

УДК 532.546

## ВЫТЕСНЕНИЕ НЕФТИ РАСТВОРАМИ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ ИЗ ОДНОРОДНОГО ПЛАСТА С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИЛ

ЗАЙДЕЛЬ Я. М., ЛЕВИ Б. И.

В рамках одномерной модели фильтрации в пренебрежении диффузионными, капиллярными и гравитационными эффектами были получены и исследованы автомодельные решения, описывающие вытеснение нефти растворами сорбирующейся активной примеси [1-3]. В настоящей работе построено автомодельное решение задачи о вытеснении нефти водным раствором активной примеси из тонкого горизонтального пласта с учетом гравитационных сил на основе предположения о мгновенном разделении фаз по вертикали. Оно позволяет оценить эффективность заводнения пласта растворами ПАВ и полимеров в тех случаях, когда гравитационной сегрегацией фаз пренебречь нельзя.

1. Рассмотрим совместное двумерное течение нефти и водного раствора химреагента в однородном горизонтальном пласте с непроницаемой кровлей и подошвой. Капиллярными и диффузионными эффектами пренебрежем.

Считая пласт тонким, будем рассматривать течение в условиях мгновенного установления гравитационного равновесия фаз по вертикали. Равновесие фаз в данном случае означает, что в каждом вертикальном сечении пласта нефть и водный раствор оказываются в сегрегированном состоянии: выше водонефтяного контакта (поверхность раздела  $S$ ) нефтенасыщенность равна начальной, а ниже — остаточной.

Если изотерма сорбции линейная или выпуклая (типа Лэнгмюра), то концентрация химреагента в воде может принимать только два значения: 0 и  $c$  ( $c$  — концентрация химреагента в закачиваемой воде) [3].

Тогда осредненные по толщине пласта уравнения баланса нефти и химреагента запишем в виде

$$(s-s_0) \frac{\partial h}{\partial \tau} - \Delta s_0 \frac{\partial h_c}{\partial \tau} = - \frac{\partial}{\partial x} \frac{hM_1}{hM_1 + (1-h)M_2 + h_c \Delta M_2} \quad (1.1)$$

$$(1-s_c + \lambda) \frac{\partial h_c}{\partial \tau} = - \frac{\partial}{\partial x} \frac{h_c M_2^1}{hM_1 + (1-h)M_2 + h_c \Delta M_2}$$

$$M_1 = \frac{k_1(s, 0)}{\mu_1}, \quad M_2 = \frac{k_2(s_0, 0)}{\mu_2(0)},$$

$$M_2^1 = \frac{k_2(s_c, c)}{\mu_2(c)}, \quad \lambda = \frac{a}{mc}$$

$$\Delta s_0 = s_0 - s_c, \quad \Delta M_2 = M_2^1 - M_2$$

где  $h$  — расстояние от  $S$  до кровли пласта;  $h_c$  — толщина зоны, содержащей химреагент;  $\tau$  и  $x$  — безразмерные временная и пространственная координаты;  $s$  — начальная нефтенасыщенность,  $s_0$  — остаточная нефтенасыщенность при вытеснении нефти водой,  $s_c$  — остаточная нефтенасыщенность при вытеснении нефти раствором химреагента,  $k_1, k_2$  — относительные фазовые проницаемости фаз;  $a$  — количество адсорбированного химреагента,  $m$  — пористость.

Начальные и граничные условия для уравнений (1.1) следующие:

$$h(x, 0) = h_c(0, \tau) = 1, \quad h(0, \tau) = h_c(x, 0) = 0 \quad (1.2)$$

Данная краевая задача может рассматриваться как обобщение известной задачи о вытеснении нефти водой из однородного пласта [4, 5].

