

УДК 532.526.4

СТРУКТУРА АНИЗОТРОПНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ В РАЗВИТОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

КАДЕР Б. А.

Турбулентные характеристики очень малых (по сравнению с внешним масштабом течения) вихрей в развитом турбулентном пограничном слое могут быть с хорошей точностью описаны теорией локально-изотропной турбулентности Колмогорова — Обухова. Она, однако, неприменима к турбулентным возмущениям большого масштаба, когда пульсации скорости и температуры уже нельзя считать изотропными. Цель настоящей работы — исследовать спектральные и корреляционные характеристики турбулентного поля скоростей и температур в логарифмическом подслое безградиентного течения для масштабов, существенно меньших толщины пограничного слоя, но превышающих величину, ниже которой справедливо предположение о локальной изотропии. Обращается внимание на роль внутреннего масштаба турбулентности (в рассматриваемых условиях расстояние до стенки), разделяющего «гиперболический закон» изменения спектра, характерный для анизотропных пульсаций скорости и температуры, и «закон пяти третей», для изотропных вихрей. Сравнение выведенных соотношений с имеющимися экспериментальными данными позволяет не только проверить выполнимость этих законов, но и определить значения входящих в них универсальных постоянных.

Обсуждается консервативность полученных законов к воздействиям, локализованным в пристеночной зоне течения (шероховатость, вдув и отсос, полимерные добавки и т. д.).

Рассмотрим развитой турбулентный пограничный слой на гладкой непроницаемой поверхности, совпадающей с плоскостью $z=0$. Ограничимся простейшим случаем двумерного течения несжимаемой жидкости в направлении оси x , когда все осредненные характеристики турбулентного движения не изменяются при зеркальном отражении относительно трансверсальной координаты y . Стенку будем полагать лишь слегка нагретой или охлажденной, так что температуру T можно считать не влияющей на динамику течения. Основы использования методов теории размерности и подобия при анализе турбулентных пристенных потоков и получающиеся при этом выводы подробно изложены в обзоре [1]. Ниже эти результаты будут широко использоваться.

Начнем исследование с рассмотрения «логарифмического подслоя» безградиентного потока, в котором (см. [1]) на распределение градиентов средней скорости dU/dz и температуры dT/dz не влияет ни внешний масштаб течения δ (а значит, и геометрия рассматриваемого течения), ни вязкостный $\delta_v = \nu/u_*$ или тепловой $\delta_h = \chi/u_*$ масштабы (т. е. кинематический коэффициент вязкости ν и коэффициент температуропроводности χ). Логарифмический подслой для скорости и температуры существует в развитом турбулентном пограничном слое, если $\delta \gg \max(\delta_v, \delta_h)$ (т. е. $Re_* = \delta u_* / \nu \gg 1$ и $Pr_* = \delta u_* / \chi \gg 1$), и осредненные кинематические характеристики турбулентности в нем определяются единственным размерным параметром — скоростью трения $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$, величина которой однозначно определяется напряжением сдвига τ_w на стенке.

Распределение энергии турбулентных пульсаций скорости u_i (где $i=1, 2, 3$ для соответственно направлений x, y и z) по волновым числам k или по частотам f опи-

сывается соответствующим спектром. Рассмотрим для определенности одномерные (в направлении оси x) спектры E_{ij} : компонент u_i и u_j (включая и случай, когда $i=j$), относительно которых в литературе имеются некоторые опытные данные, пригодные для проверки получающихся теоретических выводов. В экспериментах, как правило, измеряется частотный спектр $E_{ij}(f, z)$, определяемый либо с помощью преобразования Фурье соответствующей автокорреляционной функции, либо непосредственно — с помощью набора фильтров. В силу галилеевской инвариантности уравнений механики статистические характеристики поля пульсационной скорости в пограничном слое вне тонкого пристенного подслоя непосредственного влияния молекулярной вязкости не должны зависеть от абсолютного значения скорости. Поэтому с теоретической точки зрения правильнее использовать при анализе пространственный спектр $E_{ij}(k, z)$, так как измерение такого спектра с помощью двух датчиков фактически исключает влияние абсолютного значения скорости жидкости. В то же время при использовании частотного спектра, когда в качестве аргументов вместо волнового числа k фигурирует частота f , возможность такого влияния не исключается.

Связь между пространственным и временным спектрами осуществляется обычно с помощью известной гипотезы Тейлора о замороженной турбулентности: $k=2\pi f/U$, где $U=U(z)$ — средняя локальная скорость течения. Эта гипотеза является лишь приближенной и ее анализ показывает [2], что она выполняется тем точнее, чем меньше размер рассматриваемых турбулентных вихрей. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при анализе имеющихся экспериментальных данных.

