

УДК 533.6.011

РАСЧЕТНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗА ИЗ ПЛОСКИХ ЩЕЛЕЙ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОТВЕРСТИЙ

КОСОЛАПОВ Ю. С., СИВОБОРОД В. А.

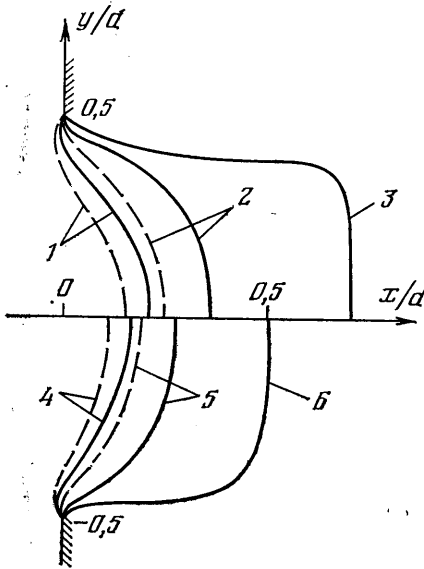
Стационарное истечение газа из бесконечных сосудов через плоские щели и осесимметричные отверстия определяется заданием четырех параметров: угла наклона образующей стенок сосуда θ_c ; геометрического параметра $\nu=0$ и 1 для плоского или осесимметричного течений соответственно; показателя адиабаты κ и отношения давлений $\epsilon_a = P_a/P_0$ (P_a — давление в окружающем пространстве, P_0 — давление торможения). В зависимости от ϵ_a существуют три группы режимов. К группе I относятся режимы, при которых $\epsilon_a \geq \epsilon_*$ (ϵ_* — критическое отношение давлений). Когда $\epsilon_a > \epsilon_*$, скорости в потоке всюду дозвуковые, а расчетное значение скорости струи достигается на бесконечности. В [1] показано, что при истечении из плоской щели при $\epsilon_a = \epsilon_*$ струя выравнивается на конечном расстоянии l от щели и линия перехода к однородному звуковому потоку является прямой. В [2] вычислена зависимость l/d от θ_c , где d — ширина щели. Группа II режимов $\epsilon_{**} < \epsilon_a < \epsilon_*$, где ϵ_{**} — второе критическое отношение давлений (начиная с которого наступает режим максимального расхода), характеризуется наличием в потоке звуковой поверхности $M=1$ (M — число Маха), разделяющей области до- и сверхзвуковых скоростей. С уменьшением ϵ_a звуковая поверхность смещается вверх по потоку, а коэффициент расхода увеличивается. Группа III режимов $\epsilon_a \leq \epsilon_{**}$ характеризуется постоянством положения звуковой поверхности и неизменностью величины коэффициента расхода (режим максимального расхода).

Основные теоретические результаты при исследовании истечений газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий были получены с помощью метода годографа скорости [3–10]. Вместе с тем задачи об истечении газа из плоских щелей и осесимметричных сосудов могут ставиться и решаться численно в физической плоскости с помощью разностных схем. Например, в [11] численное решение задачи об истечении газа из конических сопел в широком диапазоне θ_c и ϵ_a получено с помощью схемы Годунова [12]. Задача ставилась для системы уравнений, описывающей нестационарное осесимметричное течение идеального газа. Решение находилось в процессе установления по времени. Аналогичный подход был использован в [13, 14] при численном решении задач об истечении газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий с $\theta_c = 90^\circ$ в области $0 < \epsilon_a \leq \epsilon_{**}$. Следует отметить, что такой подход позволяет в рамках единой методики решать задачи не только о стационарном истечении газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий во всем диапазоне изменения ϵ_a от 0 до 1 и для любых κ , но и расширить круг возможных приложений методики путем ее обобщения на случай нестационарных и неизоэнтропийных течений.

