

УДК 532.529

О ПАКЕТНОМ МЕХАНИЗМЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В КИПАЮЩЕМ СЛОЕ

БОБКОВ Н. Н., ГУПАЛО Ю. П.

Рассматривается установившееся движение локальных неоднородностей пористости развитого кипящего слоя, моделируемых сферическими «пакетами» твердых частиц, а также возмущенное движение твердой и жидкой фаз вблизи пакетов. Понятие пакета частиц было, по-видимому, впервые введено Микли и Фербенксом [1]. В соответствии с существующими представлениями, основанными на экспериментальных данных (например, [2]), пористость такого пакета может меняться от величины, близкой к единице (для пузырей), до пористости неподвижного слоя (для сгустков частиц, находящихся в состоянии, близком к плотной упаковке).

На основании модели двух взаимопроникающих взаимодействующих сплошных сред — идеальных жидкостей, моделирующих твердую и жидкую фазы, определяются поля скоростей фаз вне и внутри пакета, скорость его установившегося всплывания или погружения, расход оживающего агента через пакет. Исследуется вопрос о существовании, форме и размерах области замкнутой циркуляции оживающего агента, вызываемой движущимся пакетом. Вязкость жидкой фазы учитывается при этом лишь в выражении для силы взаимодействия между фазами, которая считается линейной относительно скорости межфазного скольжения. Концентрация твердых частиц вне и внутри пакета предполагается достаточно большой, инерционные эффекты в жидкости пренебрежимо малы.

Показано, что характер движения оживающего агента определяется физическими параметрами твердой и жидкой фаз, а также отношением пористостей вне и внутри пакета. Как и в случае полости, свободной от твердых частиц [3, 4], существует два режима течения: циркуляционный, связанный с образованием в окрестности пакета замкнутых линий тока оживающего агента, и проточный. Область с циркуляцией («облако») целиком содержит пакет, если он всплывает (неоднородность типа местного разрежения) подобно пузырю в кипящем слое. Однако для плотного пакета (неоднородность в виде локального увеличения концентрации твердой фазы) вся картина течения качественно меняется, и облако оказывается заключенным внутри пакета. Определены условия перехода к проточному режиму движения жидкой фазы через пакет, пористость которого близка к пористости окружающего кипящего слоя. Приведено сравнение параметров, характеризующих двухфазное течение вокруг пакета и пузыря.

Перемешивание твердой и жидкой фаз в кипящем слое оказывает существенное влияние на ход проводимых в нем технологических процессов, в значительной степени обуславливая его массо- и теплообменные свойства. Анализ явлений перемешивания посвящено много работ (обзор некоторых из них см., например, в [3]). Обычно перемешивание жидкой фазы связывают с движением пузырей, т. е. полостей, свободных от твердых частиц ([3, 4] и др.), а перемешивание твердой фазы — с переносом твердых частиц в следе пузыря [5, 6] и за счет направленных макроциркуляционных движений в слое ([3], гл. VII). Вместе с тем известно, что в кипящем слое, особенно при псевдооживлении газами, имеются значительные флуктуации плотности твердой фазы в широком диапазоне. Их теоретическое описание может быть основано на использовании представления о пакетах частиц, переносящих массу, импульс и тепловую энергию при движении в слое [1, 2]. Исследование процессов перемешивания, проводимое ниже, существенно опирается на это представление.

1. Постановка задачи о движении пакета в кипящем слое. Будем рассматривать кипящий слой как двойной континуум, состоящий из двух взаимопроникающих взаимодействующих сплошных сред [7, 8], моделирующих фазы твердых частиц (дисперсная фаза), и оживающего агента (дисперсионная среда). При этом обе фазы будем отождествлять с идеальными несжимаемыми жидкостями, т. е. пренебрегать в уравнениях сохра-

нения количества движения девиаторами тензоров напряжений, оставляя вместе с тем зависящие от вязкости члены в соотношении для силы межфазного взаимодействия. При сделанных предположениях полная система уравнений установившегося двухфазного течения будет иметь вид

$$\begin{aligned} d_f \varepsilon (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p_f + d_f \varepsilon \mathbf{g} - \mathbf{f} \\ d_s \rho (\mathbf{w} \nabla) \mathbf{w} &= -\nabla p_s + d_s \rho \mathbf{g} + \mathbf{f} \\ \nabla (\varepsilon \mathbf{v}) &= 0, \quad \nabla (\rho \mathbf{w}) = 0, \quad \rho = 1 - \varepsilon \\ \Phi(p_s, \varepsilon, \dots) &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь d_f , \mathbf{v} , p_f ; d_s , \mathbf{w} , p_s — плотности, скорости и давления дисперсионной среды (индекс f) и дисперсной фазы (индекс s); ε — пористость слоя; \mathbf{f} — сила межфазного взаимодействия; \mathbf{g} — ускорение силы тяжести.

