**МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 · 1983**

УДК 532.522

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ФОРМОВАНИЯ ВОЛОКОН

БЕРМАН В. С., ЯРИН А. Л.

Найдено аналитическое решение, описывающее формование волокна с заданной силой на приемной бобине. В качестве примера рассчитан отклик выходного сечения волокна на периодически изменяющуюся силу вытяжки; построено решение, описывающее распространение по волокну конечного возмущения, связанного с изменением условий на срезе фильеры при фиксированной силе вытяжки. Задача о малых возмущениях волокна, формуемого с заданной скоростью наматывания на бобину, сведена к линейному интегродифференциальному уравнению с запаздыванием, характеристическое уравнение которого определяет область неустойчивости — «резонанса при вытягивании». Объяснены причины возникновения неустойчивости.

При формовании волокон высоковязкая жидкость (как правило, расплав) подается из фильеры, растягивается в струйном течении, охлаждается, застывает (возможно, с кристаллизацией) и наматывается на бобину в виде волокна. Рассмотрение нестационарных явлений, связанных с формованием, с учетом всех этих факторов весьма затруднительно и плохо обозримо даже при использовании численных расчетов. Это привело к появлению достаточно простой модели процесса формования высоковязкой ньютоновской жидкости в изотермических условиях [1, 2], а также к постановке соответствующих модельных экспериментов [2, 3]. Несмотря на ограниченность, эта модель качественно описывает неустойчивость при формовании и переходные процессы, а теплообмен волокна с окружающей средой и вязкоупругое поведение жидкости вносят лишь количественные поправки [4–8]. В данной работе рассмотрение течения жидкости в волокне ведется в рамках этой модели с использованием квазиодномерного описания [1, 9] в пренебрежении инерционной, капиллярной и аэродинамической (трение о воздух) силами по сравнению с вязкой. В рамках подобной постановки для формования волокон известен ряд решений линеаризованных задач [1, 2], а также некоторые нелинейные решения, полученные численными и асимптотическими методами [10, 11].

1. Постановка и решение задачи. Выбирая в качестве параметра оси волокна координату x, отсчитываемую от фильеры, при сделанных допущениях имеем квазиодномерные уравнения неразрывности и количества движения в виде [1, 9]

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial fV}{\partial x}=0,\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(f\frac{\partial V}{\partial x}\right)=0 \tag{1.1}$$

Здесь t — время, f — площадь поперечного сечения волокна, V — продольная скорость. Площадь и скорость отнесены к некоторым характерным значениям f_* и V_*, в качестве масштаба длины использовано расстояние от фильеры до бобины L (соответственно определен масштаб времени).

Для уравнений (1.1) можно поставить две основные начально-краевые задачи

$$t=0,\quad f=f_s(x),\quad V=V_s(x) \tag{1.2}$$

$$x=0,\quad f=f_0(t),\quad V=V_0(t);\qquad x=1,\quad f\frac{\partial V}{\partial x}=F_0(t) \tag{1.3}$$

или

$$x=0,\quad f=f_0(t),\quad V=V_0(t);\quad x=1,\quad V=V_1(t) \tag{1.4}$$

Иначе говоря, в качестве граничных условий заданы законы изменения со временем площади сечения и скорости волокна на выходе из фильеры, а также зависимость от времени силы (1.3) или скорости на приемной бобине (1.4). Необходимо найти распределения f и V при $0 \leqslant x \leqslant 1$ и $t \geqslant 0$, удовлетворяющие (1.1) – (1.3) или (1.4), и, в частности, наиболее важную характеристику – изменение площади выходного сечения волокна $f(1, t)$.

Введем в качестве новой пространственной переменной y [12], определяемую равенствами

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f, \qquad \frac{\partial y}{\partial t} = -fV \tag{1.5}$$

Соответственно уравнения (1.1) представляются в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + f^2 \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(f^2 \frac{\partial V}{\partial y}\right) = 0 \tag{1.6}$$

Интегрируя второе уравнение (1.6), имеем

$$f^2 \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{dB}{dt} \tag{1.7}$$

где $B(t)$ – произвольная функция t.

Тогда из первого уравнения (1.6) получаем

$$f = A(y) - B(t) \tag{1.8}$$

где $A(y)$ – произвольная функция y.

