

УДК 532.526.5

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ И СВЕРХЗВУКОВОГО
ПОТОКА ПРИ БЫСТРОМ ПОВЫШЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ
ЛОКАЛЬНОГО УЧАСТКА ПОВЕРХНОСТИ ОБТЕКАЕМОГО ТЕЛА**

КАЗАКОВ А. В.

Теоретическому изучению различных аспектов нестационарного взаимодействия внешнего невязкого потока с пограничным слоем посвящено большое число исследований [1–9]. Полученные в этих работах с помощью метода сращиваемых асимптотических разложений математические модели течений описывают широкий круг явлений, наблюдаемых в эксперименте. К ним относятся отрыв пограничного слоя около угловой точки щитка, течение в окрестности задней кромки колеблющегося профиля [1–2], развитие и распространение возмущений в пограничном слое, возбуждаемых осциллирующей стенкой или другим способом [3–5]. В данной работе исследуется взаимодействие нестационарного пограничного слоя и сверхзвукового потока при быстром повышении температуры небольшого участка поверхности обтекаемого тела.

1. Постановка задачи. Рассматривается нестационарное течение, возникающее в результате нагрева небольшого участка поверхности плоской пластины в сверхзвуковом потоке вязкого газа при стремлении характерного числа Рейнольдса к бесконечности $Re = \rho_\infty u_\infty l / \mu_\infty = \varepsilon^{-2}$. Здесь ρ_∞ , u_∞ , μ_∞ — плотность, скорость и коэффициент динамической вязкости набегающего потока, l — расстояние от передней кромки пластины до участка поверхности, температура которого повышается за счет энергии какого-либо внешнего или внутреннего источника на величину порядка первоначальной температуры поверхности за характерное время $\sim l / u_\infty \varepsilon^{1/2}$. Предполагается, что участок имеет малую протяженность порядка $l \varepsilon^{3/4}$. В дальнейшем будут использоваться только безразмерные величины, для чего все линейные размеры отнесены к l , составляющие вектора скорости — к u_∞ , плотность — к ρ_∞ , время — к l / u_∞ , давление — к $\rho_\infty u_\infty^2$, энтальпия — к u_∞^2 , а коэффициент динамической вязкости — к μ_∞ .

Течение в небольшой окрестности нагреваемого участка определяется взаимодействием пристеночных струек тока пограничного слоя с внешним невязким сверхзвуковым потоком. Область возмущенного течения можно разбить на три различные подобласти, имеющие одинаковую длину $\sim \varepsilon^{3/4}$, но различные поперечные размеры. В области I — область невязкого сверхзвукового потока, продольный и поперечный размеры которой имеют порядок $\varepsilon^{3/4}$ — асимптотические разложения координат и функций течения имеют вид

$$\begin{aligned} x-1 &= \varepsilon^{3/4} x_1; & y &= \varepsilon^{3/4} y_1; & t &= \varepsilon^{1/2} t_1 \\ u &= 1 + \varepsilon^{1/2} u_{11}(t_1, x_1, y_1) + \dots; & v &= \varepsilon^{1/2} v_{11}(t_1, x_1, y_1) \\ p &= 1/\gamma M_\infty^2 + \varepsilon^{1/2} p_{11}(t_1, x_1, y_1) + \dots; & \rho &= 1 + \varepsilon^{1/2} \rho_{11}(t_1, x_1, y_1) \\ h &= 1/(\gamma-1) M_\infty^2 + \varepsilon^{1/2} h_{11}(t_1, x_1, y_1) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь M_∞ — число Маха набегающего потока, γ — отношение удельных теплотемостей. Возмущенное течение в области I оказывается квазистационарным и описывается линейной теорией сверхзвуковых течений, а давление p_{11} и вертикальная составляющая вектора скорости v_{11} при $y_1=0$ оказываются связанными простым

соотношением

$$p_{11}(t_1, x_1, 0) = v_{11}(t_1, x_1, 0) / (M_\infty^2 - 1)^{1/2} \quad (1.2)$$

Значения функций течения при $y_1=0$ определяются из сращивания асимптотических разложений для областей 1 и 2. В области 2, имеющей толщину порядка ε и содержащей основную часть струек тока невозмущенного пограничного слоя, течение оказывается невязким и в первом приближении не влияет на распределение давления в области взаимодействия [3]. Уравнения и асимптотические разложения для этой части потока в рассматриваемом случае получаются аналогично работам [3-4]. Отметим, что в уравнениях, описывающих течение в области 2, отсутствуют производные функций течения по времени и решения этих уравнений зависят от переменной t только как от параметра [4].