Последнее соотношение (1.1) является уравнением состояния дисперсной фазы и служит для замыкания системы. В дальнейшем будем использовать простейший вид функциональной зависимости Φ , а именно предполагать, что концентрации частиц вне и внутри пакета постоянны. Аналогичное допущение было сделано Дэвидсоном при анализе движения пузыря в псевдооживленном слое [4]. Может быть рассмотрен и более сложный вид уравнения состояния дисперсной фазы, как, например, в модели Джексона ([3], гл. III), где постулируется, что $p_s = 0$. Для построения полей течения фаз и давления оживающего агента в рамках модели Дэвидсона нет необходимости использовать конкретный вид зависимости давления дисперсной фазы от свойств слоя. Поэтому в дальнейшем давление p_s входит в уравнения лишь как формальный член, структура которого непосредственно не влияет на конечные результаты.

Для силы взаимодействия между фазой твердых частиц и оживающим агентом примем соотношение [9]

$$\mathbf{f} = -\rho \nabla p_f - \rho (\mathbf{w} - \mathbf{v}) F(\varepsilon, |\mathbf{w} - \mathbf{v}|) \quad (1.2)$$

в котором первый член обусловлен действием на дисперсную фазу макроскопических изменений поля напряжений в дисперсионной среде, а второй соответствует силе сопротивления, вообще говоря, нелинейного, действующей на частицы при движении в потоке оживающего агента. В приближении линейного межфазного взаимодействия, используемом в настоящей работе, функция F зависит от пористости слоя ε , вязкости дисперсионной среды, а также геометрических характеристик частиц и не зависит от скорости межфазного скольжения. Отметим, что при записи соотношения (1.2) эффект присоединенной массы, связанный с ускоренным движением твердых частиц относительно жидкости, и добавочное сопротивление, обусловленное нестационарностью обтекания частиц, считаются пренебрежимо малыми. Такое допущение справедливо, в частности, если плотность твердой фазы велика по сравнению с плотностью оживающего агента.

Поверхность пакета, являющегося макроскопической областью с пористостью, отличающейся от пористости окружающей двухфазной среды, представляет собой, по существу, поверхность разрыва в псевдооживленном слое. Свойства таких поверхностей и условия, которым на них удовлетворяют скорости и давления фаз, исследовались в [9] (см. также [10, 14, 15]).

В соответствии с [9] запишем систему граничных условий на поверхности разрыва с учетом осевой симметрии в виде

$$\varepsilon v_n = (\varepsilon v_n)', \quad \frac{1}{2} d_f (v_n^2 - v_n'^2) = p_f' - p_f$$

$$\rho w_n = (\rho w_n)', \quad w_\xi = w_\xi'$$

Здесь и далее штрихом отмечены параметры течения внутри пакета: n — нормальная, ξ — касательная естественные координаты, связанные с поверхностью пакета.

Рассмотрим в качестве простейшей модели пакета движущийся равномерно со скоростью U_a псевдооживленный шар постоянной пористости ε' в неограниченном внешнем кипящем слое, пористость ε которого также постоянна. Будем считать, что поверхность непроницаема для твердых частиц, так что $w_n = w_n' = 0$. Далее, для практически важного случая псевдооживления газами плотность оживающего агента можно считать малой по сравнению с плотностью твердых частиц.

Введем сферическую систему координат r, θ, φ с началом в центре пакета и полярной осью, совпадающей по направлению с ускорением силы тяжести g . Разобьем все пространство на две области: внешнюю ($r > a$) и внутреннюю ($r < a$), где a — радиус пакета, и сформулируем в каждой из этих областей исходные уравнения и граничные условия на поверхности $r = a$ в рамках описанной модели.

Концентрация твердых частиц в области внешнего течения достаточно велика, поэтому в уравнении сохранения импульса оживающего агента пренебрежем членами, пропорциональными плотности d_f по сравнению с градиентом давления p_f , пропорциональным весу единицы объема слоя (для этого должно, очевидно, удовлетворяться условие $1 > \rho \gg d_f / (d_f + d_s)$). Получаем с учетом (1.2) следующую систему уравнений для определения поля течения дисперсионной среды и дисперсной фазы вне пакета:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} - \mathbf{w} &= -k \nabla p_f, & d_s \rho (\mathbf{w} \nabla) \mathbf{w} &= -\nabla (p_s + p_f) + d_s \rho g \\ \nabla \mathbf{v} &= 0, & \nabla \mathbf{w} &= 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь первое уравнение (1.1) переписано при помощи (1.2) в более компактном виде и соответствует известному закону Дарси, получаемому в предположении безынерционности жидкости и пренебрежимо малого действия на нее внешнего поля массовых сил, причем коэффициент пропорциональности

$$k(\varepsilon) = \frac{4a_p^2 \varepsilon^2}{c_1 \mu_f (1 - \varepsilon)^2}$$

где $c_1 \approx 150$; μ_f — динамическая вязкость дисперсионной среды; $2a_p$ — эффективный диаметр твердых частиц. В качестве второго уравнения (1.4) взята сумма уравнений сохранения импульса обеих фаз, в которой отброшены пренебрежимо малые члены. Это уравнение по форме совпадает с уравнением Эйлера течения идеальной несжимаемой жидкости с плотностью $d_s \rho$ и давлением $p_f + p_s$ во внешнем потенциальном поле и при наличии осевой симметрии может быть проинтегрировано.