Введем автомодельную переменную  $\xi = x/\tau$ , из (1.1), (1.2) для  $h(\xi)$ ,  $h_c(\xi)$  получим систему уравнений

$$\xi \left( (s-s_0) \frac{dh}{d\xi} - \Delta s_0 \frac{dh_c}{d\xi} \right) = \frac{d}{d\xi} \frac{hM_1}{hM_1 + (1-h)M_2 + \Delta M_2 h_c}$$

$$\xi (1-s_c + \lambda) \frac{dh_c}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left( \frac{h_c M_2^1}{hM_1 + (1-h)M_2 + h_c \Delta M_2} \right) \quad (1.3)$$

$$h(0) = h_c(\infty) = 0, \quad h(\infty) = h_c(0) = 1 \quad (1.4)$$

В областях непрерывного изменения  $h$  и  $h_c$  ( $hh_c$ -волна) уравнения (1.3) могут быть записаны в виде

$$\xi^2 A^3 (s-s_0) (1-s_c + \lambda) - \xi A \{ M_2^1 [M_2(1-h) + hM_1] (s-s_0) + M_1(M_2 + h_c \Delta M_2) (1-s_c + \lambda) + M_2^1 h_c (M_2 - M_1) \Delta s_0 \} + M_1 M_2 M_2^1 = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{dh}{dh} = \frac{\xi A^2 \Delta s_0 - M_1 \Delta M_2 h}{\xi A^2 (s-s_0) - M_1 (M_2 + \Delta M_2 h_c)} \quad (1.6)$$

$$A = hM_1 + (1-h)M_2 + h_c \Delta M_2$$

Если система (1.1) допускает существование разрывных решений, то на скачках  $h$  и  $h_c$  должны выполняться соотношения

$$U[(s-s_0)(h^+ - h^-) - \Delta s_0(h_c^+ - h_c^-)] = M_1(h^+/A^+ - h^-/A^-) \quad (1.7)$$

$$U(1-s_c + \lambda)(h_c^+ - h_c^-) = M_2^1(h_c^+/A^+ - h_c^-/A^-)$$

где  $U$  — скорость скачка,  $f^+ - f^-$  — разность значений функции  $f$  по разные стороны скачка.

Дифференцируя (1.5) по  $h_c$  и учитывая, что в областях непрерывного изменения  $h_c$  должно убывать с ростом  $\xi$ , получаем условие отсутствия скачков

$$M_2^1 \geq M_2 > M_1 \quad (1.8)$$

Физически эти условия означают увеличение проводимости пласта при его заводнении как водой, так и раствором химреагента.

2. Рассмотрим теперь подробнее в отдельности случай вытеснения нефти водным раствором ПАВ и полимера. При этом будем считать выполненными следующие соотношения:

$$s_0 > s_c, \quad M_2 > M_1, \quad \frac{M_1(1-s_c + \lambda)}{M_2(s-s_0)} < 1 \quad (2.1)$$

Последнее из этих неравенств означает, что скорость фронта химреагента больше минимальной скорости продвижения водонефтяного контакта по кровле пласта.

Если в качестве вытесняющего агента используется водный раствор ПАВ, то неравенства (1.8) выполняются, а следовательно, решение уравнений (1.3) состоит из  $hh_c$ -волн и областей постоянства  $h$  и  $h_c$ .

Для того чтобы точнее представить характер получающегося решения, рассмотрим два предельных случая:  $M_2^1 \approx M_2$ ,  $s_0 > s_c$  и  $M_2^1 > M_2$ ,  $s_0 \approx s_c$ .

В первом случае действие ПАВ положительно и его присутствие в воде приводит к образованию вала дополнительно отмытой нефти, движущегося впереди фронта концентрации ( $\xi = \xi_c$ ) [3] (фиг. 1, кривая 1 — вытес-

нение нефти водой, кривые 2, 3 — раствором ПАВ). Позади фронта концентрации ( $\xi_c^1 \leq \xi < \xi_c$ ) имеется  $hh_c$ -волна, а при  $\xi < \xi_c^1$   $h=0$ ,  $h_c=1$ . Значение можно найти из (1.5), подставляя в него  $A=M_2^1$ ,  $h_c=1$ ,  $h=0$ . В качестве корня квадратного уравнения по условию (2.1) берется наименьший, отвечающий  $h$ -характеристике.