Как следует из приведенных в [1] результатов, для значительного интервала не слишком больших, но и не слишком малых значений k в логарифмическом подслое должна быть справедлива зависимость

$$E_{ij}(k, z) = (u_*^2/k) e_{ij}(kz) \quad (1)$$

В предположении, что в этом диапазоне изменения k сосредоточена основная часть энергии пульсаций, из (1) следуют хорошо известные в литературе (см., например, [1], где приведены также и экспериментальные данные относительно величин a_{ij}) формулы

$$\langle u_i u_j \rangle = \int_0^{\infty} E_{ij}(k, z) dk = u_*^2 \int_0^{\infty} (kz)^{-1} e_{ij}(kz) d(kz) = a_{ij} u_*^2 \quad (2)$$

Равенство (1) справедливо при $(10\delta)^{-1} \ll k \ll \delta_k^{-1}$, где $\delta_k = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ — колмогоровский масштаб длины. Так как в логарифмическом подслое [1] $\varepsilon = u_*^3/(\kappa z)$, где ε — средняя скорость диссипации турбулентной энергии, а $\kappa \approx 0,4$ — постоянная Кармана, то $\delta_k = \delta_+(\kappa z_+)^{1/4}$, $z_+ = z u_* / \nu$. Принимая, что этот подслой простирается от $z_+ \approx 10^2$ до $z/\delta \approx 0,1$ и «много больше» или «много меньше» в рассматриваемых оценках означает отличие на порядок, получаем оценку длины рассматриваемого интервала волновых чисел

$$10^2/\delta_+ \ll kz \ll (\delta_+/10)^{1/4} \quad (3)$$

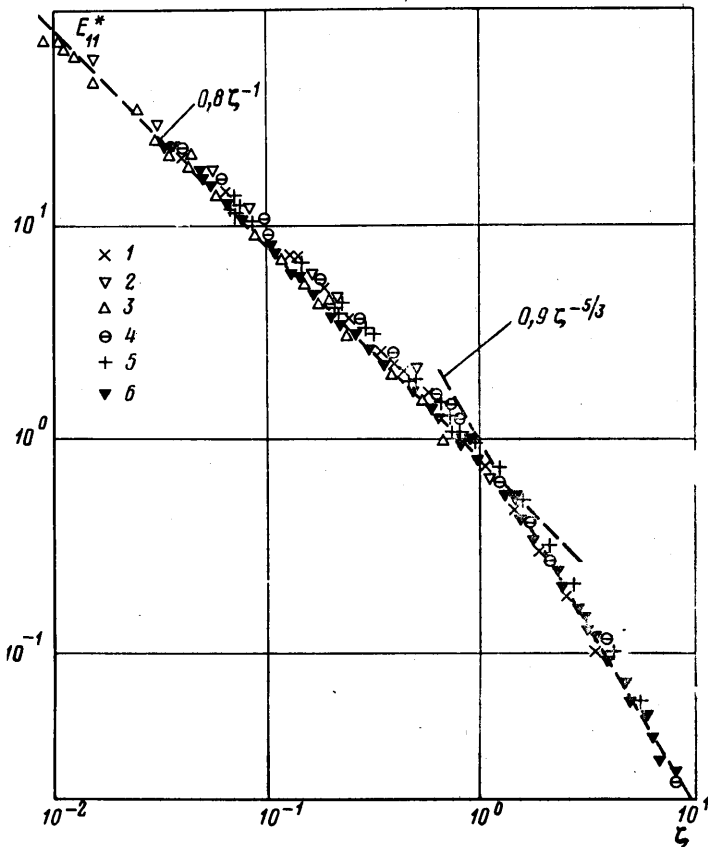
В области больших волновых чисел $kz \gg 1$ пульсации скорости можно считать изотропными, причем форма спектра здесь подчиняется «закону пяти третей» Колмогорова — Обухова [2]:

$$E_{ij}(k, z) \sim \delta_{ij} \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

Тогда, так как $\varepsilon = u_*^3/(\kappa z)$, имеем

$$E_{ij}(k, z) = \frac{C_{ij} \delta_{ij} u_*^2}{z^{2/3} k^{5/3}}, \quad e_{ij} = \frac{C_{ij} \delta_{ij}}{(kz)^{2/3}} \quad (kz \gg 1) \quad (4)$$

Иной закон определяет форму спектра E_{ij} при $k \ll z^{-1}$, т. е. в области турбулентных вихрей с размерами, много большими расстояния от точек измерения до стенки z . Таким образом, это расстояние в рассматриваемом случае выступает в роли естественного граничного масштаба, разделяющего совокупность вихрей, составляющих турбулентную структуру безградиентного двумерного течения и подчиняющихся совсем разным закономерностям. Естественно полагать, что для столь крупных вихрей структура турбулентности перестает зависеть от z . Это предположение эквива-



Фиг. 1

лентно допущению о том, что функция $e_{ij}(kz)$ в (1) при $kz \rightarrow 0$ стремится к конечному пределу: $\lim_{kz \rightarrow 0} e_{ij}(kz) = e_{ij}(0) = G_{ij} = \text{const}$, так что

$$E_{ij}(k, z) = G_{ij} u_*^2 k^{-1} \quad (kz \ll 1) \quad (5)$$

т. е. энергия турбулентности здесь распределена равномерно по октавам волновых чисел.