Из (1.7) и (1.8) находим

$$V = D(t) + \frac{dB}{dt} \int\limits_0^y [A(\xi) - B(t)]^{-2}\, d\xi \tag{1.9}$$

где $D(t)$ – произвольная функция.

Учитывая, что $\partial x/\partial y = f^{-1}$, имеем

$$x = C(t) + \int\limits_0^y [A(\xi) - B(t)]^{-1}\, d\xi \tag{1.10}$$

Здесь $C(t)$ – произвольная функция t.

Дифференцируя (1.10) по t и учитывая, что в переменных t, y $\partial x/\partial t = V$, находим, что $D = dC/dt$.

Таким образом, выражения (1.8) – (1.10) дают общее решение уравнений (1.1), выражаемое через произвольные функции A, B и C. Это решение задается в параметрической форме. Формально исключая из этих соотношений параметр y, можно получить из (1.10) зависимость $y = y(x, t)$. Отметим, что функция $y(x, t)$ определена в (1.5) с точностью до аддитивной постоянной, поэтому можно без ограничения общности положить $y(0, 0) = 0$. Используя граничные условия (1.3), находим в неявном виде функции A, B и C, входящие в решение (1.8) – (1.10)

$$y_0(t) \equiv y(0, t) = -\int\limits_0^t f_0(\tau) V_0(\tau)\, d\tau \tag{1.11}$$

$$f_0(t) = A(y_0) - B(t) \tag{1.12}$$

$$F_0(t) = \frac{dB}{dt}; \qquad B(t) = \int\limits_0^t F_0(\tau)\, d\tau + \mathrm{const}$$

$$C(t)=-\int\limits_0^{y_0(t)}[A(\xi)-B(t)]^{-1}d\xi \tag{1.13}$$

В случае граничных условий (1.4) выражения (1.11)—(1.13) по-прежнему имеют место, а для определения $B(t)$ имеем следующие функциональные соотношения:

$$y_1(t)=y(1,t), \qquad 1=\int\limits_{y_0}^{y_1}[A(\xi)-B(t)]^{-1}d\xi$$

$$\frac{dy_1}{dt}=-V_1(t)[A(y_1)-B(t)]$$

2. Лагранжева параметризация. В ряде случаев удобно использовать не эйлерову, а лагранжеву параметризацию оси волокна. Выбирая в качестве лагранжева параметра s точки оси волокна момент истечения из фильеры жидкой частицы, находящейся в данной точке, получаем из общих уравнений динамики тонких струй и нитей капельных жидкостей [9] в безынерционном приближении

$$\frac{\partial\lambda f}{\partial t}=0, \qquad \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{f}{\lambda}\frac{\partial V}{\partial s}\right)=0, \qquad \frac{\partial x}{\partial t}=V, \qquad \lambda=-\frac{\partial x}{\partial s} \tag{2.1}$$

Первые два уравнения (2.1) — безразмерные уравнения неразрывности и количества движения, третье соотношение — кинематическое, а четвертое — геометрическое (λ — удлинение жидкого элемента в волокне). С помощью третьего и четвертого соотношений (2.1) находим, что $\partial V/\partial s=$ $=-\partial\lambda/\partial t$, и, следовательно, второе уравнение (2.1) с использованием первого сводится к гиперболическому уравнению $\partial^2 f/\partial s\partial t=0$. Находим его общее решение, после чего получаем искомые величины. Таким образом, общее решение нелинейной системы (2.1) представляется в виде

$$f(s,\ t)=\Phi(t)+F(s), \quad \lambda=\psi(s)/f$$

$$V(s,t)=K(t)+\frac{d\Phi}{dt}\int\limits_t^s\frac{\psi(\xi)}{[\Phi(t)+F(\xi)]^2}d\xi \tag{2.2}$$