Асимптотические разложения для функций течения в вязком пристеночном слое толщиной порядка $\varepsilon^{3/4}$ имеют вид

$$\begin{aligned} x-1 &= \varepsilon^{3/4} x_3; \quad y = \varepsilon^{5/4} y_3; \quad t = \varepsilon^{1/2} t_3 \\ u &= \varepsilon^{1/4} u_{31}(t_3, x_3, y_3) + \dots; \quad v = \varepsilon^{3/4} v_{31}(t_3, x_3, y_3) + \dots \\ p &= 1/\gamma M_\infty^2 + \varepsilon^{1/2} p_{31}(t_3, x_3, y_3) + \dots; \quad h = h_{30}(t_3, x_3, y_3) + \dots \\ \rho &= \rho_{30}(t_3, x_3, y_3) + \dots; \quad \mu = \mu_{30}(t_3, x_3, y_3) + \dots \end{aligned} \quad (1.3)$$

Подстановка асимптотических разложений (1.3) в уравнения Навье — Стокса и сращивание асимптотических разложений в областях 1, 2 и 3 с целью нахождения недостающих краевых условий (см. [4]) позволяют получить краевую задачу для области 3

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{30}}{\partial t_3} + \frac{\partial \rho_{30} u_{31}}{\partial x_3} + \frac{\partial \rho_{30} v_{31}}{\partial y_3} &= 0; \quad \frac{\partial p_{31}}{\partial y_3} = 0 \\ \frac{\partial u_{31}}{\partial t_3} + u_{31} \frac{\partial u_{31}}{\partial x_3} + v_{31} \frac{\partial u_{31}}{\partial y_3} &= -\frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial p_{31}}{\partial x_3} + \frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\mu_{30} \frac{\partial u_{31}}{\partial y_3} \right) \\ \frac{\partial h_{30}}{\partial t_3} + u_{31} \frac{\partial h_{30}}{\partial x_3} + v_{31} \frac{\partial h_{30}}{\partial y_3} &= \frac{1}{\rho_{30} \sigma} \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\mu_{30} \frac{\partial h_{30}}{\partial y_3} \right) \\ \frac{1}{(\gamma-1) M_\infty^2} &= \rho_{30} h_{30}; \quad \mu_{30} = [(\gamma-1) M_\infty^2]^\omega h_{30}^\omega \\ p_{31} &= \frac{1}{\gamma M_\infty^2 - 1} \frac{d}{dx_3} \left[\lim_{y_3 \rightarrow \infty} \left(y_3 - \frac{u_{31}}{a_0} \right) \right] \\ u_{31}(0, x_3, y_3) &= a_0 y_3; \quad h_{30}(0, x_3, y_3) = h_{20}(0) = h_{w0}; \quad p_{31}(0, x_3) = 0 \\ \frac{\partial u_{31}}{\partial y_3} &\rightarrow a_0; \quad h_{30} \rightarrow h_{w0}, \quad y_3 \rightarrow +\infty \quad \text{или} \quad x_3 \rightarrow -\infty \quad (t_3 \geq 0) \\ u_{31}(t_3, x_3, 0) &= v_{31}(t_3, x_3, 0) = 0; \quad h_{30}(t_3, x_3, 0) = h_w(t_3, x_3) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь ω — показатель степени в зависимости вязкости от температуры, σ — число Прандтля, h_{w0} , a_0 — энтальпия и безразмерное напряжение трения в невозмущенном пограничном слое при $y=0$. Используя уравнение состояния, исключим энтальпию h_{30} и введем переменные подобия

