

УДК 533.6.011

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО ВЯЗКОГО
УДАРНОГО СЛОЯ НА КРЫЛЬЯХ БЕСКОНЕЧНОГО РАЗМАХА,
ОБТЕКАЕМЫХ ПОД УГЛАМИ АТАКИ И СКОЛЬЖЕНИЯ

ГЕРШБЕЙН Э. А., ЩЕЛИН В. С., ЮНИЦКИЙ С. А.

В рамках теории гиперзвукового вязкого ударного слоя [1] с модифицированными соотношениями Ренкина – Гюгонио [2] на ударной волне исследуется обтекание крыльев бесконечного размаха с затупленной передней кромкой. Численное решение задачи получено в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса ($5 \div 10^6$), параметра вдува – отсоса, углов атаки ($0 \div 45^\circ$) и скольжения ($0 \div 70^\circ$). Приводятся данные о влиянии угла скольжения на профили температуры и скорости поперек ударного слоя. Исследуется зависимость распределения давления, теплового потока и коэффициентов трения вдоль поверхности тела от параметра вдува – отсоса, углов атаки и скольжения.

Аналогичная задача для умеренно малых чисел Рейнольдса и непроницаемой поверхности решалась в [3]. В окрестности критической линии при больших числах Рейнольдса и интенсивном вдуве данная задача исследовалась в [4]. В рамках теории пограничного слоя обтекание крыльев бесконечного размаха рассматривалось в ряде работ (см., например, [5, 6], где приведена библиография).

Рассмотрим гиперзвуковое обтекание под углами атаки и скольжения крыльев бесконечного размаха с затупленной передней кромкой потоком вязкого однородного газа. Разложим вектор скорости набегающего потока V_∞ на две составляющие, одна из которых, $W_\infty = V_\infty \sin \varphi$, направлена вдоль образующей, другая, $U_\infty = V_\infty \cos \varphi$, лежит в плоскости ортогональной образующей; φ – угол скольжения, образованный векторами V_∞ и U_∞ ; угол атаки α – угол между некоторой плоскостью (например, плоскостью симметрии крыла, если оно симметрично) и вектором U_∞ .

Пусть уравнение контура крыла в декартовой системе координат y^1, y^2, y^3 имеет вид $y^3 = f(y^1)$. Выберем следующую параметризацию поверхности крыла:

$$y^1 = x, \quad y^2 = z, \quad y^3 = f(x)$$

и введем ортогональную систему координат: координатные линии y – семейство нормалей к поверхности крыла, а x, z выбраны в качестве поверхностных координат, причем координата z направлена вдоль образующей крыла.

В безразмерных переменных уравнения гиперзвукового вязкого ударного слоя в однородном газе в системе координат x, z, y для крыльев бесконечного размаха имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho D u &= -\frac{\varepsilon}{h} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \right), & D &\equiv \frac{u}{h} \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \\ \rho D w &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{K} \frac{\partial w}{\partial y} \right), & \rho \kappa u^2 &= \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v h) &= 0, & P &= \rho T, \quad \mu = T^\omega \end{aligned}$$

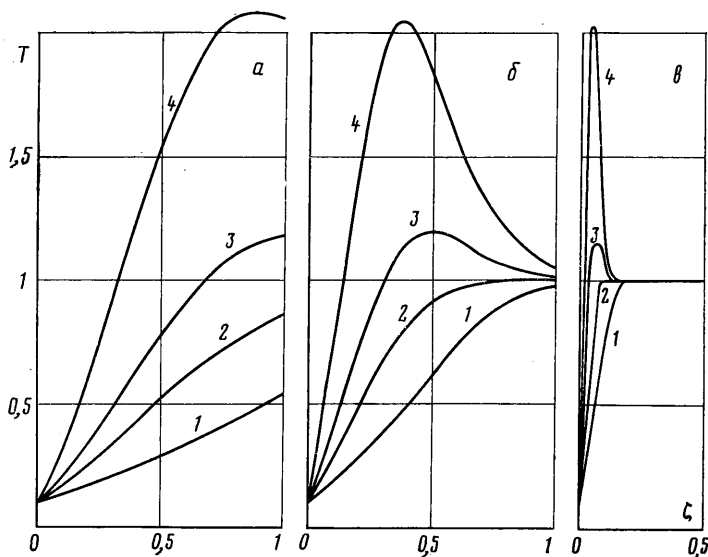
$$\rho DT = 2\varepsilon \frac{u}{h} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{2\mu}{K} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$K = \varepsilon \operatorname{Re}, \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{2\gamma}, \quad \operatorname{Re} = \frac{\rho_\infty U_\infty R}{\mu_0}, \quad \operatorname{Re}_\infty = \operatorname{Re} \left(\frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right)^\alpha$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad \sigma = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad \mu_0 = \mu(T_0), \quad T_0 = \frac{U_\infty^2}{2c_p}, \quad G = \frac{\rho_\infty v w}{\rho_\infty U_\infty}$$

