

УДК 532.525.2.013.2

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ СТРУИ В ЗАТОПЛЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

ВАСИЛЬЕВ Е. И.

Проведено численное исследование нестационарного истечения сверхзвуковой струи, образующейся при дифракции ударной волны, выходящей из канала круглого сечения в затопленное пространство. Строгое описание всех деталей такого течения отсутствует. В данной работе использовалась модель, учитывающая первичную ударную волну, распространяющуюся в покоящемся газе, контактную поверхность, вторичную ударную волну, которая движется навстречу вытекающему потоку и согласовывает давление в нестационарной волне разряжения с давлением за первичной ударной волной, всячий скачок, примыкающий к кромке канала, и цилиндрическую поверхность срыва истекающей струи [1]. Такая модель позволяет определить основные закономерности течения, а также траектории и интенсивности ударных волн, которые хорошо согласуются с экспериментами [2], хотя в расчетах не учитываются эффекты вязкости газа и зависимость теплоемкостей от температуры.

Кроме того, рассмотрена задача, получающаяся из вышеупомянутой отсечением струи в некоторый момент времени после запуска путем закрытия среза канала непроницаемой перегородкой. Проведено сравнение поведений первичных ударных волн и контактных поверхностей в этих двух случаях.

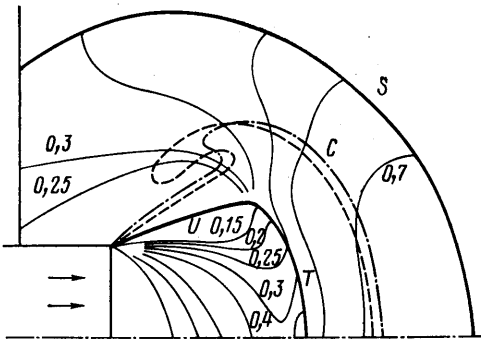
1. Постановка задачи. Рассматривается осесимметричное нестационарное течение идеального газа, возникающее при истечении с постоянной скоростью сверхзвуковой струи из канала круглого сечения в пространство, в котором газ неподвижен. Картина течения изображена на фиг. 1. Такое течение может реализоваться в ударной трубе, имеющей открытый или закрытый диафрагмой, обеспечивающей начальный перепад параметров, выход в пространство. После прохождения среза трубы первичная ударная волна S распространяется по покоящемуся в пространстве газу. Контактная поверхность C отделяет истекающую струю от газа, первоначально заполнявшего пространство. Внутри струи возникают вторичный скачок T , всячий скачок U и, возможно, другие разрывы.

В расчетном исследовании процесса истечения струи рассматривалось течение невязкого и нетеплопроводного газа, которое описывается нестационарными уравнениями газовой динамики. В интегральной форме в цилиндрической системе координат (x, y, φ) при наличии осевой симметрии эти уравнения имеют вид

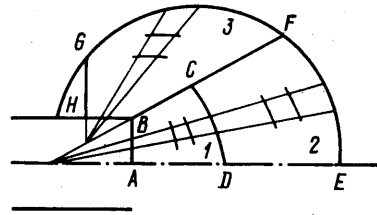
$$\oint_{\Sigma} (\mathbf{a} dx dy + \mathbf{b} dy dt + \mathbf{c} dt dx) = - \int_{\Sigma} \frac{1}{y} \mathbf{f} dx dy dt \quad (1.1)$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (E + p)u \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ (E + p)v \end{bmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (E + p)v \end{bmatrix}$$

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho(u^2 + v^2)}{2}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

где x — координата вдоль оси симметрии; y — расстояние от оси; t — время; ρ и p — плотность и давление; u и v — составляющие скорости вдоль осей x и y соответственно; E — полная энергия единицы объема газа.

Интегрирование в левой части (1.1) выполняется по любой замкнутой поверхности Σ , гомеоморфной сфере в трехмерном пространстве xyt . Интеграл в правой части берется по области Ω , ограниченной поверхностью Σ .

Начальные условия задаются состоянием газов внутри канала (ρ_1, p_1, V_1) и во внешнем пространстве (ρ_0, p_0) в начальный момент времени, когда ударная волна S совпадает со срезом канала. Граничные условия необходимо поставить на ударной волне, на внешней стороне канала и на срезе канала. На ударной волне формулируются обычные условия Ренкина — Гюгонио. На внешней стороне канала и на оси симметрии ставится условие непроницаемости. Так как струя считается сверхзвуковой, на срезе канала во все время движения выполняются условия

$$\rho = \rho_1; p = p_1; u = V_1; v = 0 \quad (1.2)$$

Для решения задачи следует задать условия в вытекающей струе и в затопленном пространстве. Закон движения ударной волны S определяется в результате решения задачи (1.1) — (1.2).