$$x(s,t)=M(t)-\int\frac{\psi(\xi)}{\Phi(t)+F(\xi)}d\xi$$

Оно содержит пять произвольных функций: Φ, F, K, M, ψ. Лагранжев параметр в волокне изменяется в пределах $t-T(t)\leqslant s\leqslant t$, где $T(t)$ — время, в течение которого частица, находящаяся в данный момент в конце нити, двигалась от фильеры до бобины. Время T также подлежит определению. Используя граничные условия на срезе фильеры ($s=t$), где задано изменение во времени площади и скорости волокна $f(t,\ t)=f_0(t)$, $V(t,t)=$ $=\lambda(t,\ t)=V_0(t)$, $x(t,\ t)=0$, определяем функции ψ, K, M и выражаем F через Φ. В результате из общего решения (2.2) находим

$$f(s,\ t)=f_0(s)+\Phi(t)-\Phi(s)$$

$$V(s,t)=V_0(t)+\frac{d\Phi}{dt}\int\limits_t^s\frac{V_0(\xi)f_0(\xi)}{[f_0(\xi)+\Phi(t)-\Phi(\xi)]^2}d\xi$$

$$\tag{2.3}$$

$$x(s,t)=-\int\limits_t^s\frac{V_0(\xi)f_0(\xi)}{[f_0(\xi)+\Phi(t)-\Phi(\xi)]}d\xi$$

Выражения (2.3) представляют иную форму решения (1.8)–(1.13). Заметим, что безразмерная продольная сила в сечении волокна $-f\lambda^{-1}\partial V/\partial s=f\partial V/\partial x=-d\Phi/dt$. Следовательно, если задана сила, с которой бобина тянет волокно (с точностью до несущественной аддитивной постоянной задана функция Φ), то квадратуры в (2.3) могут быть вычислены. При этом (2.3) можно рассматривать как параметрическое представление искомых функций $V(x, t)$ и $f(x, t)$.

В случае, когда задана не сила, а скорость волокна на приемной бобине, используя (2.3), с помощью граничных условий

$$V(t-T,\ t)=V_1(t),\quad x(t-T,\ t)=1$$

получаем систему интегродифференциальных уравнений с запаздыванием для определения функций Φ и T

$$V_1(t)=V_0(t)-\frac{d\Phi}{dt}\int\limits_0^{T(t)}\frac{V_0(t-\tau)f_0(t-\tau)}{[f_0(t-\tau)+\Phi(t)-\Phi(t-\tau)]^2}d\tau$$

$$1=\int\limits_0^{T(t)}\frac{V_0(t-\tau)f_0(t-\tau)}{f_0(t-\tau)+\Phi(t)-\Phi(t-\tau)}d\tau \tag{2.4}$$

Зная Φ и T, можно определить с помощью первых двух равенств (2.3) распределение площади сечения и скорости вдоль волокна и, в частности, изменение со временем его выходного сечения.

3. Некоторые частные случаи. Рассмотрим несколько примеров приложения полученных результатов. При произвольных $f_0(t)$ и $V_0(t)$ и $F_0(t)=$ $=-df_0/dt+\beta V_0(t)f_0(t)$ имеем из (1.8)–(1.13)

$$f(x,\ t)=f_0(t)\exp(-\beta x)$$

$$V(x,t)=\left[V_0-\frac{1}{\beta}\frac{d}{dt}\ln f_0\right]\exp(\beta x)+\frac{1}{\beta}\frac{d}{dt}\ln f_0$$

Отсюда в случае входных условий $f_0=E$, $V_0=E^{-1}$ и постоянной силы $(F_0(t)=dB/dt=\beta=\mathrm{const})$ имеем

$$f(x,\ t)=E\exp(-\beta x),\quad V(x,\ t)=E^{-1}\exp(\beta x) \tag{3.1}$$

Здесь E — характерная кратность вытяжки — отношение некоторой характерной скорости волокна V_* к скорости жидкости на выходе из фильеры. Это стационарное решение задачи.