Наличие в спектре мощности турбулентных пульсаций скорости участка, описываемого гиперболическим законом (5), характерно для потоков «со сдвигом», как это уже давно было замечено экспериментаторами. Приведем в качестве иллюстрации фиг. 1, на которой представлены экспериментальные данные о зависимости $E_{11}^* = E_{11}/(zu_*^2)$ от $\xi = kz$, полученные в работах: 1 — [3], 2 — [4], 3 — [5], 4 — [6], 5 — [7], 6 — [8, 9] при исследовании турбулентных потоков воздуха над пластиной, в трубах различного диаметра и в плоском канале в широком диапазоне изменения Re . В соответствии с формулой (1) все собранные опытные результаты для $0,18 \leq z \leq 100\delta$, в интервале изменения аргумента, определяемом неравенством (3), ложатся на единую кривую и хорошо согласуются с законами (4) и (5), позволяя с хорошей точностью определить значения входящих в них постоянных

$$C_{11} \cong 0,9 \text{ и } G_{11} \cong 0,8 \quad (6)$$

Первый из этих результатов соответствует закону Колмогорова — Обухова с коэффициентом $E_{11}/\varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \cong 0,9 \cdot 0,4^{2/3} \cong 0,5$, хорошо согласующимся с другими оценками [2]. Отметим также, что, согласно приведенным данным, величина $kz \cong 1$ действительно выступает в роли граничного пара-

метра для гиперболического закона и закона $^{5}/_3$, причем ширина разделяющей их зоны оказывается сравнительно узкой.

Гиперболический закон для течений с градиентом средней скорости был, по-видимому, впервые предложен в [10]. Ему посвящены также специальные работы [8] и [11]¹. Авторы этих работ фактически постулировали, что спектры пульсаций скорости в логарифмическом подслое не должны зависеть от расстояния до стенки z , но не указали область применимости этого предположения и не связали его с тем фактом, что z здесь является единственным масштабом длины и поэтому безразмерные спектры kE_{ij}/u_*^2 становятся универсальными функциями единственного аргумента kz .

Обсуждаемые здесь закономерности особенно ясно выражены для продольных пульсаций скорости, но они могут быть обнаружены также и при анализе данных о спектрах нормальной к стенке и трансверсальной («боковой») компонент скорости. При этом выясняется, что значения чисел Рейнольдса, необходимые для четкого проявления законов минус единицы и пяти третей, здесь значительно превышают аналогичные значения Re для спектра E_{11} , где при $Re \geq 10^5$ гиперболический закон уже вполне четко проявляется. Тем не менее и здесь можно выделить область применимости формулы (5) и оценить значения коэффициентов G_{ij} в нем. В среднем экспериментальные данные работ [3, 4, 6, 7, 12, 13] дают основания считать, что

$$G_{22} \approx 0,5; \quad G_{33} \approx 0,25 \quad \text{и} \quad G_{13} \approx 0,25 \quad (7)$$

но точность этих оценок еще сравнительно невелика.

Оценки (6) и (7) показывают, что при $kz \ll 1$ пульсации скорости существенно анизотропны, в то время как в области выполнения закона $^{5}/_3$ имеет место приближенная изотропия пульсаций и поэтому $C_{22} = C_{33} = = (^4/3) C_{11} = 1,2; C_{13} = 0$. В применении же к гиперболическому закону имеют место приближенные соотношения $G_{11} : G_{22} : G_{33} : G_{12} = 3 : 2 : 1 : 1$, довольно близкие к соотношениям $\langle u^2 \rangle : \langle v^2 \rangle : \langle w^2 \rangle : \langle -uw \rangle = 4 : 3 : 1 : 1$ между одноточечными моментами пульсаций скорости в логарифмическом подслое [1]; этот факт вполне естественно согласуется с тем, что возмущения из области применимости гиперболического закона вносят существенный вклад в энергию пульсационного движения.

Рассмотрим теперь пространственную корреляционную функцию $R_{ij}(r) = \langle u_i(x+r, y, z) u_j(x, y, z) \rangle$, являющуюся преобразованием Фурье одномерного спектра E_{ij} . В логарифмическом подслое развитого турбулентного пограничного слоя (см. [1]) $R_{ij}(r, z)/u_*^2 = h(r/z)$. Из проведенных выше рассуждений следует

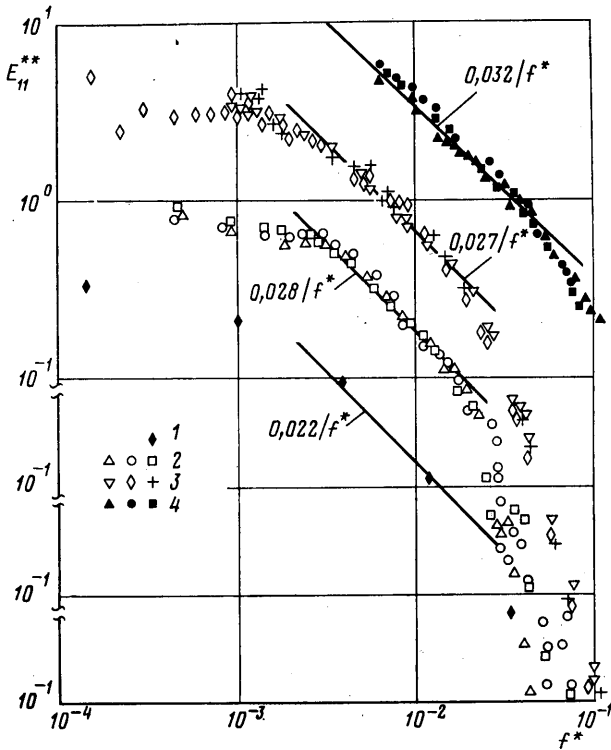
$$\lim_{r/z \rightarrow \infty} h(r/z) = h_{ij}(\infty) = l_{ij} = \text{const} \quad (8)$$

