = 4A_0(1)$$

$$C_x = 2\beta \int_0^1 \left[ 2A_0'^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n'^2 + B_n'^2 - \sum_{n=1}^{\infty} 4\pi^2 n^2 B_n (A_n^2 + B_n^2) \right] d\mu$$

$$C_N = 4\beta \frac{b}{u_\infty T} \int_0^1 \left[ 2\pi^2 G \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (A_n^2 + B_n^2) - \sum_{n=1}^{\infty} \pi n (A_n B_n' - B_n A_n') \right] d\mu$$

Отсюда видно, что лишь  $A_0$  должна определить антисимметричную часть потенциала. Части потенциала, определяемые коэффициентами  $A_n$  ( $n \geq 1$ ), могут представлять как симметричную, так и антисимметричную части потенциала, которым соответствуют симметричные и антисимметричные деформации профиля. Выбор типа деформаций может определяться конструктивными или иными соображениями.

Не зависящий от времени член  $A_0(\mu)$  в (2.1) полностью определяет подъемную силу. Разобьем  $C_x$  на части, соответственно связанные с созданием подъемной силы ( $C_x^{(1)}$ ) и с работой  $C_x^{(2)}$

$$C_x^{(1)} = 4\beta \int_0^1 A_0'^2 d\mu$$

$$C_x^{(2)} = 2\beta \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 [(A_n'^2 + B_n'^2) - 4\pi^2 D^2 (A_n^2 + B_n^2)] d\mu, \quad D^2 = n^2 B^2$$

Стационарная задача о минимуме сопротивления  $C_x^{(1)}$  при заданном  $C_y$  хорошо известна и решением ее являются

$$A_0 = \frac{C_y}{4} \mu; \quad C_{x(\min)}^{(1)} = \frac{\beta C_y^2}{4}$$

Это сопротивление соответствует плоской пластинке, обтекаемой под углом атаки  $\alpha = 4C_y/\beta$ .

Коэффициент  $A_0$  не влияет на  $C_N$ , а коэффициенты  $A_n$  не влияют на  $C_y$ . Последними можно распорядиться так, чтобы  $C_x$  имел заданную положительную (сопротивление) или отрицательную (тяга) величину.

Можно, например, потребовать, чтобы  $C_x = C_{x(\min)}^{(1)} + C_x^{(2)}$ , т. е. чтобы колебания «тянули» крыло ( $C_x^{(2)} < 0$ ).

Рассмотрим две вариационные задачи: а) найти минимальную затрату мощности  $C_N > 0$  для получения заданной тяги  $C_x^{(2)} < 0$  и б) найти максимальную мощность  $C_N < 0$ , извлекаемую крылом из потока при заданном сопротивлении  $C_x^{(2)} > 0$ . Представим  $C_x^{(2)}$  и  $C_N$  в виде

$$C_x^{(2)} = \sum_{n=1}^{\infty} C_x(n); \quad C_N = \sum_{n=1}^{\infty} C_N(n) \quad (2.2)$$

и решим задачи о нахождении минимума (максимума)  $C_N(n)$  при заданном  $C_x(n)$

$$C_x(n) = 2\beta \int_0^1 [(A_n'^2 + B_n'^2) - 4\pi^2 D^2 (A_n^2 + B_n^2)] d\mu \quad (2.3)$$

$$C_N(n) = 8\beta \int_0^1 \left[ 2\pi^2 D^2 (A_n^2 + B_n^2) + \frac{\pi\beta}{M} D (A_n B_n' - B_n A_n') \right] d\mu \quad (2.4)$$

Легко показать, что уравнениями Эйлера задачи (2.3), (2.4) с соответствующими граничными условиями будут

$$\lambda A_n'' + \frac{4\pi}{M} D B_n' + 4\pi^2 D^2 \left( \frac{2}{\beta} + \lambda \right) A_n = 0, \quad (2.5)$$

$$\lambda B_n'' - \frac{4\pi}{M} D A_n' + 4\pi^2 D^2 \left( \frac{2}{\beta} + \lambda \right) B_n = 0$$

$$\frac{2\pi}{M} D B_n(1) + \lambda A_n'(1) = 0; \quad \frac{2\pi}{M} D A_n(1) - \lambda B_n'(1) = 0 \quad (2.6)$$

$$A_n(0) = 0; \quad B_n(0) = 0 \quad (2.7)$$

Последние условия — следствие обращения потенциала в нуль на передней характеристической поверхности,  $\lambda$  — множитель Лагранжа.