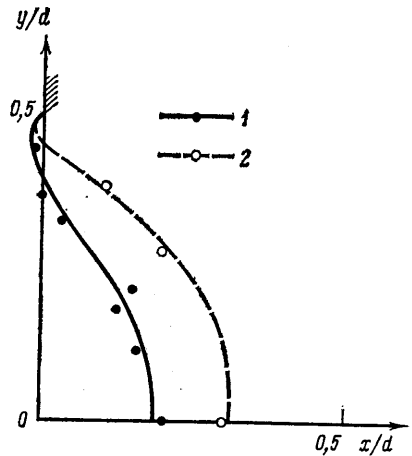
В настоящей работе приводится численный анализ стационарного истечения газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий в сосудах с $\theta_c = 90^\circ$ при изменении ϵ_a в диапазоне $0 < \epsilon_a \leq \epsilon_*$. Задачи ставились и решались в физической плоскости с помощью схемы Годунова. Конкретный вид расчетных областей, количество разностных ячеек, особенности численной реализации и тактика расчетов приведены в [13, 14]. Рассмотрено влияние показателя адиабаты на локальные и интегральные характеристики потоков при изменении κ в диапазоне $1,1 \leq \kappa \leq 1,67$. Результаты расчетов коэффициентов расхода в области $0 < \epsilon_a \leq \epsilon_*$ и $1,1 \leq \kappa \leq 1,67$ сведены к простым аппроксимационным зависимостям. Обсуждается точность и достоверность полученных результатов.

1. Рассмотрим влияние κ на локальные и интегральные характеристики потоков в области режимов $\epsilon_{**} < \epsilon_a \leq \epsilon_*$. Данная группа режимов характеризуется тем, что малые возмущения с границы струи проникают в дозвуковую область потока и оказывают влияние на формирование всего поля течения. Поэтому локальные и интегральные характеристики течений будут зависеть как от κ , так и от ϵ_a .

На фиг. 1 приведены звуковые линии, полученные в результате расчетов истечения газа из плоской щели с $\theta_c=90^\circ$ (верхняя полуплоскость фиг. 1) и осесимметричного отверстия $\theta_c=90^\circ$ (нижняя полуплоскость фиг. 1). Сплошными линиями приведены линии $M=1$ (M — число Маха) при истечении газа с показателем адиабаты $\kappa=1,67$, штриховыми — линии $M=1$ для $\kappa=1,1$. Цифрами 1, 2, 3 обозначены звуковые линии, соответствующие $\epsilon_a=0,2$; 0,4; 0,486 при истечении из плоской щели, и цифрами 4, 5, 6 — линии $M=1$, соответствующие тем же значениям ϵ_a при истечении из осесимметричного отверстия. С увеличением κ при заданном



Фиг. 1



Фиг. 2

ϵ_a звуковые линии смещаются вниз по потоку. Заметим, что аналогичный характер влияния κ в режиме максимального расхода ($\epsilon_a \leq \epsilon_{**}$) получен в [14]. Однако в данном случае с ростом ϵ_a влияние κ увеличивается. Например, при увеличении ϵ_a от 0,2 до 0,4 расстояние по оси абсцисс между линиями, соответствующими $\kappa=1,67$ и 1,1, увеличивается приблизительно вдвое.

Проведенные расчеты помимо выводов о влиянии κ дают представление о перестройке потока при $\epsilon_a \rightarrow \epsilon_{**}$. Известно [1], что при истечении газа из плоской щели, когда $\epsilon_a = \epsilon_{**}$, струя выравнивается на конечном расстоянии l от щели и линия перехода к однородному звуковому потоку является прямой. Результаты, представленные на фиг. 1, показывают, что при истечении газа из осесимметричного отверстия при $\epsilon_a = \epsilon_{**}$ расстояние, на котором струя выравнивается, оказывается меньше, чем в плоском случае.

Сравним результаты расчетов локальных характеристик потоков, выполненных в настоящей работе, с экспериментальными данными. При этом следует иметь в виду, что все эксперименты выполнялись для сосудов конечной ширины с $n = F_1/F_0 \neq 0$ (F_1 — площадь щели (отверстия), а F_0 — площадь входного участка плоского (осесимметричного) сосуда), тогда как расчеты в данной работе проводились для бесконечных сосудов с $n=0$.

Для процесса истечения перегретого пара $\kappa=1,3$ из плоской щели с $\theta_c=90^\circ$ в режиме максимального расхода на фиг. 2 показаны звуковые линии, полученные в расчетах данной работы (кривая 1) и экспериментах [15, 16] ($n=0,084$) (точки 1). Там же приведены звуковые линии, полу-

ченные в результате расчетов процесса истечения воздуха $\kappa=1,4$ из плоской щели с $\theta_c=90^\circ$ при $\epsilon_a=0,425$ (кривая 2), и экспериментальные данные [9] ($n=0,177$ — точки 2).