Величина  $\xi_c$  определяется после интегрирования уравнения (1.6) в пределах от  $h_c=1$  до  $h_c=0$  (входящее в правую часть (1.6)  $\xi$  исключается с помощью уравнения (1.5)). После этого координата фронта химреагента вычисляется по формуле

$$\xi_c = \frac{M_2^1}{M_2(1-h_0) + M_1 h_0} \frac{1}{1-s_c + \lambda} \quad (2.2)$$

где  $h_0$  — значение  $h$ , соответствующее  $h_c=0$ ,  $\xi = \xi_c$ .

При  $\xi > \xi_1$  распределение  $h(\xi)$  то же, что и при обычном заводнении, где

$$\xi_1 = M_1 M_2 (s-s_0)^{-1} [M_2(1-h_0) + M_1 h_0]^{-2} \quad (2.3)$$

В другом предельном случае ( $M_2^1 > M_2$ ,  $s_0 \approx s_c$ ) действие химреагента отрицательное. Впереди фронта концентрации решение является тем же, что и при  $s=0$ , а все действие химреагента сказывается только в области  $\xi < \xi_c$  [3] (фиг. 1, кривые 4, 5).

Покажем, что в общем случае в отличие от решения, приведенного в [3], не существует области, где  $h=h^*=\text{const}$ , примыкающей слева к точке  $\xi=\xi_c$ . Предположим обратное. Тогда из (1.3) следует, что в этой области выполняются соотношения

$$\xi \Delta s_0 = M_1 \Delta M_2 h^* A^{-2} \quad (2.4)$$

$$\xi(1-s_c + \lambda) = M_2^1 [M_2(1-h^*) + h^* M_1] A^{-2} \quad (2.5)$$

Отсюда получим

$$h^* = M_2 M_2^1 \Delta s_0 [M_1 \Delta M_2 (1-s_c + \lambda) + M_2^1 (M_2 - M_1) \Delta s_0]^{-1} \quad (2.6)$$

С другой стороны, величину  $h^*$  можно найти, приравняв выражения (2.2) и (2.3) для  $\xi_c$  и  $\xi_1$ , поскольку справа к точке  $\xi=\xi_c$  примыкает  $h$ -волна:

$$h^* = \frac{M_2}{M_2 - M_1} \left[ 1 - \frac{M_1(1-s_c + \lambda)}{M_2^1(s-s_0)} \right] \quad (2.7)$$

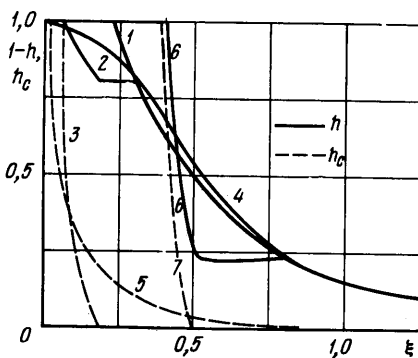
Выражения (2.6) и (2.7) не совпадают тождественно, а следовательно, могут выполняться одновременно только при определенных значениях исходных параметров.

В общем случае к точке  $\xi=\xi_c$  слева примыкает  $hh_c$ -волна. Для доказательства этого необходимо показать, что значение  $h$  при  $h_c=0$ , найденное из уравнений (1.5), (1.6), совпадает с  $h^*$ , определяемым по формуле (2.7). Так как  $\xi_1=\xi_c$ , то из уравнения (1.6) следует, что в этой точке  $d\xi/dh_c = -\infty$ . Дифференцируя уравнение (1.5) по  $h_c$ , получим, что последнее равенство выполняется, если при  $\xi=\xi_c=\xi_1$

$$A(s-s_0) M_2^1 = M_1 M_2 (1-s_c + \lambda) \quad (2.8)$$

Нетрудно показать, что это соотношение эквивалентно (2.7).