Перейдем к безразмерным переменным и рассмотрим полный набор безразмерных параметров, от которых зависит решение задачи. Положим

$$\begin{aligned} u &= V_1 u'; v = V_1 v'; \rho = \rho_0 \rho' \\ p &= \rho_0 V_1^2 p'; t = r_0 V_1^{-1} t'; r = r_0 r' \end{aligned} \quad (1.3)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор; r_0 — радиус выходного сечения канала. Все масштабы в формулах (1.3) известны. Произведя подстановку безразмерных переменных в уравнения, а также граничные и начальные условия, обнаружим, что уравнения не изменяются, а полный набор определяющих параметров течения состоит из безразмерных величин ρ_1', p_1', ρ_0' и отношения теплоемкостей γ . В случае большой интенсивности ударной волны S течение перестает зависеть от противодействия ρ_0' .

Для класса задач с одинаковыми определяющими параметрами решение получается из безразмерного следующим путем. Если известно $p' = g(t', r')$, то $p(t, r) = \rho_0 V_1^2 g(V_1 r_0^{-1} t, r_0^{-1} r)$. Штрих у безразмерных величин в дальнейшем опускается.

2. Численное решение и картина течения. Численное решение задачи строилось явным методом С. К. Годунова [3] на основе интегральных уравнений (1.1).

Область течения разбивалась на три расчетные подобласти, топологически эквивалентные четырехугольникам (фиг. 2). Границы подобластей следующие: GFE — подвижная граница, совпадающая с первичной удар-

ной волной; HB и ADE — неподвижные границы, на которых ставится условие непроницаемости; BCF — подвижная прямолинейная граница с углом наклона таким же, как у поверхности срыва (части контактной поверхности, примыкающей к кромке канала); CD — подвижная граница, в основном совпадающая со вторичным скачком уплотнения; AB — неподвижная граница, совпадающая со срезом канала; GH — вспомогательная вертикальная неподвижная граница, на которой ставились мягкие граничные условия второго рода (равенство нулю второй производной от параметров течения по координате x).

Следует сделать несколько замечаний. Начальный угол наклона границы BCF брался 45° с положительным направлением оси x . В процессе счета положение этой границы достаточно быстро устанавливалось и после установления она считалась неподвижной границей. Вспомогательная граница GH служит для облегчения разбиения области расчета на топологические четырехугольники. Ее наличие, а также положение относительно кромки канала практически не сказывались на численных результатах. В вычислениях длины отрезков AB и HB принимались равными. Подобное разбиение расчетной области на подобласти осуществлялось уже в начальный момент времени. Улавливание и выделение ударных волн и линии срыва происходило в процессе численного решения. Волна торможения T совпадает только с частью подвижной границы CD . Оставшаяся часть границы, которая находится выше пересечения скачков T и U , располагалась по дуге окружности с центром в точке B . Способ разбиения расчетного поля на ячейки показан на фиг. 2.

Таким образом, расчеты проводились с выделением первичной ударной волны S , вторичного скачка T и части контактной поверхности — линии срыва. Многочисленные расчеты показывают, что без выделения линии срыва получить решение с хорошей точностью в этой области трудно. Положение всякого скачка U определялось при помощи дополнительного измельчения расчетной сетки в подобласти 1 (фиг. 2).

Проводились расчеты истечения струи, образующейся при дифракции плоской ударной волны, выходящей из канала в затопленное пространство, — случай A . А также для случая B , получающегося из A путем отсечения струи в некоторый момент времени t_0 после начала дифракции ударной волны, т. е. в момент времени t_0 граничные условия (1.2) заменяются на условие непроницаемости. В этих случаях из соотношений Рёнкина — Гюгонно можно выразить безразмерные величины ρ_1 , p_1 и p_0 через M и γ , где M — отношение скорости плоской ударной волны в трубе к скорости звука во внешнем пространстве. В случае A определяющими параметрами задачи будут M и γ , а в случае B — M , γ и безразмерное время t_0 . В расчетах принималось: $t_0 = 2$; $\gamma = 1,4$.

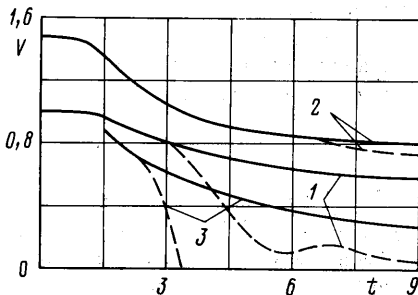
На фиг. 3 изображены расчетные зависимости скоростей распространения контактной поверхности V_c (кривые 1), первичной ударной волны V_s (кривые 2) и вторичного скачка V_T (кривые 3) вдоль оси симметрии для случаев A и B при $M = 2,28$. Случаю A соответствуют сплошные кривые, случаю B — штриховые. Видно, что отсечение струи наиболее существенное влияние оказывает на поведение вторичного скачка и контактной поверхности: в случае B происходит резкое торможение струи, вторичная ударная волна при этом также резко замедляется и значительно ослабевает. Вторичная ударная волна может менять направление скорости. Выделение вторичного скачка в варианте B затруднено тем, что расчетная сетка в этом случае плохо адаптируется к картине течения. Поэтому выделение вторичного скачка в случае B происходило только до того момента, когда его скорость вдоль оси меняла знак.