$$\begin{aligned} x_3 &= (\rho_{00}^{\omega-2} a_0^{-5} \beta^{-3})^{1/4} X; \quad y_3 = (\rho_{00}^{\omega+2} a_0^3 \beta)^{-1/4} Y; \quad t_3 = (\rho_{00}^{2\omega} a_0^{-3} \beta^{-2})^{1/4} T \\ u_{31} &= (\rho_{00}^{\omega+2} a_0^{-1} \beta)^{-1/4} U, \quad v_{31} = (\rho_{00}^{3\omega+2} a_0^{-3} \beta^{-1})^{-1/4} V \\ p_{31} &= (\rho_{00}^{-\omega} a_0 \beta^{-1})^{1/2} P, \quad \rho_{30} = \rho_{00} R; \quad \mu_{30} = \rho_{00}^{-\omega} M \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь ρ_{00} — значение плотности в невозмущенном пограничном слое при

температуре поверхности тела и использовано обозначение $\beta = (M_\infty^2 - 1)^{1/2}$. В новых переменных (1.5) краевая задача для вязкого подслоя области взаимодействия имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial T} + \frac{\partial RU}{\partial X} + \frac{\partial RV}{\partial Y} &= 0 \\ R \frac{\partial U}{\partial T} + RU \frac{\partial U}{\partial X} + RV \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{dP}{dX} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(M \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \\ \frac{\partial R}{\partial T} + U \frac{\partial R}{\partial X} + V \frac{\partial R}{\partial Y} &= \frac{R}{\sigma} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{M}{R^2} \frac{\partial R}{\partial Y} \right) \\ M = R^{-\sigma}; \quad P = \frac{dA}{dX}; \quad A = \lim_{Y \rightarrow \infty} (Y - U) \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} U(0, X, Y) &= Y; \quad R(0, X, Y) = 1; \quad P(0, X) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial Y} &\rightarrow 1; \quad R \rightarrow 1, \quad Y \rightarrow +\infty \quad \text{или} \quad X \rightarrow -\infty \quad (T \geq 0) \\ U(T, X, 0) &= V(T, X, 0) = 0; \quad R(T, X, 0) = R_w(T, X) \end{aligned}$$

Таким образом, течение в вязком пристеночном слое описывается нестационарными уравнениями сжимаемого пограничного слоя, в которых, как и во всех задачах [1–11] теории взаимодействия вязкого пограничного слоя и внешнего потока, градиент давления не задан, а должен определяться в процессе решения задачи. Наличие для двумерных течений простого соотношения для возмущения давления (1.2) позволяет в отличие от пространственного случая [4] полностью определить краевую задачу для вязкой области течения. Задание распределения плотности газа на поверхности тела $R_w(T, X)$ соответствует заданию закона изменения температуры поверхности пластины или величины энтальпии $h_w(t_3, x_3)$.

Для расчета течения в области 3 система дифференциальных уравнений (1.6) заменялась соответствующей системой конечно-разностных уравнений, причем использовалась полностью неявная схема первого порядка аппроксимации по времени T , в которой все пространственные производные функций течения и возмущенные скорости аппроксимировались на новом временном слое T_{i+1} . Производные $\partial U / \partial X$ и $\partial R / \partial X$ заменялись левосторонней или правосторонней разностью первого порядка точности в зависимости от знака скорости U [12]. Для остальных пространственных производных использовались соответствующие разностные формулы второго порядка точности.

Полученная таким образом система конечно-разностных уравнений решалась релаксационным методом с итерациями на каждом временном слое. С использованием некоторого приближения для возмущения толщины вытеснения A на каждой характеристике $X = \text{const}$ находилось новое распределение плотности R и поля скоростей U, V , которые затем подвергались релаксации [6–8]. Затем определялось новое распределение толщины вытеснения A и итерации повторялись до тех пор, пока отличие величин трения, теплового потока и давления на двух последовательных итерациях на данном временном слое не становилось меньше малой заданной величины.

В начальный момент времени $T=0$ температура поверхности в области взаимодействия принималась равной первоначальной температуре обтекаемого тела и, следовательно, $R_w(0, X) = 1$. При этом течение в области взаимодействия остается невозмущенным, а в вязком подслое реализуется сдвиговое течение газа с постоянной плотностью (и температурой): $U(0, X, Y) = Y; R(0, X, Y) = 1$.