$$h = \sqrt{1 + [f'(x)]^2}$$

Здесь $U_\infty u$, $W_\infty w$, $\varepsilon U_\infty v$ — физические компоненты вектора скорости, соответствующие осям x , z , y ; $\rho_\infty U_\infty^2 P$, $\varepsilon^{-1} \rho_\infty \rho$, $T_0 T$, $\mu_0 \mu$, λ — соответственно давление, плотность, температура, коэффициенты вязкости и теплопроводности; $c_p = \text{const}$ — теплоемкость газа; M_∞ , σ — числа Маха и Прандтля;



γ — отношение удельных теплоемкостей; κ — продольная кривизна поверхности. Все линейные размеры отнесены к характерному размеру R , нормальная координата — к εR ; R — радиус кривизны затупления при $x=0$. Индексы ∞ , w относятся к значениям в набегающем потоке и на поверхности тела.

В качестве граничных условий на ударной волне при $y=y_*(x)$ зададим модифицированные соотношения Ренкина — Гюгоню в приближении тонкого слоя

$$\rho \left(v - \frac{u}{h} \frac{\partial y_*}{\partial x} \right) = v_\infty, \quad P = v_\infty^2$$

$$v_\infty (u - u_\infty) = \frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad v_\infty (w - w_\infty) = \frac{\mu}{K} \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$v_\infty (H - H_\infty - v_\infty^2) = \frac{\mu}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\mu}{K} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi \frac{\partial w^2}{\partial y}$$

$$H = T + u^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi w^2$$

Пренебрегая скольжением и скачком температуры, запишем граничные условия на поверхности тела в следующем виде:

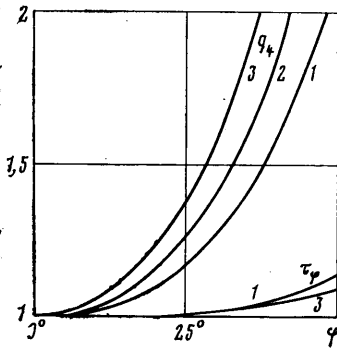
$$u = w = 0, \quad \rho v = G(x), \quad T = T_w(x)$$

Численный расчет течения в гиперзвуковом вязком ударном слое около параболического, эллиптического (с отношением полуосей 1 : 2) цилиндров проводился в переменных типа Дородницына

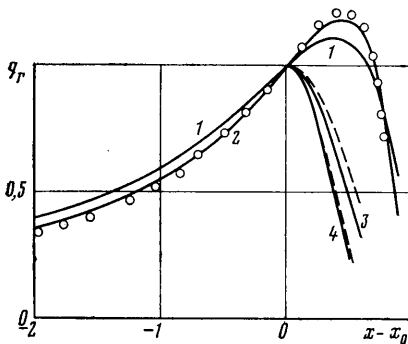
$$\xi = x, \quad \eta = z, \quad \zeta = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho h dy, \quad \Delta = \int_0^{y_0} \rho h dy$$

методом, изложенным в [7], основанным на использовании неявной конечно-разностной схемы [8] с точностью аппроксимации $O(\Delta \zeta)^4 + O(\Delta \xi)^2$. Решение получено в следующем диапазоне определяющих параметров задачи: $0 \leq \varphi \leq 70^\circ$; $0 \leq \alpha \leq 45^\circ$; $5 \leq Re \leq 10^6$; $0,5 \leq \omega \leq 1$; $-0,25 \leq Gh \leq 0,25$; $0,03 \leq \theta_w \leq 0,5$; $\theta = T/v_\infty^2$.