Можно рассмотреть также случай $F_0=\beta+\varepsilon\psi(t)$, $B(t)=\beta t+\varepsilon\varphi(t)+$ $+\mathrm{const}$, $f_0=E$, $V_0=E^{-1}$, $0<\varepsilon\ll1$. Если $\varphi(t)=e^{i\omega t}$, анализируя выражение для $f(1,\ t)$, можно показать, что $f(1,\ t)$ — также периодическая функция периода $2\pi/\omega$, но колеблется со сдвигом фазы по отношению к силе. Амплитудно-частотная характеристика при этом имеет вид

$$A(i\omega)=\varphi[-y_0(1,\ t)]-\varphi(t)-\beta y_1(1,\ t)$$

$$y_0(x,t)=-t+\frac{E}{\beta}[1-\exp(-\beta x)]=-t-\alpha(x)$$

$$y_1(x,t)=-E\exp(-\beta x)e^{i\omega t}\int\limits_{\alpha(x)}^{0}(e^{i\omega\xi}-1)(E+\beta\xi)^{-2}d\xi$$

В приведенных выше примерах неявно предполагалось, что начальные распределения совпадают с $f(x,\ 0)$, $V(x,\ 0)$, вычисляемыми на основе полученных непрерывных по x решений. В случае, если это не так, необходимо строить другое решение, удовлетворяющее начальным условиям; оно может оказаться разрывным по координате x. Проиллюстрируем сказанное на примере эволюции начальных (стационарных) распределений f и V после изменения в некоторый момент времени $t=0$ выходных условий на срезе фильеры (продольная сила в волокне сохраняет неизменное значение $\beta>0$). В этом случае начальными условиями будут

$$t=-0, \quad f=f_s(x)=f_a e^{-\alpha x}, \quad V=V_s(x)=\frac{\beta}{\alpha f_a} e^{\alpha x} \tag{3.2}$$

Здесь f_a и α — положительные постоянные.

Считается, что (3.2) справедливо и при $t<0$. Таким образом, при $t\leqslant -0$ и $x=0$

$$f=f_0=f_a, \qquad V=V_0=\frac{\beta}{\alpha f_a}$$

Пусть граничными условиями при $t\geqslant+0$ и $x=0$ будут

$$f=f_0=E\neq f_a, \quad V=V_0=E^{-1}$$

Для любого момента времени $f\partial V/\partial x=\beta$.

Легко видеть, что соответствующее лишь граничным условиям при $t\geqslant+0$ решение (3.1) не согласуется с (3.2). Построим поэтому решение, удовлетворяющее условиям (3.2). В этом случае большей наглядности можно достичь, применяя лагранжев подход. Соответственно начальные и граничные (при $x=0$) условия задачи сводятся к

$$f_0(\xi)=\begin{cases} f_a, & \xi<0 \\ E, & \xi\geqslant 0 \end{cases}, \quad V_0(\xi)=\begin{cases} \dfrac{\beta}{\alpha f_a}, & \xi<0 \\ E^{-1}, & \xi\geqslant 0 \end{cases} \tag{3.3}$$

а решение дается выражениями (2.3). Вычисляя с учетом (3.3) и того, что $\Phi(t)=-\beta t+\mathrm{const}$, интегралы, входящие в (2.3), находим для частиц волокна, вышедших из фильеры до изменения величин f_0 и V_0, т. е. для $s<0$ и $t\geqslant+0$

$$f(x,t)=(f_a-\beta t)\left(\frac{E}{E-\beta t}\right)^{\alpha/\beta}\exp(-\alpha x)$$

$$V(x,t)=\frac{1}{E-\beta t}-\frac{\beta}{\alpha}\frac{1}{f_a-\beta t}+\frac{\beta}{\alpha(f_a-\beta t)}\left(\frac{E}{E-\beta t}\right)^{-\alpha/\beta}\exp(\alpha x)$$

$$x_0(t)=x(s=0,t)=\frac{1}{\beta}\ln\frac{E}{E-\beta t}<x\leqslant 1$$

Проводя аналогичные вычисления для частиц волокна, вышедших из фильеры после изменения величин f_0 и V_0, т. е. для $s>0$ и $t\geqslant+0$, приходим, естественно, к соотношениям (3.1). В данном случае они справедливы при $0\leqslant x<x_0(t)$. Таким образом, получили, что функция $f(x, t)$ терпит разрыв на той частице волокна, которая находилась на срезе фильеры при $t=0$, когда были изменены значения f_0 и V_0, а функция $V(x, t)$ непрерывна (разрыв имеет лишь $\partial V/\partial x$)

$$f(x_0-0,\ t)=E-\beta t, \quad f(x_0+0,\ t)=f_a-\beta t$$
$$V(x_0-0,\ t)=V(x_0+0,\ t)=(E-\beta t)^{-1}$$

Разрывное решение будет существовать до тех пор, пока частица, несущая разрыв, не достигнет приемной бобины. Соответственно, полагая

$x_0(T_0)=1$, находим время существования разрывного решения

$$T_0=\frac{E}{\beta}(1-e^{-\beta})$$

При $t>T_0$ для любого $0\leqslant x\leqslant 1$ справедливо решение, определяемое формулами (3.1).