В общем случае ( $M_2^1 > M_2$ ,  $s_0 > s_c$ ) существует такое критическое значение  $M_2^*$ , до которого решение имеет тот же вид, что и при  $M_2^1 = M_2$ . Его



Фиг. 1

можно найти следующим образом. При значениях  $M_2^1 < M_2^*$  знаменатель дроби, стоящей в правой части (1.6), является отрицательным при  $\xi = \xi_c$ , а ее числитель — положительным. Если же  $M_2^1 > M_2^*$ , то знаменатель стремится к нулю сверху при  $\xi \rightarrow \xi_c - 0$ , а числитель при этом остается отрицательным. Следовательно, критическое значение  $M_2^*$  находится из условия одновременного обращения в нуль при  $\xi = \xi_c$  числителя и знаменателя выражения, стоящего в правой части (1.6), т. е.  $(0, h(\xi_c))$  является в этом случае особой точкой уравнения (1.6). Это условие имеет место если  $M_2^*$  удовлетворяет следующему квадратному уравнению:

$$(M_2^*)^2(s-s_0) - M_2^*[(M_2 - M_1)\Delta s_0 + M_2(s-s_0) + M_1(1-s_c + \lambda)] + M_1M_2(1-s_c + \lambda) = 0 \quad (2.9)$$

В соответствии с физическим смыслом из двух корней следует выбрать тот, который при  $s_c = s_0$  дает значение  $M_2^* = M_2$ .

При  $M_2^1 > M_2^*$  фронт примеси может не отставать от фронта вытеснения несмотря на имеющуюся адсорбцию. Из отношения скоростей этих фронтов

$$\frac{\xi_0}{\xi_c} = \frac{M_2(1-s_c + \lambda)}{M_2^1(s-s_0)}$$

следует, что при  $M_2^1/M_2 \geq (1-s_c + \lambda)/(s-s_0)$  участок решения, соответствующий обычному заводнению, исчезает. Это означает, что малые концентрации ПАВ могут появляться на выходе в самых первых порциях воды, даже при наличии адсорбции. Однако большие значения средней по толщине пласта концентрации ( $h_c \sim 1$ ) при этом существенно отстают от фронта вытеснения.

При вытеснении нефти раствором полимера действие примеси является целиком положительным ( $M_2^1 < M_2$ ,  $s_c = s_0$ ). Впереди фронта концентрации ( $\xi > \xi_c$ ) имеется область постоянства  $h$ . Справа она сопрягается с кривой  $h(\xi)$ , соответствующей случаю обычного заводнения. Структура решения при  $\xi < \xi_c$  следующая. При условии

$$M_2^1 \leq M_1(1-s_0 + \lambda)(s-s_0)^{-1} \quad (2.10)$$

в точке  $\xi = \xi_c^1 = M_1[M_2^1(s-s_0)]^{-1}$  имеет место полный  $h_c$ -скачок ( $h_c^+ = 0$ ,  $h_c^- = 1$ ), сопряженный с  $h$ -скачком. Значение  $h^+$  в этом случае вычисляется по формуле:

$$h^+ = \frac{M_2(s-s_0) - M_1(1-s_0 + \lambda)}{(M_2 - M_1)(s-s_0)} \quad (2.11)$$

Если условие (2.10) не выполняется, то справа к точке  $\xi = \xi_c^1$  примыкает  $hh_c$ -волна (фиг. 1, кривые 6, 7). В этой области  $h$  и  $h_c$  связаны соотношением:

$$h = h^+(1-h_c) \quad (2.12)$$

В результате интегрирования (1.1) с учетом (2.12) получаем:

$$h = \left[ M_2^1 - \sqrt{\frac{M_1M_2^1}{(s-s_0)\xi}} \right] \left( M_2 - M_1 + \frac{\Delta M_2}{h^+} \right)^{-1} \quad (2.13)$$