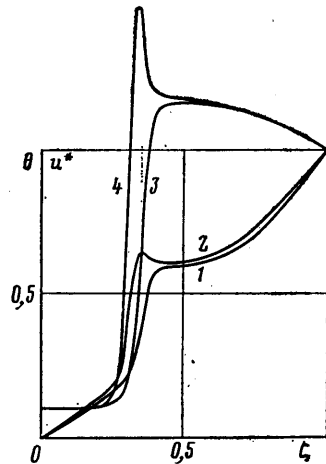
Некоторые результаты расчетов для $\varepsilon = 0,1$ и $\sigma = 0,71$ представлены на фиг. 1–4. На фиг. 1 приведены характерные профили температуры поперек ударного слоя на критической линии крыла для различных углов скольжения: кривые 1–4 соответствуют значениям $\varphi = 0, 50, 60, 70^\circ$. Значения остальных параметров следующие: $G = 0$, $T_w = 0,1$, $\omega = 0,5$; $Re = 5, 50, 5000$ (фиг. 1, а, б, в соответственно). Отметим, что при увеличении угла скольжения при малых числах Re профили температуры поперек ударного слоя становятся



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

более наполненными и при значениях $\varphi > 50^\circ$ появляется область, в которой температура газа превышает температуру торможения, определенную по скорости U_∞ . При больших числах Рейнольдса у профиля температуры появляется характерный максимум, который с ростом числа Рейнольдса сдвигается в сторону тела.

На фиг. 2 при различных значениях температурного фактора в критической точке крыла изображены зависимости от угла скольжения φ безразмерных величин теплового потока $q_0 = q(U_\infty, \varphi) / q(U_\infty, 0)$ и коэффициента трения $\tau_\varphi = \tau_{xy}(U_\infty, \varphi) / \tau_{xy}(U_\infty, 0)$, отнесенных к их значению при $\varphi = 0$; кривые 1–3 соответствуют $T_w = 0,03; 0,3; 0,5$; $G = 0$; $\omega = 0,5$; $Re = 50$. При $Re \geq 50$ значения этих величин практически не зависят от числа Re . Так, например, различие тепловых потоков и коэффициентов трения, рассчитанных при $Re = 50$ и 5000 , составляет 1 и 3% соответственно.

Проведенное сравнение показывает, что данные зависимости с хорошей точностью совпадают с аналогичными, полученными в работе [5] в рамках теории пограничного слоя, что позволяет использовать аналитические формулы, приведенные там же, для указанных чисел Re . Различие данных величин в диапазоне чисел Re от 5 до 50 несколько больше, однако не превосходит 5%. Таким образом, полученные кривые слабо зависят от числа Рейнольдса и в этом смысле они являются универсальными.

Отметим, что кривые на фиг. 2 получены при фиксированных числах Re , ϵ и T_w , что эквивалентно фиксации U_∞ . При этом с увеличением угла φ полная скорость V_∞ увеличивается. На основании приведенных данных нетрудно получить зависимость теплового потока и коэффициента трения от угла скольжения при фиксированной скорости V_∞ (при $\omega=0,5$ числа Re , определенные по скорости U_∞ и V_∞ и соответствующей температуре торможения, одинаковы).