Представленные результаты показывают, что модель идеального газа хорошо описывает локальные характеристики течения в трансзвуковой области потока при истечении газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий в сосудах конечной ширины с малым n .

Прежде чем переходить к исследованию влияния показателя адиабаты κ на величины коэффициентов расхода в диапазоне $\epsilon_{**} < \epsilon_a \leq \epsilon_*$, оста-

	Вход	Сечение щели (отверстие)	Выход
1	0,8495	0,8434	0,838
2	0,871	0,862	0,859
3	0,8471	0,8765	0,907
4	0,8443	0,8443	0,8443

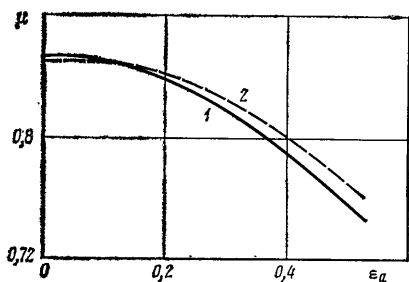
новимся на точности вычисления расхода газа. В работах [13, 14] расход газа определялся прямым интегрированием по параметрам в ячейках в выходном сечении щели (отверстия). Такой способ вычисления расхода газа не является единственно возможным так, например, в [11] при расчетах истечений газа из конических сопел с $\theta_c \leq 42^\circ$ использовался другой способ (пересчет полей составляющих вектора скорости и плотности на основе полей давлений и углов наклона вектора скорости, полученных в результате расчета методом Годунова).

В настоящей работе рассматривалось несколько способов вычисления расхода газа: 1) прямое интегрирование по параметрам потока в ячейках; 2) линейная экстраполяция величин коэффициентов расхода, найденных в п. 1), на нулевой размер ячейки; 3) вычисление расхода по пересчитанным величинам плотности и составляющих вектора скорости (на основе полученных в расчете полей давлений и соотношений между составляющими вектора скорости с помощью формул для изоэнтропийного течения производился пересчет плотности газа, модуля вектора скорости и его составляющих [11]); 4) интегрирование по параметрам потока на границах ячеек (параметры на границах определялись из решения задачи о распаде произвольного разрыва между газодинамическими величинами в смежных ячейках).

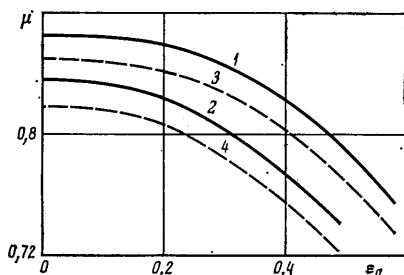
Сравнение различных способов вычисления коэффициентов расхода проводилось для процесса истечения газа из плоской щели с $\theta_c=90^\circ$ ($\kappa=1,4$) в режиме максимального расхода. Выбор для сравнения именно этого частного случая истечения газа определялся тем, что для него известны решения [6, 8], полученные разными методами и дающие близкие значения коэффициентов расхода ($\mu=0,85$ [8] и $0,853$ [6]). В данной работе расход вычислялся в трех сечениях: входном, по сечению щели и в выходном сечении струи. Результаты расчетов коэффициентов расхода различными способами (1, 2, 3, 4) сведены в таблицу. Строки 1, 2, 3, 4 таблицы соответствуют перечисленным выше способам вычисления расхода, а столбцы соответствуют различным сечениям расчетной области.

Из приведенных в таблице результатов обращает на себя внимание значительное отклонение величин коэффициентов расхода, полученных при обработке способом 3, от коэффициентов расхода, вычисленных в [6, 8]. Этот результат не является неожиданным, так как указанный способ обработки расхода правомерен в тех случаях, когда в рассматриваемом сечении числа Маха близки к 1, а углы наклона вектора скорости к оси (плоскости) симметрии малы [17]. Последние два условия в нашем случае, очевидно, не выполняются, что и объясняет полученный результат.