$$R_{ij}(r, z)/u_*^2 = l_{ij} = \text{const} \quad (z \ll r \ll \delta)$$

Таким образом, в определенном диапазоне больших расстояний r между датчиками коэффициенты корреляции $\rho_{ij} = R_{ij}(r) / (\langle u_i^2 \rangle \langle u_j^2 \rangle)^{1/2}$ представляют собой универсальные константы, не зависящие ни от типа течения, ни от физических свойств протекающей жидкости. В литературе, однако, пока отсутствуют экспериментальные данные, позволяющие проверить это заключение.

Гиперболический участок присутствует и в спектре пульсаций скорости, измеренном в вязком подслое, т. е. в непосредственной окрестности твердой стенки. Но этот закон имеет здесь совсем другое происхождение, связанное с особенностями спектра пульсаций трения на стенке $\Phi_r(f)$.

¹ Эти результаты изложены в диссертационной работе Б. Н. Короткова «Исследование статистических характеристик пристеночных турбулентных потоков». Киев, 1979. 175 с.



Фиг. 2

(В силу условий прилипания жидкости на стенке здесь должен рисматься частотный спектр пульсаций τ_w .) В силу элементарных размерностных соображений в области не слишком высоких и не слишком низких частот этот спектр должен подчиняться гиперболическому закону (см. сноску на стр. 50)

$$\Phi_\tau(f) = \alpha_\tau \rho^2 u_*^4 f^{-1} \quad (u_*^2/\nu \gg f \gg u_*/\delta) \quad (9)$$

В этой работе, однако, отсутствуют как экспериментальная проверка закона (9), так и попытка оценки значения универсальной константы α_τ в нем.

Если в соответствии с опытами по визуализации течения [14] предположить, что профиль мгновенных скоростей в вязком подслое ($z_+ \lesssim 5$) имеет линейный характер, то, исходя из зависимости $\tau_w \approx \rho \nu dU/dz \approx \rho \nu U(z)/z$, между спектрами $\Phi_\tau(f)$ и $E_{11}(f, z)$ можно установить простую связь: $\Phi_\tau(f) = (\rho^2 \nu^2 / z^2) E_{11}(f, z)$, из которой в силу (9) будет следовать

$$E_{11}(f, z) = \alpha_\tau \left(\frac{z u_*}{\nu} \right)^2 \left(\frac{u_*^2}{f} \right) \left(\frac{u_*^2}{\nu} \gg f \gg \frac{u_*}{\delta} \text{ и } z_+ \lesssim 5 \right) \quad (10)$$

Во всей же области $f \gg u_*/\delta$ должно выполняться соотношение

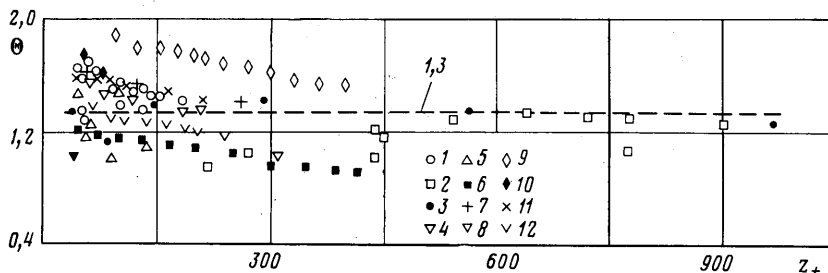
$$E_{11}^{**} = E_{11}/(z_+^2 \nu) = E_{11}^{(1)}(f^*), \quad f^* = f \nu / u_*^2$$

где $E_{11}^{(1)}$ — универсальная функция.

Имеющиеся в литературе опытные данные о спектрах $E_{11}^{**}(f^*)$ в области $z_+ \lesssim 5$ собраны на фиг. 2. Здесь 1 — измерения в потоке воздуха на расстоянии $z_+ = 5$ от стенки плоского канала [4], 2 — поток глицерина в круглой трубе, измерения при $z_+ = 1,25; 2,5$ и 5 соответственно [15], 3 — воздух в круглой трубе, $z_+ = 0,83; 1,82$ и 4,34 [5], 4 — воздух в плоском канале, $z_+ = 2,1; 3,74$ и 4,88 [16]. Эти данные неплохо согласуются с проведенными выше рассуждениями, хотя и характеризуются замет-

ным разбросом, связанным в первую очередь с большими техническими трудностями проведения измерений в такой близости от стенки.