Влияние числа Рейнольдса на распределение вдоль поверхности относительных значений теплового потока $q_r=q(x)/q(x_0)$ (x_0 — координата критической точки) при наличии угла атаки можно проследить на фиг. 3 (кривая 1 — $Re=5$, кривая 2 — $Re=50$, светлые точки — $Re=5 \cdot 10^3$; $\alpha=45^\circ$, $\omega=1$, $G=0$, $\theta_w=0,1$; $\varphi=0$). При $Re=50-5000$ и больших распределения $q_r(x)$ слабо зависят от числа Рейнольдса, максимальное различие не превосходит 4%. При малых числах Рейнольдса ($Re < 50$) влияние Re проявляется сильнее. Распределения вдоль поверхности давления и коэффициента трения $\tau_r=\tau_{xy}(x)/\tau_{xy}(x_0)$ ведут себя аналогично: результаты расчетов при $Re=50$ отличаются от полученных при $Re=5 \cdot 10^3$ не более чем на 3 и 6% соответственно.

Проведенное исследование показывает слабое влияние параметров φ , $\theta_w=const$ и ω на распределение вдоль поверхности тела давления и коэффициента трения $\tau_r(x)$. При больших числах Рейнольдса ($Re \geq 50$) изменение данных параметров слабо влияет также и на тепловой поток $q_r(x)$. При малых числах Re влияние температурного фактора и числа ω становится заметным. Это хорошо видно на фиг. 3, где показано влияние числа ω на величину $q_r(x)$ при обтекании под нулевым углом атаки эллиптического цилиндра с отношением полуосей 1:2. Кривые 3 соответствуют $Re=5$, 4 — $Re=5 \cdot 10^3$ (сплошные линии — $\omega=1$, штриховые — $\omega=0,5$; $\varphi=0$, $G=0$, $\theta_w=0,1$).

Влияние на $q_r(x)$ угла скольжения слабое во всем рассмотренном диапазоне чисел Рейнольдса. Для малых чисел Рейнольдса это отмечалось в работе [3], для больших — в [5].

В заключение приведем (фиг. 4) типичные профили скорости $u^*=u/u_\infty$ (кривые 1, 2) и температуры θ (кривые 3, 4) поперек ударного слоя в сечении $x=0,5$ для случая интенсивного вдува. Данные кривые соответствуют обтеканию под нулевым углом атаки параболического цилиндра с углами скольжения $\varphi=0$ и 60° (кривые 1, 3 и 2, 4 соответственно) при $Re=5 \cdot 10^3$, $Gh=0,1$, $\omega=1$, $\theta_w=0,1$. Здесь, как и в случае отсутствия вдува, следует отметить немонотонный характер поведения профилей температуры и скорости при больших углах φ . Локальный максимум в профиле скорости объясняется наличием максимума у профиля температуры, которому соответствует локальный минимум плотности газа. Известно, что менее плотный газ при одинаковом продольном градиенте давления достигает большей скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cheng H. K. The blunt-body problem in hypersonic flow at low Reynolds number.— Inst. Aerospace Sci., 1963, № 63—92. 100 p.
2. Седов Л. И., Михайлова М. П., Черный Г. Г. О влиянии вязкости и теплопроводности на течение газа за сильно искривленной ударной волной.— Вестн. МГУ. Сер. физ.-матем. и естеств. наук, 1953, № 3, с. 95—100.
3. Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А. Гиперзвуковой вязкий ударный слой на стреловидных крыльях бесконечного размаха, обтекаемых под углом атаки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 2, с. 91—102.

4. Гершбейн Э. А., Тирский Г. А. Течение вязкого теплопроводного многокомпонентного газа в ударном слое в окрестности притупления при интенсивных вдувах.— Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1970, № 1, с. 46–57.
5. Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А., Пейгин С. В. Ламинарный пограничный слой на стреловидных крыльях бесконечного размаха, обтекаемых под углом атаки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 3, с. 27–39.
6. Inger G. R. Nonequilibrium boundary layer flow on high-lowswept hypersonic wings.— *Astronautica Acta*, 1972, v. 17, № 6, p. 915–921.
7. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Численные и приближенные аналитические решения уравнений гиперзвукового пространственного вязкого ударного слоя при умеренно малых числах Рейнольдса.— В кн.: Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений. М.: Изд-во МГУ, 1981, с. 72–92.
8. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое.— В кн.: Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964, с. 304–325.

Москва

Поступила в редакцию
1.VII.1983