Наиболее близкое к результатам [6, 8] значение коэффициентов расхода получается при прямом интегрировании по параметрам потока в ячейках (п. 1) во входном сечении расчетной области. Вычисленная таким образом величина коэффициента расхода с точностью до двух значащих цифр совпадает с результатами [6, 8]. Поэтому в расчетах истечения газа в режиме максимального расхода был выбран именно этот способ вычисления расхода. Заметим, что такой выбор, строго говоря, не является бесспорным, поскольку абсолютно точное значение коэффициента расхода неизвестно.



Фиг. 3



Фиг. 4

Дело в том, что величины коэффициентов расхода, найденные в [6, 8], определялись также в результате численных решений задачи в плоскости годографа. В [8] это численное суммирование бесконечного ряда, который является точным решением, а в [6] — численное решение краевой задачи с помощью разностных схем¹.

Представление о точности определения коэффициента расхода при расчетах истечения газа из плоских щелей ($\nu=0$) и осесимметричных отверстий ($\nu=1$) с $\theta_c=90^\circ$ дают указанные ниже значения и фиг. 3, где приведены результаты данной работы (кривая 1) и других авторов (кривая 2).

$\nu=0$ ($\varepsilon_a \leq \varepsilon_{**}$)	0,85	0,85 [8]; 0,853 [6]
$\nu_0=0$ ($\varepsilon_a = \varepsilon_*$)	0,76	0,7445 [3]; 0,745 [6]
$\nu=1$ ($\varepsilon_a \leq \varepsilon_{**}$)	0,832	0,833 [7]

Максимальное отличие результатов расчета коэффициентов расхода настоящей работы при истечении газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий от численных и аналитических решений других авторов в диапазоне $\varepsilon_a \leq \varepsilon_{**}$ не превышает 0,5%.

Результаты расчетов расходных характеристик процесса стационарного истечения воздуха из плоской щели $\theta_c=90^\circ$, полученные в [6] (сплошная линия) и в настоящей работе (штриховая линия), приведены на фиг. 3. В области $\varepsilon_{**} \leq \varepsilon_a \leq \varepsilon_*$ с ростом ε_a наблюдается некоторое увеличение коэффициентов расхода, найденных в настоящей работе, по сравнению с [6]. Максимальное отличие получается при $\varepsilon_a = \varepsilon_*$ и составляет ~2%. В [6] получено значение $\mu_* = 0,745$, а в настоящей работе $\mu_* = 0,76$. Величина μ_* , вычисленная с точностью до четырех значащих цифр с помощью аналитического решения Чаплыгина [3], оказалась равной 0,7445. Поскольку расчет [6] дает более точное значение μ_* и практически одинаковое по сравнению с [8] значение μ_{**} , то, по-видимому, и в области $\varepsilon_{**} < \varepsilon_a < \varepsilon_*$ значения μ , полученные в [6], более точны, чем в настоящей работе. Начиная с $\varepsilon_a = 0,1$ при увеличении ε_a наблюдается практически линейное относительно ε_a превышение величин коэффициентов расхода, полученных в данной работе по сравнению с [6] (см. фиг. 3). Поэтому в настоящей работе для повышения точности вводилась следующая корректировка результатов расчета коэффициентов расхода.

¹ После того как рукопись статьи была сдана в редакцию, авторам (из частного сообщения А. Н. Крайко) стало известно, что И. А. Блюмкиной и И. М. Цителовым получено более точное значение $\mu_{**} = 0,857$ [18].

По решению Чаплыгина (при заданном значении κ) вычислялось значение μ_* (с точностью до четырех значащих цифр).

По вычисленным (из решения Чаплыгина) значениям μ_* и значению μ , полученному численно при $\varepsilon_a=0,1$ в области $0,1 < \varepsilon_a \leq \varepsilon_*$, производился пересчет μ в предположении линейного относительно ε_a превышения коэффициента расхода.

При расчетах истечений газа из осесимметричных отверстий пересчет коэффициентов расхода осуществлялся на основе относительных величин, полученных в расчетах для плоской щели с тем же значением κ . Все приведенные ниже результаты расчетов коэффициентов расхода получены с помощью описанной выше корректировки. Заметим, что способ вычисления расхода газа в данной работе более точен, чем в [13, 14].