Во всех приведенных спектрах отчетливо виден гиперболический участок, нижняя граница которого соответствует значению $f_{\min}^* \approx 4 \cdot 10^{-3}$, а верхняя определяется величиной $f\delta/u_*^2$ и в использованных экспериментах достигает значения $f_{\max}^* \approx 5 \cdot 10^{-2}$. Прямые, соответствующие этому участку спектра в логарифмических координатах, также нанесены на графике, и они позволяют приблизительно оценить значение универсальной константы $\alpha_\tau \approx 0,027$. В то же время данные непосредственных измерений Φ_τ [14], как правило, относятся к малым значениям Re, имеют предварительный характер и отличаются весьма большим разбросом. Поэтому непосредственное определение α_τ по этим данным в настоящее время не представляется возможным.



Фиг. 3

Аналогичные соображения могут быть приложены и к продольному пространственному спектру пульсаций температуры $E_{\theta\theta}(k, z)$ (для которого только и можно найти некоторые экспериментальные данные в имеющейся литературе).

Естественно ожидать (см. [1]), что в логарифмическом подслое развитого в тепловом и гидродинамическом отношении турбулентного пограничного слоя при не слишком больших, но и не слишком малых значениях k должно выполняться соотношение

$$E_{\theta\theta}(k, z) = t_*^2 k^{-1} g_{\theta\theta}(kz), \quad t_* = \langle w\theta \rangle / u_* \quad (11)$$

где t_* — температура трения. Эта формула также может быть использована для вывода хорошо известного результата

$$\langle \theta^2 \rangle = \int_0^\infty E_{\theta\theta}(k, z) dk = a_\theta t_*^2, \quad a_\theta = \int_0^\infty g_{\theta\theta}(\xi) \frac{d\xi}{\xi} \quad (12)$$

при получении которого предполагается, что длинноволновые и коротковолновые возмущения, для которых существенны масштабы δ (толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев здесь для простоты считаются имеющими один порядок величины) и соответственно δ_v и δ_h , не вносят заметного вклада в этот интеграл; величина a_θ при этом оказывается универсальной постоянной.

Экспериментальные данные, собранные на фиг. 3, характеризуются заметным разбросом, но в целом не противоречат этому выводу и позволяют заключить, что $a_\theta \approx 1,3^2 \approx 1,7$ (здесь $\Theta = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} / t_*$). Основная масса данных на фиг. 3 относится к случаю теплообмена между потоком воздуха и гладкой стенкой в различных условиях, когда число Прандтля практически постоянно ($Pr \approx 0,7$) (при обтекании пластины: 4 — [7], 5 — [20], 9 — [22]; при течении в трубе: 7 — [13], 1 — [17], 3 — [19], 10 — [23], 11 — [24], 12 — [25, 26]) или в полукруглом или же плоском каналах: 8 — [16], 12 — [25, 26]). Кроме того, нанесены точки, отвечающие турбулентным потокам ртути и расплавленного свинца (2 — [18], $Pr \approx 0,025$), воды (5 — [20], 6 — [21], $Pr = 5-10$) и трансформаторного масла (5 — [20], $Pr = 50-100$).

Разброс данных на фиг. 3 (где часть точек изображает уже осредненные данные), по-видимому, вызван недостаточно высокой точностью имеющихся измерений и сравнительно низкими значениями Re, характерными для вынужденных течений. В то же время сравнение полученной величины $a_\theta \approx 1,7$ с опытными данными измерений в атмосфере вблизи Земли при термической стратификации, близкой к нейтральной (только в этом случае теплоту можно считать пассивной примесью), про-

веденное в [1], показало, что данные измерений пульсаций температуры в лабораторных и приземных условиях разнятся значительно сильнее, чем это имеет место для пульсаций скорости.

Возвратимся к вопросу о форме спектра $E_{\theta\theta}(k, z)$. Интервал волновых чисел, существенно представленных в этом спектре, ограничен снизу величиной, имеющей порядок $(10\delta)^{-1}$, и сверху — максимумом из величин, обратных колмогоровскому масштабу $\delta_K = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ и так называемому «внутреннему температурному масштабу турбулентности» (см. [2], § 21.6) $\delta_\theta = (\chi^3/\epsilon)^{1/4} = \delta_K \text{Pr}^{-3/4}$. Величина этого масштаба определяет размер вихрей, начиная с которых молекулярная теплопроводность оказывает сглаживающее влияние на пульсационную структуру поля температур. Таким образом, масштабы минимальных температурных неоднородностей, возможных в жидких металлах ($\text{Pr} \ll 1$), намного превышают соответствующие масштабы пульсаций скорости, в то время как для высоковязких жидкостей (или при массопереносе в жидкостях), где $\text{Pr} \gg 1$, существенная доля температурной турбулентности может быть сосредоточена в объемах с характерными размерами, много меньшими δ_K .