4. Об устойчивости стационарного решения. Стационарному процессу формования с фиксированными значениями площади сечения и скорости волокна на выходе из фильеры, а также с фиксированной скоростью на приемной бобине соответствует следующее решение системы (2.4):

$$\Phi=\Phi_2=-t\ln E+\mathrm{const},\qquad T=T_2=(E-1)/\ln E \tag{4.1}$$

Решение (4.1) отвечает решению (3.1) с $\beta=\ln E$, причем в качестве характерной скорости V_* используется значение V_1; соответственно кратность вытяжки $E=V_1/V_0$.

С помощью (4.1) находим из (2.3)

$$f=f_2=E-(t-s)\ln E,\qquad x=1-\frac{\ln[E-(t-s)\ln E]}{\ln E}$$

что является параметрическим представлением стационарного решения.

Задавая малые возмущения $\Phi=\Phi_2+\zeta$, $T=T_2+\theta$, после линеаризации сводим систему (2.4) к интегродифференциальному уравнению с запаздыванием

$$\frac{d\zeta}{dt}=-\frac{E\ln^2 E}{E-1}\int\limits_0^{(E-1)/\ln E}[\zeta(t)-\zeta(t-\tau)]Y(E,\tau)d\tau \tag{4.2}$$

$$Y(E,\tau)=\frac{2}{(E-\tau\ln E)^3}-\frac{1}{(E-\tau\ln E)^2}$$

Его характеристическим уравнением будет

$$W(z,E)-1=0,\quad W(z,E)=\frac{E\ln^2 E\int\limits_0^{(E-1)/\ln E}e^{-z\tau}Y(E,\tau)d\tau}{(E-1)(z+E^{-1}\ln E)} \tag{4.3}$$

Для решения вопроса о потере устойчивости (о наличии корней z уравнения (4.3) с положительной действительной частью) используем, как обычно в подобных случаях [13], принцип аргумента. В результате находим, что потеря устойчивости происходит при $E=20{,}22$, причем нейтральные колебания имеют круговую частоту $\omega=0{,}693$; при $E<20{,}22$ формование устойчиво. Следующая пара корней с положительными действительными частями появляется при $E=49{,}98$; им отвечает $\omega=0{,}844$. Дальнейший рост E ведет к появлению все новых пар корней с положительной действительной частью. Полученные результаты соответствуют результатам вычислений в работах [1, 2], выполненных иным путем.

В заключение рассмотрим причины неустойчивости изотермического формования при $E>20{,}22$.

Отметим, что эта неустойчивость имеет место в течении с доминирующими вязкими силами. В формуемом при заданных значениях V_0 и V_1 высоковязком волокне продольная сила определяется распределением площадей сечений жидких частиц. В размерных переменных выражение для силы имеет вид