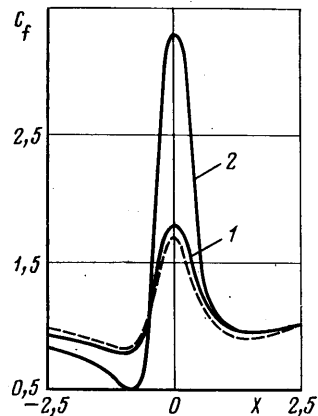
2. Результаты расчетов. Решение краевой задачи (1.6) находилось численно с помощью описанного выше алгоритма. Течение в вязком подслое зависит в переменных подобия (1.5) только от закона изменения температуры поверхности (1.4) или, что то же самое, от плотности газа $R_w(T, X)$. При проведении численных расчетов величина ω принималась равной единице, а плотность газа на поверхности тела задавалась по

$$R_w(T, X) = \begin{cases} 1 - \alpha \sin\left(\frac{\pi}{2}T\right) \exp(-2X^2), & 0 \leq T \leq 1 \\ 1 - \alpha \exp(-2X^2), & T > 1 \end{cases} \quad (1.7)$$

На фиг. 1 приведены распределения относительной величины коэффициента трения $C_f = C_f'/C_{f0}'$ (коэффициент трения отнесен к своему значению в невозмущенном пограничном слое). Кривые 1 и 2 показывают стационарное распределение относительного коэффициента трения C_f после установления течения для случаев $\alpha = 0,5$ и $0,75$ ($\sigma = 1$), в которых максимальная температура поверхности, достигаемая в области взаимодействия в точке $X=0$, соответственно в 2 и 4 раза превосходила начальную температуру поверхности. Штриховая линия представляет распределение трения при $\alpha = 0,5$ в момент времени $T=1$, когда температура поверхности достигает своего максимального значения.

Отметим, что в процессе установления течения $1 \leq T \leq 7$ величина относительного коэффициента трения C_f изменяется всего на 10–15% по отношению к стационарным значениям коэффициента трения ($T \geq 7$).

Увеличение температуры небольшого участка поверхности приводит к уменьшению напряжения трения на некотором расстоянии вверх и вниз по потоку от точки $X=0$, в которой температура поверхности достигает своего максимального значения, причем наиболее существенное уменьшение трения происходит вверх по потоку от этой точки при $X \approx -1$. В небольшой окрестности точки $X=0$ ($-0,5 \leq X \leq +0,5$) напряжение трения существенно возрастает благодаря тому, что в этой области происходит значительное увеличение коэффициента вязкости газа у поверхности тела и реализуется течение с большими градиентами давления, приводящими к ускорению потока в области взаимодействия.



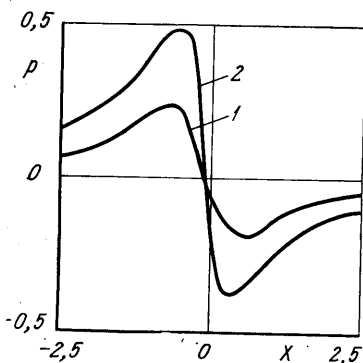
Фиг. 1

На фиг. 2 кривые 1 и 2 представляют стационарные распределения возмущенного давления P для $\alpha = 0,5$ и $0,75$ соответственно, которые показывают, что вверх по потоку от начала координат $X=0$ градиент давления неблагоприятный и приводит к торможению потока, а в области $-0,5 \leq X \leq 0,5$ градиент давления оказывает ускоряющее воздействие на течение газа в области взаимодействия.