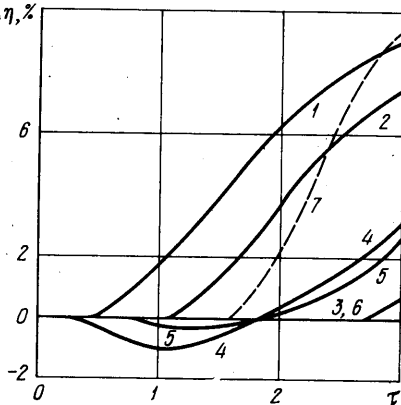
Значение  $h(\xi_c)$ , соответствующее  $h_c = 0$ , не зависит от  $M_2^1$  и вычисляется по формуле (2.11).

3. Полученные результаты показывают, что влияние гравитации на процесс вытеснения нефти раствором химреагента заключается в сегрегации фаз и неравномерности охвата пласта по толщине воздействием химреагента. Первый из этих факторов имеет место и при обычном заводнении, а второй — только при физико-химическом. Поскольку гравитационные эффекты при обычном заводнении уже изучались в ряде работ, например [6, 7], наибольший интерес представляет рассмотрение влияния нерав-

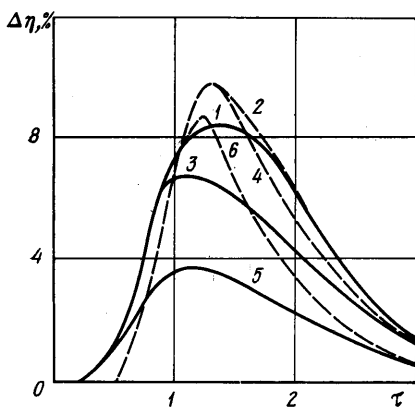
номерности продвижения фронта химреагента на эффективность физико-химического заводнения.

Для выделения этого фактора расчеты по предложенной квазиодномерной модели сравнивались с расчетами по обычной одномерной с линейными зависимостями относительных фазовых проницаемостей от насыщенности. Это обеспечивает совпадение расчетов для случая обычного заводнения по обеим моделям, поскольку выбранные таким образом относительные фазовые проницаемости можно рассматривать как модифицированные для однородного пласта при условии полной сегрегации фаз [8].

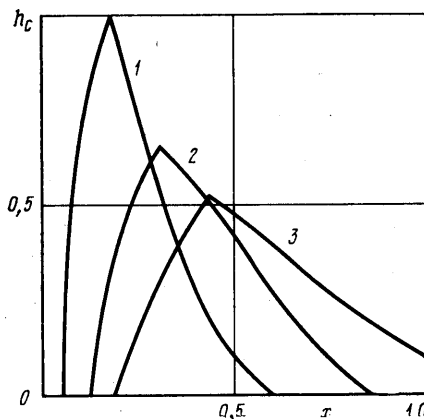
На фиг. 2 приведены некоторые результаты расчетов прироста нефтеотдачи в случае вытеснения нефти раствором ПАВ. Значения исходных параметров брались следующими:  $s=0,8$ ,  $s_0=0,3$ ,  $s_c=0,2$ ,  $M_2/M_1=8$ . Величина  $M_2^1$  принималась равной  $M_2$  (кривые 1–3) и  $1,5 M_2$  (кривые 4–6). Значение параметра  $\lambda$  варьировалось в пределах от 1 до 5 (кривые 1, 4 –  $\lambda=1$ , 2, 5 –  $\lambda=2$ , 3, 6 –  $\lambda=5$ ). Как видно из сопоставления кривых, приведенных на фиг. 2, увеличение подвижности водной фазы заметно снижает эффективность применения ПАВ, особенно при небольшой величине адсорбции. Сравнение кривых 4 и 5 показывает, что снижение величины адсорбции при  $M_2^1 > M_2$  может привести к ухудшению охвата пласта заводнением в начальной стадии разработки и тем самым – к снижению нефтеотдачи.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Это связано с тем, что влияние фактора возрастания подвижности водного раствора ПАВ увеличивается с ростом скорости продвижения фронта химреагента.