Рассмотрим влияние показателя адиабаты κ на величины коэффициентов расхода в диапазонах $1,1 \leq \kappa \leq 1,67$ и $0 < \varepsilon_a \leq \varepsilon_*$. Расходные характеристики процессов истечения газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий $\theta_c=90^\circ$, полученные в расчетах настоящей работы, приведены на фиг. 4, где линии 1, 2 показывают расходные характеристики при истечении газа из плоской щели ($1 - \kappa=1,1$; $2 - \kappa=1,67$) и линии 3, 4 — при истечении из осесимметричного отверстия ($3 - \kappa=1,1$; $4 - \kappa=1,67$). Приведенные результаты показывают, что при истечении газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий в диапазоне $0 < \varepsilon_a < \varepsilon_*$ с ростом показателя адиабаты коэффициенты расхода уменьшаются. В [14] было показано, что при истечении газа из плоских щелей и осесимметричных отверстий в режиме максимального расхода зависимости $\mu_{**}(\kappa)$ близки к линейным, а тангенсы углов наклона аппроксимирующих прямых практически совпадают, что позволило дать единую зависимость, справедливую как для плоского $\nu=0$, так и осесимметричного $\nu=1$ потоков

$$\mu_{**}(\kappa, \nu) = k\kappa + b_1\nu + b_2 \quad (1.1)$$

Зависимость (1.1) с коэффициентами $k=-0,0527$; $b_1=-0,019$; $b_2=-0,925$, полученными в настоящей работе, аппроксимирует результаты расчетов с точностью $\delta < 0,2\%$. Заметим, что область применимости формулы (1) при той же точности можно расширить до $\varepsilon_a=0,1$, поскольку μ при $\varepsilon_a \leq 0,1$ меняется очень слабо (см. фиг. 4).

Результаты расчетов процессов истечения газа в диапазоне $0,1 < \varepsilon_a \leq \varepsilon_*$ и $1,1 \leq \kappa \leq 1,67$ показали, что зависимости $\mu(\kappa)$ при $\varepsilon_a = \text{const}$ также близки к линейным, поэтому зависимости $\mu(\varepsilon_a, \kappa)$ могут быть аппроксимированы функциями вида

$$\mu(\kappa, \varepsilon_a) = k(\varepsilon_a)\kappa + b(\varepsilon_a) \quad (1.2)$$

Подбирая по результатам расчетов вид функций $k(\varepsilon_a)$ и $b(\varepsilon_a)$, можно с той или иной точностью аппроксимировать полученные результаты.

Интересно, что при $\varepsilon_a = \text{const}$ величины $k(\varepsilon_a)$, полученные для плоского и осесимметричного потоков, оказались практически одинаковыми. Это обстоятельство позволило на основе зависимостей (1.2) и в этом случае сделать обобщение и получить единую формулу для расчета коэффициентов расхода при истечении газа как из плоского $\nu=0$, так и из осесимметричного сосуда $\nu=1$ с $\theta_c=90^\circ$ при изменении κ в диапазоне $1,1 \leq \kappa \leq 1,67$ и ε_a в диапазоне $0,1 \leq \varepsilon_a \leq \varepsilon_*$:

$$\mu(\kappa, \varepsilon_a, \nu) = k(\varepsilon_a)\kappa + b(\varepsilon_a) - \nu b_1(\varepsilon_a) \quad (1.3)$$

Если

$$k(\varepsilon_a) = A_3\varepsilon_a^3 + A_2\varepsilon_a^2 + A_1\varepsilon_a + M$$

$$A_3 = 1,691, \quad A_2 = -1,686, \quad A_1 = 0,3797, \quad M = -0,07779$$

$$b(\varepsilon_a) = B_3\varepsilon_a^3 + B_2\varepsilon_a^2 + B_1\varepsilon_a + M_1$$