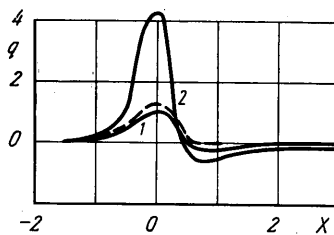
Тепловой поток в области взаимодействия имеет порядок $\epsilon^{3/4}$ и, следовательно, значительно больше (при $\epsilon \rightarrow 0$) невозмущенного теплового потока в пограничном слое перед областью взаимодействия, величина которого имеет порядок ϵ . С точностью до постоянного множителя порядка $\epsilon^{3/4}$ тепловой поток при $Y=0$ равен $q = R^{-(\alpha+2)} \partial R / \partial Y$. На фиг. 3 кривыми 1 и 2 представлены распределения величины q после установления течения в области взаимодействия $T \geq 7$ для случаев $\alpha = 0,5$ и $0,75$ соответственно, а также относительный тепловой поток q для $\alpha = 0,5$ в момент времени $T=1$ (штриховая линия).

Тепловой поток на начальной стадии увеличения температуры поверхности $0 < T \leq 1$ возрастает лишь на участке значительного изменения температуры тела $-1 \leq X \leq 1$ и направлен от поверхности тела к газу ($q > 0$). В то же время в области $|X| \geq 1$ при $T \leq 1$ тепловой поток практически равен нулю. Это соответствует тому, что тепловой поток на этом участке поверхности по порядку величины остается равным тепловому потоку

в невозмущенном пограничном слое. В случае стационарного течения в области взаимодействия тепловой поток на участке $-1 \leq X \leq 0,5$, где температура поверхности значительно повышается, направлен к газу. Однако ниже по течению от этой области тепловой поток оказывается направленным от газа к поверхности. Протяженность участка, на котором тепловой поток направлен от газа к поверхности тела, возрастает в процессе установления течения и имеет максимальную величину при стационарном режиме течения в области взаимодействия ($0,5 \leq X \leq 12$).



Фиг. 2



Фиг. 3

Таким образом, повышение температуры небольшого участка поверхности приводит к значительному перераспределению тепловых потоков (в данном случае вблизи участка нагрева тепловой поток в $Re^{1/2}$ раз больше, чем тепловой поток в невозмущенном пограничном слое), перераспределению давления на поверхности обтекаемого тела и уменьшению напряжения трения на некотором расстоянии вверх по потоку от участка нагрева.

ЛИТЕРАТУРА

1. Daniels P. G. The flow about the trailing edge of a supersonic oscillating aerofoil. — J. Fluid Mech., 1975, v. 72, № 3, p. 541–557.
2. Brown S. N., Daniels P. G. On viscous flow about the trailing edge of a rapidly oscillating plate. — J. Fluid Mech., 1975, v. 67, № 4, p. 743–761.
3. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением. — ПММ, 1977, т. 41, вып. 6, с. 1007–1023.
4. Рыжов О. С. О нестационарном пространственном пограничном слое, свободно взаимодействующем с внешним потоком. — ПММ, 1980, т. 44, вып. 6, с. 1035–1052.
5. Терентьев Е. Д. Расчет давления в линейной задаче о вибраторе в сверхзвуковом пограничном слое. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 6, с. 1014–1028.
6. Рубан А. И. Численное решение локальной асимптотической задачи о нестационарном отрыве ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. — Ж. вычисл. матем. и матем. физики, 1978, т. 18, № 5, с. 1253–1265.
7. Казаков А. В. Нестационарное обтекание пластины со щитком сверхзвуковым потоком вязкого газа. — Уч. зап. ЦАГИ, 1980, т. 11, № 4, с. 17–26.
8. Казаков А. В. Нестационарное обтекание короткого щитка вязким сверхзвуковым потоком. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1981, № 4, с. 111–118.
9. Дилагов И. И. К теории нестационарного пространственного свободного взаимодействия. — Уч. зап. ЦАГИ, 1981, т. 12, № 6, с. 34–42.
10. Соколов Л. А. К асимптотической теории плоских течений ламинарного пограничного слоя с разрывом температуры на теле. — Тр. ЦАГИ, 1975, вып. 1650, с. 18–23.
11. Carter J. E. Solutions for laminar boundary layers with separation and reattachment. — AIAA Pap., 1974, № 583, 11 p.
12. Klineberg J. M., Steger J. L. On laminar boundary-layer separation. — AIAA Pap., 1974, № 94, 17 p.

Москва

Поступила в редакцию
12.X.1982