Ударная волна S реагирует на отсечение слабо и с заметным запаздыванием по сравнению с другими разрывами. Некоторое повышение скорости контактной поверхности в случае B в районе времени от 6,0 до 7,0 объясняется, по-видимому, тем, что ее догоняет ударная волна, ко-

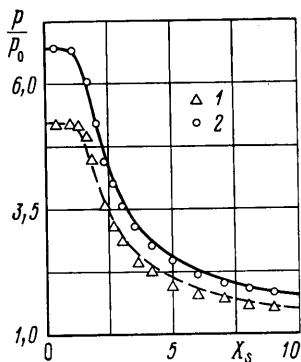
торая образуется около среза канала в момент достижения висячим скачком оси симметрии.

На фиг. 1 изображены изобары поля давления в случае A при $M=2,28$ на момент времени $t=3,06$, а также расчетное положение скачков S, T, U . Изобары, давление у которых на фигуре не указано, изображены с шагом $0,1$ вне конфигурации $T-U$ и шагом $0,2$ внутри. Выше места соединения вторичного и висячего скачков наблюдается сгущение изобар. Это указывает на существование в месте пересечения сложной тройной конфигурации из ударных волн, что подтверждается экспериментальными снимками из [1].

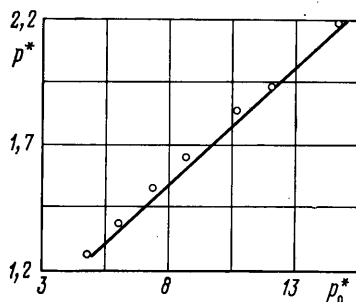
Для контактной поверхности C , изображенной штриховой линией, характерно наличие сферообразной передней части и боковой, почти прямолинейной линии срыва, которая является тангенциальным разрывом. Угол наклона линии срыва совсем незначительно отличается от соответствующего угла, вычисленного для стационарного течения Прандтля — Майера. Это подтверждает высказанное в [1] соображение, что около кромки канала течение очень быстро выходит на стационарный режим. Кроме того, наблюдается закручивание наиболее удаленной от оси части контактной поверхности, что объясняется, по-видимому, воздействием вих-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ря, находящегося над линией срыва [4]. Этот процесс развивается с течением времени. Причем чем больше число M , тем на большем расстоянии от среза трубы контактная поверхность претерпевает определенную стадию закручивания. Это можно видеть на той же фиг. 1, где штрихпунктирной линией изображено положение поверхности C при $M=3,49$ для того же момента времени $t=3,06$. Так как закручивание характеризуется произведением интенсивности вихря на время движения, то вышеупомянутый эффект говорит о том, что отношение интенсивности вихря к числу M уменьшается с ростом последнего.

Сравнение результатов расчета с данными экспериментов, взятыми из [2], проводится на фиг. 4 и 5. На фиг. 4 представлена интенсивность первичной волны S в точке пересечения с осью x в зависимости от расстояния до среза канала X_s . Штриховая и сплошная линии — расчетные кривые для чисел M , равных $2,14$ и $2,42$. Цифрами обозначены результаты соответствующих экспериментов. В течение некоторого времени после начала дифракции интенсивность первичного скачка на оси остается постоян-

ной и лишь затем начинает быстро падать. Настоящий метод позволяет достаточно точно определить продолжительность незатухающего движения осевой части ударной волны. На фиг. 5 представлены расчетная и экспериментальная интенсивности волны S при $X_s=25,4$ в зависимости от начального перепада давлений $p_0^*=p_H/p_0$. Примечательным является то, что как экспериментальная, так и расчетная зависимости являются почти линейными.

В заключение автор приносит благодарность В. П. Стулову, под руководством которого выполнена эта работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977. 274 с.
2. Sloan S. A., Nettleton M. A. A model for the axial decay of a shock wave in a large abrupt area change.— J. Fluid Mech., 1975, v. 71, № 4, p. 769–784.
3. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
4. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г., Комаров В. С., Сузов В. Г. Исследование дифракции сильных ударных волн на выпуклых углах.— Изв. АН СССР. МЖТ, 1973, № 4, с. 122–134.

Москва

Поступила в редакцию
6.XII.1982