В логарифмическом подслое масштабы δ_K и δ_θ представляются формулами $\delta_K = \delta_+(kz_+)^{1/4}$, $\delta_\theta = \delta_h(kz_+)^{1/4}$. Так как логарифмический подслой распределения температуры простирается от $z \approx \max(\delta_\theta, \delta_h) \cdot 10^2$ до $z \approx 0,1\delta$, то оценка интервала возможных здесь значений kz приводит к величинам от $(10^2/\delta_+)$ до $(\delta_+/10)^{1/4} \min(1, \text{Pr}^{3/4})$.

В случае развитого турбулентного теплопереноса этот интервал включает как значения $kz \gg 1$, так и $kz \ll 1$. При выполнении первого из этих неравенств вид функции $g_{\theta\theta}(kz)$ может быть определен из соображений, развитых в [27, 28] и вполне аналогичных использованным для спектра скорости рассуждениям Колмогорова — Обухова: если рассматриваемые мелкомасштабные возмущения входят в «инерционно-конвективный интервал», т. е. их размеры много больше $\max(\delta_\theta, \delta_K)$, но много меньше z , то форма спектра $E_{\theta\theta}$ определяется лишь значениями «температурной диссипации» N и ϵ и, следовательно, $E_{\theta\theta}(k, z) \sim N\epsilon^{-1/3}k^{-5/3}$. А так как в логарифмическом подслое [29]

$$N = \frac{\alpha u_* t_*^2}{z} \quad (\alpha \approx 2, 1); \quad E_{\theta\theta}(k, z) = \frac{C_\theta t_*^2}{z^{5/3} k^{5/3}},$$

$$g_{\theta\theta} = \frac{C_\theta}{(kz)^{5/3}} \quad (kz \gg 1)$$

то величина $E_{\theta\theta}$ при фиксированном k убывает по закону $z^{-2/3}$ с расстоянием до стенки.

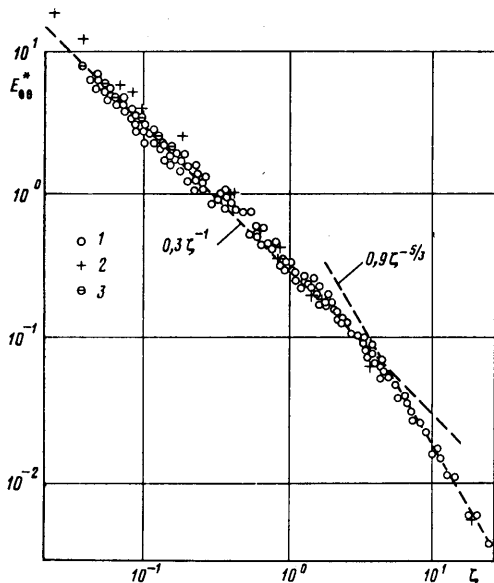
Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда $kz \ll 1$, но $k \gg \delta^{-1}$, так что тепло переносится вихрями, много большими величинами единственного внутреннего масштаба в этой области, но k все еще находится в пределах конвективно-инерционного интервала. Повторяя теперь дословно схему рассуждений, использованную выше при анализе спектров E_{ij} , получим, что

$$E_{\theta\theta}(k, z) = G_\theta t_*^2 k^{-1} \quad (kz \ll 1) \quad (14)$$

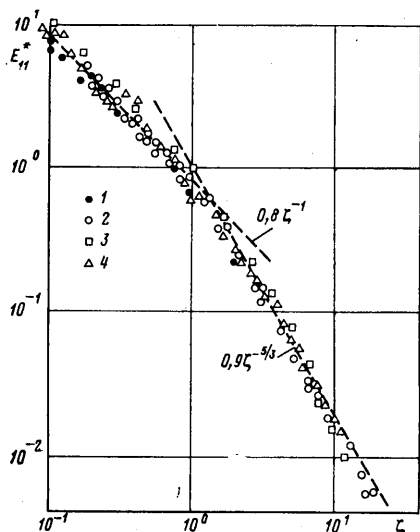
причем $G_\theta = \lim_{kz \rightarrow 0} g_{\theta\theta}(kz)$ является еще одной универсальной константой.

Таким образом, в анализируемом диапазоне изменения волновых чисел продольный спектр пульсаций температур не зависит от расстояния до стенки и, так же как и спектры скорости E_{ij} , подчиняется гиперболическому закону. Гиперболический участок в спектре температуры, так же как и аналогичный участок в спектре скорости, обязан своим существованием поперечному переносу импульса и тепла и уже замечался (хотя и без какого-либо обоснования) некоторыми экспериментаторами (см., например, [7]).