Будем искать решение в виде

$$A_n = c_1 \cos \omega_1 \mu + c_2 \cos \omega_2 \mu; \quad B_n = c_1 \sin \omega_1 \mu + c_2 \sin \omega_2 \mu \quad (2.8)$$

Подставляя (2.8) в (2.5), найдем, что эта система имеет нетривиальные решения, удовлетворяющие условиям (2.7), если

$$\omega_1 = \frac{2\pi D}{\lambda} \left( \frac{1}{M} + \sqrt{\frac{1}{M^2} + \lambda \left( \frac{2}{\beta} + \lambda \right)} \right);$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi D}{\lambda} \left( \frac{1}{M} - \sqrt{\frac{1}{M^2} + \lambda \left( \frac{2}{\beta} + \lambda \right)} \right), \quad c_2 = -c_1$$

Таким образом

$$A_n = c_1 (\cos \omega_1 \mu - \cos \omega_2 \mu) = -c \sin \omega_3 \mu \sin \omega_4 \mu \quad (2.9)$$

$$B_n = c_1 (\sin \omega_1 \mu - \sin \omega_2 \mu) = c \cos \omega_3 \mu \sin \omega_4 \mu$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{2\pi D}{\lambda M}, \quad \omega_4 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = \frac{2\pi D}{\lambda} \sqrt{\frac{1}{M^2} + \lambda \left( \frac{2}{\beta} + \lambda \right)}, \quad c = 2c_1$$

Подставляя (2.9) в (2.6), получим

$$\lambda \omega_4 \cos \omega_3 \cos \omega_4 = 0, \quad \lambda \omega_4 \sin \omega_3 \cos \omega_4 = 0$$

Очевидно, условия  $\cos \omega_3 = 0$  и  $\sin \omega_3 = 0$  не могут быть одновременно удовлетворены ни при каком  $\lambda$ . Условие  $\omega_4 = 0$  ведет к  $\omega_1 = \omega_2$ , т. е. к тривиальному решению  $A_n = B_n = 0$ . Следовательно

$$\cos \omega_4 = 0; \quad \omega_4 = \pm \left( \frac{1}{2} + m \right) \pi = \frac{2\pi D}{\lambda} \sqrt{\frac{1}{M^2} + \lambda \left( \frac{2}{\beta} + \lambda \right)}$$

где  $m$  — произвольное целое число. Выразив отсюда  $\lambda$ , найдем

$$\lambda = \left[ -\frac{1}{\beta} \pm \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{M^2} (1 - \chi^2)} \right] (1 - \chi^2)^{-1}, \quad \chi = \frac{1 + 2m}{4D} \quad (2.10)$$

Подставляя найденное решение (2.9) в (2.3), найдем значение постоянной  $c$ , определяющей амплитуду колебаний

$$c^2 = C_x(n) \left[ \frac{8\beta\pi^2 D^2}{\lambda^2} \left( \frac{1}{M^2} + \frac{\lambda}{\beta} \right) \right]^{-1} \quad (2.11)$$

Проинтегрируем в (2.3) первый член по частям

$$C_x(n) = 2\beta [A_n'(1)A_n(1) + B_n'(1)B_n(1)] - \\ - 2\beta \int_0^1 [(A_n''A_n + B_n''B_n) + 4\pi^2 D^2 (A_n^2 + B_n^2)] d\mu$$

Подставляя сюда  $A_n''$  и  $B_n''$  из (2.5) и  $A_n'(1)$  и  $B_n'(1)$  из (2.6), получим

$$C_x(n) = C_N(n) / \beta\lambda \quad (2.12)$$

3. Таким образом, мощность связана непосредственно с сопротивлением. Их соотношение определяется значением  $\lambda$ . Поведение  $\lambda$  в зависимости от параметра  $\chi$  приведено на фиг. 2, где  $\lambda^+$  и  $\lambda^-$  соответствует знакам плюс и минус в формуле (2.10) и  $A = (1 - M) / \beta M$ ,  $B = -(M + 1) / \beta M$ . Соотношение между  $\lambda$  и  $C_x$  в формуле (2.12) лимитируется также требованием  $c^2 > 0$  в формуле (2.11). С учетом этого требования получаем следующую связь  $C_x$  и  $C_N$  (фиг. 3). Если обозначить тягу через  $R$ , то по определению  $C_x$  и  $C_N$  пропульсивный коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{Rv_\infty}{N} = \frac{C_x}{C_N} = \frac{1}{\beta\lambda}$$

Из фиг. 3 видно, что при  $\chi < 1$  или  $D > (1 + 2m) / 4$  можно получить тягу. По мере увеличения частоты колебаний ( $D \rightarrow \infty$ ) к.п.д. стремится к максимальному значению  $M / (M + 1)$ . Поскольку к.п.д. монотонно растет с частотой, то очевидно, что в ряду (2.2) целесообразно оставлять лишь член с максимальной технически реализуемой частотой. Поэтому далее вместо  $C_x(n)$ ,  $C_N(n)$  будем писать  $C_x$ ,  $C_N$ .