Неравномерность охвата пласта по толщине воздействием химреагента из-за гравитационных сил приводит к тому, что действие примеси проявляется раньше, чем в случае одномерного течения, но при этом нарастает медленней (кривые 2, 7). Ситуация здесь аналогична той, которая имеет место при рассмотрении процесса вытеснения нефти из слоисто-неоднородного пласта.

Такого же рода закономерность имеет место и при полимерном заводнении пласта (фиг. 3, кривая 1 – расчет по квазиодномерной модели, 2 – по одномерной,  $M_2^1=0,5 M_2$ ,  $\lambda=0,5$ ). Более существенное влияние гравитационных эффектов прояв-

ляется в случае вытеснения нефти оторочками раствора полимера (фиг. 3, кривые 3, 4 -  $\tau_0=0,3$ , кривые 5, 6 -  $\tau_0=0,1$ , где  $\tau_0$  - объем оторочки, выраженной в долях от объема пор пласта). Изотерма адсорбции при этом принималась линейной, а десорбция - полной. Сопоставление этих кривых показывает, что при небольшом объеме оторочек учет гравитационных сил приводит к значительному снижению прогнозируемой эффективности полимерного заводнения. Это объясняется неблагоприятным соотношением подвижностей воды и раствора полимера, имеющем место на заднем фронте оторочки. Вытесняющая оторочку вода прорывается сквозь нее по подошве пласта, приводя к уменьшению его охвата воздействием химреагента (фиг. 4,  $\tau_0=0,3$ , кривые 1-3 соответствуют  $\tau=0,4; 0,6; 0,8$ ). Аналогичные результаты были получены при численном моделировании процесса двумерного неустойчивого движения оторочки раствора полимера в однородной и неоднородной пористых средах [9].

Таким образом, исследование, проведенное на основе предложенной квазиодномерной модели, показало, что гравитационная сегрегация фаз приводит к неравномерности продвижения фронта химреагента по толщине пласта. Особенно заметное влияние гравитации имеет место в тех случаях, когда раствор ПАВ увеличивает подвижность водной фазы, а также при вытеснении нефти оторочками раствора полимера.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Patton J. T., Coats K. H., Colegrove G. T. Prediction of polymer flood performance. - Soc. Petrol. Eng. J., 1971, v. 11, № 1, p. 72-84.
2. Енгов В. М., Полищук А. М. О роли сорбционных процессов при движении полимерных растворов в пористой среде. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 3, с. 68-76.
3. Енгов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). М., 1980. 63 с. (Ин-т пробл. механ. АН СССР. Препринт № 161).
4. Пирвердян А. М. О движении подошвенной воды в слабо наклоненных пластах. - ПММ, 1952, т. 16, № 2, с. 223-226.
5. Чарный И. А. Методы расчета перемещения границы раздела нефти и воды в пластах. - Изв. АН СССР. ОТН, 1954, № 4, с. 107-120.
6. Spivak A. Gravity segregation in two-phase displacement processes. - Soc. Petrol. Eng. J., 1974, v. 14, № 6, p. 619-632.
7. Королев А. В., Шалимов Б. В., Швидлер М. И. Численное решение одномерных и двумерных задач фильтрации несмешивающихся жидкостей с учетом гравитационных и капиллярных сил. - В кн.: Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1975, с. 155-169.
8. Coats K. H., Dempsey J. R., Henderson J. H. The use of vertical equilibrium in two-dimensional simulation of three-dimensional reservoir performance. - Soc. Petrol. Eng. J., 1971, v. 11, № 1, p. 63-71.
9. Зайдель Я. М., Левин Б. И. Численное моделирование неустойчивого движения оторочки раствора полимера в пористой среде. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 5, с. 88-93.

Уфа

Поступила в редакцию  
18.X.1982