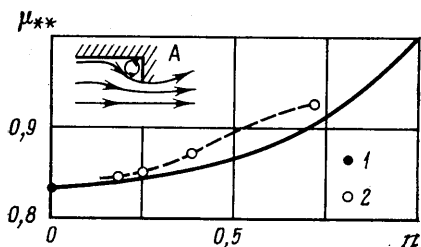
$$B_3 = -2,6218, \quad B_2 = 2,1473, \quad B_1 = -0,5482, \quad M_1 = 0,96189$$

$$b_1(\varepsilon_a) = C_3\varepsilon_a^3 + C_2\varepsilon_a^2 + C_1\varepsilon_a + M_2$$

$$C_3 = -1,0542, \quad C_2 = 0,9597, \quad C_1 = -0,262, \quad M_2 = -0,0007$$

то погрешность аппроксимации результатов расчета по этой формуле составляет 0,3%. Таким образом, в диапазонах $0 < \epsilon_a \leq \epsilon_*$ и $1,1 \leq n \leq 1,67$ для расчета коэффициентов расхода при истечении газа из плоских $\nu=0$ и осесимметричных $\nu=1$ сосудов с $\theta_c=90^\circ$ можно использовать зависимости (1.1) и (1.3).

2. На практике всегда приходится иметь дело с истечением вязкого газа из сосудов конечных размеров ($n \neq 0$). В связи с этим рассмотрим



Фиг. 5

вопрос о применимости результатов настоящей работы, полученных при расчетах истечения идеального газа из бесконечных сосудов ($n=0$), к определению локальных и интегральных характеристик процесса истечения вязкого газа из конечных сосудов. Влияние n на коэффициент расхода при истечении идеального газа из плоских и осесимметричных сосудов с $\theta_c=90^\circ$ изучалось в ряде работ [6, 7, 19]. Результаты этих исследований показали, что величина коэффициента расхода является монотонно возрастающей функцией n , при этом, когда $0 \leq n \leq 0,3$, зависимость $\mu(n)$ слабая и разница между значениями μ при $n=0$ и 0,3 составляет приблизительно 2%. Оценка влияния вязкости газа на процесс истечения может быть получена в результате сравнения экспериментальных данных с данными расчетов, выполненными в рамках модели идеального газа. На фиг. 5 приведены результаты работы [7], полученные для осесимметричных отверстий в сосудах с $\theta_c=90^\circ$ (линия 1 — расчет $\mu^{**}(n)$ в рамках модели идеального газа; точки 2 — эксперимент; точка 1 — расчет настоящей работы). Представленные результаты показывают, что при $n > 0,3$ величины коэффициентов расхода, полученные экспериментально, больше соответствующих величин, найденных теоретически. Данное обстоятельство свидетельствует о возрастании роли вязкости при увеличении n . Обсудим характер влияния вязкости на течение газа внутри сосуда конечных размеров (см. схему на фиг. 5). С увеличением n при $\epsilon_a = \text{const}$ растет число Re (Re — число Рейнольдса) потока, величины положительных градиентов давлений в непосредственной окрестности угловой точки A увеличиваются, возникает отрыв пограничного слоя, интенсивность которого с ростом Re также увеличивается. В результате за счет изменения кривизны линий тока в окрестности щели (отверстия) происходит как бы уменьшение угла наклона образующей стенок сосуда θ_c , что и должно приводить к наблюдаемому экспериментально увеличению коэффициента расхода и второго критического отношения давлений ϵ^{**} .

Заметим, что в общем случае влияние вязкости на расход газа неоднозначно: с одной стороны, в силу эффективного уменьшения угла наклона стенок она способствует увеличению расхода газа, с другой стороны, она вызывает уменьшение расхода из-за трения о стенки сосуда. По-видимому, для сосудов небольшой длины следует ожидать увеличения расхода по сравнению с расходом идеального газа и, наоборот, уменьшение расхода для сосудов большой длины.

Проведенные сравнения экспериментальных данных с расчетами показали, что модель идеального газа может с успехом использоваться для расчета коэффициентов расхода при истечении из сосудов с $n < 0,3$. Результаты расчетов коэффициентов расхода, полученные в настоящей работе, при истечении из сосудов с $n=0$ можно использовать для сосудов с $n < 0,25$, при этом погрешность в определении расхода не превышает 2%. Расчет локальных характеристик потоков дает правильную картину течения лишь в трансзвуковой области потока в окрестности щели (отверстия) при истечении из сосудов с $n < 0,3$. По мере удаления от щели (от-