Интересно сравнить этот к.п.д. с пропульсивным к.п.д. реактивного двигателя

$$\eta = 2 \left( 1 + \frac{u}{u_\infty} \right)^{-1}; \quad R = \rho_\infty u_\infty S_g (u_2 - u_\infty); \quad N = \frac{1}{2} R (u_2 - u_\infty)$$

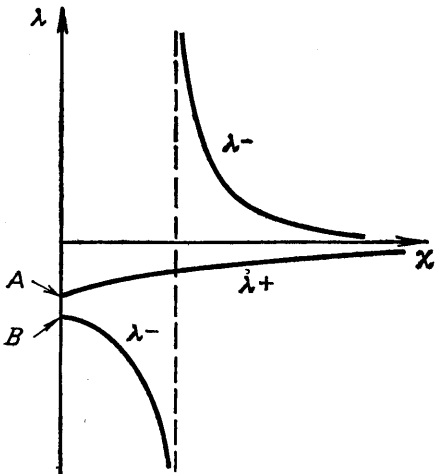
где  $U_2$  — скорость на выходе из двигателя.  $S_g$  — площадь входа в двигатель. Выразим  $u_2$  через  $R$ . Тогда ( $S_k$  — площадь крыла)

$$\eta = 4 \left( 4 + C_x \frac{S_k}{S_g} \right)^{-1}$$

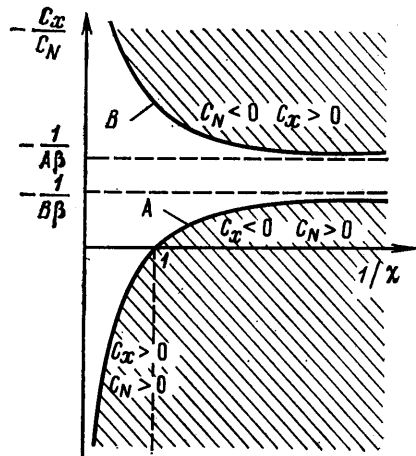
Если крыло обладает индуктивным сопротивлением, как у плоской пластины  $C_x = C_x^0 + \beta C_y^2/4$ , и летит на режиме максимального качества  $k = (C_y/C_x)_{\max}$ , то

$$\eta = 4 \left( 4 + \frac{2}{\beta k^2} \frac{S_k}{S_g} \right)^{-1} \quad (3.1)$$

К.п.д. колеблющегося крыла зависит лишь от частоты ( $D$ ) и числа Маха, в то время как к.п.д. двигателя зависит от создаваемой тяги, а следовательно, от качества. На фиг. 4 дана зависимость к.п.д.  $\eta$  двигателя для  $M=4$  (сплошные линии) и  $M=6$  (штриховые линии) от  $K$  согласно (3.1) для четырех значений  $S_k/S_g=10, 25, 50, 100$  (обозначены цифрами 1, 2, 3, 4.) Две прямые, параллельные оси абсцисс, показывают к.п.д.



Фиг. 2



Фиг. 3

вибрирующего крыла при тех же числах Маха. Из графика видно, что пропульсивный к.п.д. вибрирующего крыла соизмерим с пропульсивным к.п.д. реактивного двигателя, а в некоторых случаях и выше него.

В параметр  $\chi$  входит произвольное целое число  $m$ . При данном  $\chi$  и, следовательно, определенном к.п.д. можно по желанию распорядиться этим числом. При  $m=0$  и  $-1$ ,  $D^2 = D_{\min}^2 = 1/(16\chi^2)$ . Увеличение  $|m|$  ведет к увеличению  $D$ , т. е. частоты колебаний.

Оценим частоты и амплитуды крыла, необходимые для получения к.п.д., близкого к максимальному, т. е. при  $\chi \ll 1$ .