Опытных данных о спектре пульсаций температуры, необходимых для проверки полученных выше выводов, заметно меньше, чем аналогичных данных о флуктуациях скорости, и все они, как правило, относятся к случаю теплопереноса в газах ($Pr \approx 0,7$). Все данные, пригодные для наших целей и относящиеся к конвективно-инерционному диапазону изменения $\zeta = kz$, которые удалось разыскать, собраны на фиг. 4. Они включают экспериментальные измерения $E_{\theta\theta}^* = E_{\theta\theta}/t_*^2 z$: 1 — [7], 2 — [13], 3 — [16] и не противоречат сделанным выводам, хотя их разброс все же заметно превышает соответствующий разброс результатов измерений спектра E_{11}^* на фиг. 1. В целом фигура 4 дает основание заключить, что при $kz \lesssim 3$ спра-



Фиг. 4



Фиг. 5

ведлив гиперболический закон (14), а при $kz \geq 6$ — закон $5/3$ (13), причем $G_\theta \approx 0,3$ и $C_\theta \approx 0,9$. Справедливость гиперболического закона для $E_{\theta\theta}$ была подтверждена также в ходе исследования теплопереноса при течении воды в плоском канале [30] и в экспериментах на начальном термическом участке при течении воздуха в круглой трубе [24].

Полученное значение C_θ лишь незначительно отличается от значения 1,1, которое может быть вычислено с помощью рекомендуемого в монографии [2] как наиболее надежного значения коэффициента $0,7$ в законе пяти третей для температуры: $0,7 \cdot 2,1 \cdot 2,5^{-5/3} \approx 1,1$. Соотношение $G_{11} : G_{\theta\theta} \approx 3$ между коэффициентами G_{11} и $G_{\theta\theta}$ очень близко к соотношению между $\langle u^2 \rangle / u_*^2 \approx 4,5$ и $\langle \theta^2 \rangle / t_*^2 \approx 1,7$.

Так же как и в случае пульсаций скорости, гиперболическому закону (14) для спектра $E_{\theta\theta}$ соответствует постоянство пространственной корреляционной функции температуры

$$\langle \theta(x+r, y, z) \theta(x, y, z) \rangle / t_*^2 = l_\theta = \text{const} \quad (z \ll r \ll \delta) \quad (15)$$

Отсутствие необходимых экспериментальных данных не позволяет, к сожалению, проверить этот вывод.

Используя предложенную схему рассуждений, можно показать, что гиперболический закон распределения энергии анизотропных вихрей по волновым числам характерен и для коспектров температуры и скорости. Но мы не будем здесь на этом останавливаться, так как эксперименталь-

ные данные, необходимые для проверки соответствующего теоретического заключения, в литературе отсутствуют.

Ясно, что полученные выводы не изменятся, если предположить, что турбулентный поток подвергается какому-либо воздействию, локализованному в пристенной области, с масштабами, меньшими или сравнимыми с δ , или δ_n . В частности, законы (5) и (14) вместе с определенными выше значениями входящих в них универсальных постоянных останутся справедливыми и для слегка шероховатой стенки или в случае, когда через обтекаемую граничную поверхность осуществляется слабый вдув или отсос жидкости, либо в эту жидкость вводится небольшое количество полимерных добавок и т. д. Можно поэтому ожидать их справедливость и для призматого пограничного слоя в атмосфере, где подстилающую поверхность очень часто нельзя считать гладкой. В этом случае, естественно, приходится ограничиваться высотами, на которых плотностная стратификация, обычная в атмосферных условиях, не влияет на турбулентную структуру потока.

В качестве примера, подтверждающего сделанное заключение, приведем фиг. 5, на которой собраны данные о продольном спектре в логарифмическом подслое у шероховатой стенки, полученные в работах [31] - 1 и [32] - 2, в которых изучалась структура турбулентного потока при течении воздуха в плоском канале с шероховатостью на одной из стенок, и [33] - 3, где воздух обтекал слегка нагретую пластину. Эти результаты дополнены данными 4 о спектре E_{11}^* в атмосфере, полученными сотрудниками Института физики атмосферы АН СССР.