верстия) вниз по потоку расхождение между результатами расчетов и экспериментальными данными увеличивается [6, 7, 9]. Это расхождение связано с тем, что в расчетах использовалась модель идеального газа, не учитывающая вязкость и теплопроводность, влияние которых на поле течения в струе возрастает по мере увеличения расстояния от щели (отверстия). Это влияние, в частности, приводит к диссипации механической энергии газа в струе и перераспределению полной энтальпии, которая в расчетах полагалась постоянной. Поэтому при расчетах в рамках модели идеального газа можно рассчитывать на хорошие результаты лишь в трансзвуковой области потока в окрестности щели (отверстия) на расстояниях порядка ширины щели (диаметра отверстия). При изучении структуры струи на расстояниях порядка длины бочек в рамках модели идеального газа можно рассчитывать лишь на результаты качественного характера. Количественное исследование структуры струи на таких расстояниях с учетом вязкости требует привлечения методов расчета течений вязкости газа.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Овсянников Л. В.* Об одном газовом течении с прямой линией перехода.— ПММ, 1949, т. 13, № 5, с. 537–542.
2. *Милайлова М. П.* Об истечении газа из сосуда.— В кн.: Теоретическая гидромеханика. М.: Оборонгиз, 1952, № 2, с. 114–142.
3. *Чаплыгин С. А.* О газовых струях.— Полное собр. соч. Т. 2. М.—Л.: Гостехиздат, 1948, с. 19–137.
4. *Хамидов А. А.* Плоские и осесимметричные задачи о струйном течении идеальной сжимаемой жидкости. Ташкент: Фан, 1978. 139 с.
5. *Франкль Ф. И.* О задачах С. А. Чаплыгина для смешанных до- и сверхзвуковых течений.— Изв. АН СССР. Сер. матем., 1945, т. 9, № 2, с. 121–142.
6. *Benson R. S., Pool D. E.* Compressible flow through a two-dimensional slit.— Int. J. Mech. Sci., 1965, v. 7, № 5, p. 315–336.
7. *Fenain M., Dutouquet L., Solignac J.-L.* Calcul des performances d'une tuyère propulsive convergente. Comparaison avec l'expérience.— Recherche Aéropatiale, 1974, № 5, p. 261–276.
8. *Франкль Ф. И.* Истечение сверхзвуковой струи из сосуда с плоскими стенками.— Докл. АН СССР, 1947, т. 58, № 3, с. 381–384.
9. *Benson R. S., Pool D. E.* The compressible flow discharge coefficients for a two-dimensional slit.— Int. J. Mech. Sci., 1965, v. 7, № 5, p. 337–353.
10. *Асланов С. К.* Сверхзвуковое истечение газа из несимметричного сосуда с плоскими наклонными стенками при максимальном расходе.— Тр. Одесск. ун-та. Сер. физ. наук, 1962, т. 152, № 8, с. 98–101; Тр. Куйбышевск. авиац. ин-та, 1961, вып. 12, с. 237–241.
11. *Тагиров Р. К.* Теоретическое исследование течения идеального газа в сужающихся соплах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2, с. 198–202.
12. *Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П.* Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет отбоя ударной волной.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6, с. 1020–1050.
13. *Косолапов Ю. С., Салганов Г. А., Сивобород В. А., Филиппов Г. А.* Численное решение задачи об истечении газа из плоских и осесимметричных сосудов.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 2, с. 174–176.
14. *Филиппов Г. А., Салганов Г. А., Сивобород В. А., Косолапов Ю. С.* Истечение газов с различными показателями адиабаты.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 1, с. 121–126.
15. *Дейч М. Е., Шанин В. К., Соломко В. И., Дорошенко В. А.* О критических режимах истечения перегретого пара из сопл и отверстий.— Теплоэнергетика, 1973, № 9, с. 77–79.
16. *Дейч М. Е., Шанин В. К., Соломко В. И., Зезюлинский Г. С.* Экспериментальное исследование критических режимов истечения перегретого и влажного пара из кольцевых щелей.— Теплоэнергетика, 1974, № 12, с. 40–43.
17. *Крайко А. Н.* Определение интегральных характеристик сопл при течении в них идеального газа.— Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 3, с. 1–11.
18. *Блюмкина И. А., Цигелов И. М.* Расчет истечения симметричной струи газа при максимальном расходе.— Вестн. ЛГУ, 1978, № 13, с. 79–85.
19. *Домбровский Г. А.* Метод аппроксимаций адиабаты в теории плоских течений газа. М.: Наука, 1964. 158 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.III.1983