При малых  $\chi$

$$\eta = -\frac{1}{\lambda\beta} = \frac{M}{M+1} \left( 1 - \frac{M+1}{2} \chi^2 \right)$$

При  $\chi=0,1$  к.п.д. отличается при  $M=4$  от  $\eta_{\max}$  на 2,5%. При этом

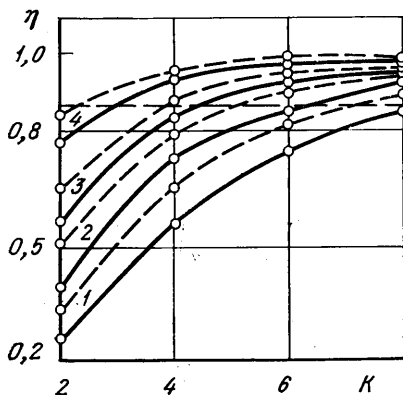
$$|\omega_1| = \frac{1}{2} \pi; \quad |\omega_3| = \frac{2\pi D_{\min} \beta}{M+1} \sim 10 \frac{\pi}{2}$$

Если принять  $b=1$  м,  $a_\infty=300$  м/с,  $M=4$ , то  $(T/n)=b/(2\beta Da_\infty)=2 \cdot 10^{-4}$  с.

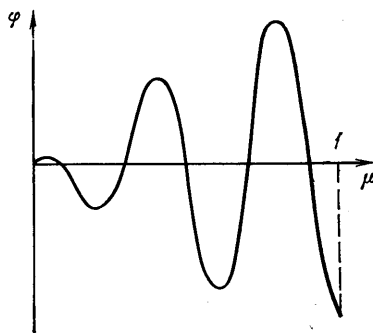
Для оценки амплитуды колебаний перепишем потенциал в виде

$$\varphi = c \sin \omega_1 \mu \cos (\omega_3 \mu + 2\pi n t) \quad (3.2)$$

Из (3.2) видно, что возмущение потенциала, создающее тягу, представляет собой бегущую (при  $m=0$ ) со скоростью  $2(M+1)a_\infty$  волну,



Фиг. 4



Фиг. 5

амплитуда которой возрастает по синусоидальному закону по мере приближения к задней кромке (фиг. 5). Тогда для безразмерных скоростей имеем оценку

$$\left| \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right| \leq c \omega_3 = \frac{2\pi D}{\lambda M} c \sim \frac{\sqrt{C_x} \beta}{\sqrt{2} \sqrt{M+1}} = \frac{1}{K \sqrt{M+1}}$$

Для размерной скорости при  $k=5$  получим оценку, не зависящую от частоты и от выбора  $m$

$$u \sim \frac{u_\infty}{K \sqrt{M+1}} = \frac{M a_\infty}{K \sqrt{M+1}} \sim 50 \text{ м/с.}$$

Следовательно, амплитуда колебаний порядка  $(2\pi)^{-1} u (T/n) \sim 10^{-3}$  м. При плотности набегающего потока  $3 \cdot 10^{-2}$  кг/м<sup>3</sup> мощность, передаваемая  $10^{-2}$  м<sup>2</sup> поверхности крыла порядка  $3 \cdot 10^3$  Вт, что на порядок или два больше джазового динамика. Увеличивая  $m$ , можно увеличить частоту, а следовательно, уменьшить амплитуду. Не решая задачи Гурса об определенных формы колебаний профиля, можно предполагать, что сделанные оценки качественно характеризуют и вибрации профиля. При увеличении частоты уменьшаются абсолютные прогибы поверхности крыла, но уменьшается и шаг волн, так что относительные прогибы не меняются, оставаясь порядка  $10^{-2}$ .

При  $\chi > 1$  мощность затрачивается на увеличение сопротивления (фиг. 4). При  $\chi \rightarrow \infty$  ( $T \rightarrow \infty$ ) движение приближается к стационарному (квазистационарному), когда мощность, идущая на сопротивление, стремится к нулю. Неоптимальные режимы лежат в заштрихованной области.

Разобранную задачу а) можно переформулировать в виде: при заданной мощности найти максимальную тягу. Решение задачи б) дается соответствующей кривой на фиг. 4. Из сравнения кривых а) и б) видно, что сопротивление, которое нужно преодолеть для получения некоторой мощности, всегда больше, чем тяга, которую можно получить с помощью этой мощности.

Приведенные результаты получены в рамках теории идеального газа. Ввиду малой амплитуды колебаний и большой их частоты необходим последующий анализ возможного влияния вязкости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Никольский А. А.* О телах вращения с протоком, обладающих наименьшим внешним волновым сопротивлением в сверхзвуковом потоке.— Тр. ЦАГИ, 1950. 8 с.
2. *Коган М. Н.* О телах минимального сопротивления в сверхзвуковом потоке газа.— ПММ, 1957, т. 21, № 2, с. 207—212.

Москва

Поступила в редакцию  
26.X.1982