$$F=3\mu(V_1-V_0)\Bigg/\int\limits_0^L\frac{d\xi}{f(\xi)}$$

Соответственно в фиксируемый момент времени поле скорости деформации, мгновенно подстраивающееся к силе, также определяется распределением площадей сечений жидких частиц ($\partial V/\partial x=F/3\mu f$). Рассматриваемая жидкая частица, попадая в новую точку волокна, деформируется, чтобы подстроиться к имеющейся в этой точке скорости деформации; в соответствии с предыдущим площадь (и возмущение площади) сечения жидкой частицы изменяется во времени по закону, задаваемому функционалом от распределения площадей (и их возмущений) всех остальных частиц волокна. Причем на изменение возмущения площади рассматриваемой частицы наиболее сильно влияют возмущения площадей частиц, находящихся в данный момент в выходной, наиболее тонкой области волокна. Действительно, именно в этих сечениях скорость деформации велика, что при заданных скоростях подачи и приема волокна практически полностью определяет поле скорости деформации в волокне в фиксируемый момент времени (соответственно весовая функция в (4.2) $Y=2f_2^{-3}-f_2^{-2}$, отвечающая возмущениям площади частиц выходной области, велика). При малых кратностях вытяжки длина вдоль волокна области наиболее тонких сечений, примыкающей к бобине, достаточно велика, что видно из стационарного решения $f_2=E^{1-x}$. Волны возмущений площади сечения с длиной порядка длины волокна укладываются в этой области целиком. В результате в области наиболее тонких сечений эти волны меняют знак и происходит интерференция влияний, определяющих изменение во времени возмущения площади рассматриваемой жидкой частицы (весовая функция Y в (4.2) положительна для всей этой области). Следовательно, предотвращается неустойчивость формования. (Легко видеть, что возмущения с очень большими длинами волн несущественны, а для коротковолновых возмущений интерференция имеет место независимо от длины области сильного влияния). С ростом E область тонких сечений вблизи бобины сокращается и в конце концов возмущения площади с длинами волн порядка длины волокна существенно превосходят эту область и, следовательно, сохраняют в ней один и тот же знак. Взаимная компенсация влияний исчезает — наоборот, они усиливают друг друга, формование теряет устойчивость. Для коротковолновых возмущений компенсация сохраняется, как указано ранее, при любом E. Приблизительную протяженность области сильного влияния легко определить с помощью весовой функции $Y(E, \tau)$. При $E>3$ $-1/27<Y<0$ для $0<\tau<\tau_1=(E-2)/\ln E$, а при $\tau_1\leqslant\tau\leqslant T_2$ Y быстро достигает 1. Следовательно, длина области сильного влияния приблизительно равна $T_2-\tau_1=1/\ln E$. Таким образом, неустойчивость возможна лишь для возмущений с круговыми частотами $\omega<2\pi\ln E$. Коротковолновые возмущения с частотами большими, чем $2\pi\ln E$, безопасны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Pearson J. R. A., Matovich M.* Spinning a molten threadline. Stability.— Ind. and Eng. Chem. Fundam., 1969, v. 8, № 4, p. 605–609.
2. *Kase S.* Studies on melt spinning. IV. On the stability of melt spinning.— J. Appl. Polym. Sci., 1974, v. 18, № 11, p. 3279–3304.
3. *Donnelly G. J., Weinberger C. B.* Stability of isothermal fiber spinning of a Newtonian fluid.— Ind. and Eng. Chem. Fundam., 1975, v. 14, № 4, p. 334–337.
4. *Petrie C. J. S., Denn M. M.* Instabilities in polymer processing.— AIChE Journal, 1976, v. 22, № 2, p. 209–236.
5. *Shah Y. T., Pearson J. R. A.* On the stability of nonisothermal fibre spinning.— Ind. and Eng. Chem. Fundam., 1972, v. 11, № 2, p. 145–149.
6. *Ярин А. Л.* Исследование динамики формования волокон из расплава.— В кн.: Струйные течения жидкостей и газов. Ч. 3. Новополоцк, 1982, с. 41–47.
7. *Denn M. M., Petrie C. J. S., Avenas P.* Mechanics of steady spinning of a viscoelastic liquid.— AIChE Journal, 1975, v. 21, № 4, p. 791–799.
8. *Hyun J. C.* Theory of draw resonance.— AIChE Journal, 1978, v. 24, № 3, p. 418–426.
9. *Ентов В. М., Ярин А. Л.* Уравнения динамики струи капельной жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 11–18.
10. *Ishihara H., Kase S.* Studies on melt spinning. V. Draw resonance as a limit cycle.— J. Appl. Polym. Sci., 1975, v. 19, № 2, p. 557–566.
11. *Ярин А. Л.* О возникновении автоколебаний при формовании волокон.— ПММ, 1983, № 1, с. 82–88.
12. *Колпащиков В. Л., Мартыненко О. Г., Шнип А. И.* Динамическая модель реакции процесса вытяжки стекловолокна на возмущающие воздействия.— Препринт ИТМО АН БССР, 1979, № 9, 41 с.
13. *Эльсгольц Л. Э., Норкин С. Б.* Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука, 1971. 296 с.

Москва

Поступила в редакцию 5.VII.1982