Автор искренне признателен А. М. Яглому за внимание к работе и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кадер Б. А., Яглом А. М. Законы подобия для пристенных турбулентных течений. - В кн.: Итоги науки и техн. ВИНТИ АН СССР. Сер. Мех. жидкости и газа, 1980, т. 15, с. 81-155.
2. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
3. Klebanoff P. S. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NACA TN 1954, № 3178. 56 p.
4. Comte-Bellot G. Ecoulement turbulent entre deux parois parallèles. - Publs scient. et techn. Ministère air, Paris, 1965, № 419. 159 p. (Рус. перев.: Конт Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М.: Мир, 1968. 176 с.)
5. Coantic M. Contribution à l'étude de la structure de la turbulence dans une conduite de section circulaire. - Thèse doct. sci. phys., Univ. Aix-Marseille, 1966. 183 p.
6. Lawn C. J. The determination of the rate of dissipation in turbulent pipe flow. - J. Fluid Mech., 1971, v. 48, № 3, p. 477-505.
7. Fulachier L. Contribution à l'étude des analogies de champs dynamique et thermique dans une couche limite turbulente. Effet de l'aspiration. - Thèse Doct. Sci., Marseille, Univ. Provence, 1972. 169 p.
8. Perry A. E., Abell C. J. Scaling laws for pipe-flow turbulence. J. Fluid Mech., 1975, v. 67, № 2, p. 257-271.
9. Perry A. E., Abell C. J. Asymptotic similarity of turbulence structures in smooth- and rough-walled pipes. - J. Fluid Mech., 1977, v. 79, № 4, p. 785-799.
10. Tchen C. M. On the spectrum of energy in turbulent shear flow. - J. Res., Nat. Bur. Standards, 1953, v. 50, № 1, p. 51-62.
11. Коротков Б. Н. О некоторых видах локального самоподобия поля скорости пристеночных турбулентных течений. - Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 6, с. 35-42.
12. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. - NACA, 1954, Rep. № 1174. 18 p.
13. Bremhorst K., Bullock K. J. Spectral measurements of turbulent heat and momentum transfer in fully developed pipe flow. - Int. J. Heat Mass Transfer, 1973, v. 16, № 12, p. 2141-2154.
14. Кутателадзе С. С., Миронов Б. П., Накоряков В. Е., Хабахнашева Е. М. Экспериментальное исследование пристенных турбулентных течений. Новосибирск: Наука, 1975. 166 с.
15. Bakewell H. P. An experimental investigation of the viscous sublayer in turbulent pipe flows. - Ph. D. Thesis, Pennsylv. State Univ. 1966. 180 p.
16. Zariš Z. Contribution à l'étude statistique de la turbulence pariétale. - Thèse doct. sci. phys., Univ. Paris, 1974. 144 p.

17. *Tanimoto S., Hanratty T. J.* Fluid temperature fluctuations accompanying turbulent heat transfer in a pipe.— Chem. Eng. Sci., 1963, v. 18, № 5, p. 307–311.
18. *Бобков В. П., Ибрагимов М. Х., Субботин В. И.* Статистические характеристики турбулентных пульсаций температур в потоке жидкостей.— В кн.: Жидкие металлы. М.: Атомиздат, 1967, с. 53–71
19. *Ибрагимов М. Х., Субботин В. И., Таранов Г. С.* Пульсации скорости, температуры и их корреляционные связи при турбулентном течении воздуха в трубе.— Инж.-физ. ж., 1970, т. 19, № 6, с. 1060–1069.
20. *Жукаускас А. А., Шланчяускас А. А.* Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1973. 327 с.
21. *Richard J.-G.* Etude des profils de températures dans un écoulement turbulent établi dans un tube cylindrique lisse.— Bull. Dir. étud. et rech., 1972, Ser. A, № 2, p. 1–173.
22. *Perry A. E., Hoffmann P. H.* An experimental study of turbulent convective heat transfer from a flat plate.— J. Fluid Mech., 1976, v. 77, № 2, p. 355–368.
23. *Elena M.* Etude expérimentale de la turbulence au voisinage de la paroi d'un tube légèrement chauffé.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1977, v. 20, № 9, p. 935–944.
24. *Hishida M., Nagano Y.* Structure of turbulent temperature and velocity fluctuations in the thermal entrance region of a pipe.— In: Proc. 6-th Int. Heat Transfer Conf., Toronto, 1978, v. 2, Ottawa, 1978, с. 531–536.
25. *Поляков А. Ф., Цыгулев Ю. В.* Экспериментальное исследование осредненных значений и дисперсий скорости и температуры при турбулентном течении воздуха в плоском канале.— Тр. Моск. энерг. ин-та, 1978, вып. 377, с. 109–116.
26. *Петухов Б. С., Поляков А. Ф., Шехтер Ю. Л., Цыгулев Ю. В.* Экспериментальное исследование статистических характеристик пульсаций температуры в вязком подслое воздуха. Тр. Моск. энерг. ин-та, 1975, вып. 235, с. 3–13.
27. *Обухов А. М.* Структура температурного поля в турбулентном потоке.— Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз., 1949, т. 13, № 1, с. 58–69.
28. *Corrsin S.* On the spectrum of isotropic temperature fluctuations in an isotropic turbulence.— J. Appl. Phys., 1951, v. 22, № 4, p. 469–473.
29. *Yaglom A. M.* Similarity laws for constant-pressure and pressure-gradient turbulent wall flows.— Ann. Rev. Fluid Mech., 1979, v. 11, p. 505–540.
30. *Kutateladze S. S., Khabakhpasheva E. M., Perepelitsa B. V.* Temperature pulsations in a viscous sublayer.— In: Proc. 6-th Int. Heat Transfer Conf., Toronto, 1978, v. 2. Ottawa, Canada, 1978, p. 501–505.
31. *Becirspahic S.* Etude expérimentale de l'écoulement près des parois rugueuses.— Therm. et aéraul., 1971, v. 1, № 3, p. 261–286.
32. *Hanjalić K., Launder B. E.* Fully developed asymmetric flow in a plane channel.— J. Fluid Mech., 1972, v. 51, № 2, p. 301–335.
33. *Wood D. H., Antonia R. A.* Measurements in a turbulent boundary layer over a d-type surface roughness.— Trans. ASME, Ser. E, 1975, v. 42, № 3, p. 591–597.

Москва

Поступила в редакцию
20.VII.1982