В области внутреннего течения вид исходной системы уравнений существенно зависит от пористости пакета ε' . Однако в рассматриваемом случае, когда концентрация частиц в пакете велика, исходная система (1.4) остается в силе и для течения внутри пакета (величины скорости, плотности, давления и концентрации нужно заменить на соответствующие величины для внутреннего течения, отмечаемые штрихом).

Постановка задачи допускает естественное обобщение на случай произвольной концентрации частиц как вне, так и внутри пакета. Может быть рассмотрена, например, задача о движении ступки свободновзвешенных частиц в газовой среде.

Система граничных условий на поверхности пакета. В рамках описанной модели движения пакета в кипящем слое систему граничных условий (1.3) на поверхности разрыва $r = a$ в сферических координатах запишем

в виде

$$ev_r = (ev_r)', \quad p_f = p_f', \quad w_r = w_r' = 0, \quad w_\theta = w_\theta' \quad (1.5)$$

Граничное условие для давления p_f в системе (1.5) в случае пакета частиц получено из второго условия (1.3) в пренебрежении членом, пропорциональным плотности ожигающего агента, аналогично тому, как это делалось при записи уравнений сохранения импульса фаз.

Отметим, что в связи с большим числом модельных ограничений полная система граничных условий (см. [9]) не может быть удовлетворена на всей сферической поверхности пакета. Это может означать, например, что форма пакета (пузыря) должна, вообще говоря, отыскиваться в процессе решения таким образом, чтобы удовлетворить полную систему граничных условий.

Оказывается, что для построения полей течения фаз и давления ожигающего агента в рамках системы (1.4) достаточно четырех граничных условий (1.5). При записи (1.5) в общей системе опущено условие баланса полных нормальных напряжений в двойном континууме на поверхности разрыва, обычно используемое при оценке скорости стационарного движения пакета в слое.

Поле течения твердой фазы описывается, по существу, сферическим вихрем Хилла в однородном на бесконечности потоке (см. [12]). Касательная составляющая скорости твердой фазы предполагается при этом непрерывной на поверхности пакета, хотя при отсутствии радиальных компонент скоростей частиц на этой поверхности упомянутое условие и не является необходимым в рамках принятой здесь модели идеальных жидкостей (см. [14]). Однако оно может быть обосновано в усложненной модели, допускающей наличие у фазы твердых частиц некоторой эффективной сдвиговой вязкости. Более того, возможны и некоторые другие постановки граничных условий, приводящие к несколько различающимся между собой решениям.

Подобная неоднозначность выбора системы граничных условий на поверхности разрыва характерна и для случая газового пузыря в кипящем слое [11].

К системе (1.5) граничных условий на поверхности пакета необходимо добавить также следующие условия. Это, во-первых, условие постоянства градиента давления в жидкой фазе вдали от пакета, где слой однороден

$$(\partial p_f / \partial y)_{r \rightarrow \infty} = -v_0 / k \quad (1.6)$$

где $y = -r \cos \theta$ — вертикальная координата; v_0 — скорость ожигающего агента в промежутках между частицами в лабораторной системе координат вдали от пакета. Во-вторых, давление жидкости p_f должно быть ограниченной функцией координат всюду внутри пакета

$$|p_f(r, \theta)| < \infty, \quad 0 < r < a \quad (1.7)$$

Далее, невозмущенный поток твердой фазы однороден и параллелен полярной оси сферической системы координат для всплывающего пакета или антипараллелен ей для погружающегося пакета, так что вектор скорости твердой фазы вдали от пакета имеет вид

$$w_{r \rightarrow \infty} = \{\pm U_a \cos \theta, \pm U_a \sin \theta, 0\} \quad (1.8)$$

где знак плюс соответствует всплывающему, а минус — погружающемуся пакету. Наконец, внутри пакета компоненты скорости твердой фазы должны быть конечны, т. е.

$$|w(r, \theta)| < \infty, \quad 0 < r < a \quad (1.9)$$

2. Поля скоростей и давления жидкой фазы при движении пакета частиц в псевдоожиганном слое. Полная система уравнений движения пакета в слое включает уравнения (1.4), справедливые как вне, так и внутри пакета, вместе с граничными условиями (1.5) на его поверхности, а также с дополнительными условиями (1.6) — (1.9).

Из первого и двух последних уравнений (1.4) следует, что p_f и p_f' — гармонические функции. Вследствие осевой симметрии полей давления,

условий (1.6) и (1.7) будем разыскивать функции p_f и p_f' в виде

$$p_f = \frac{v_0}{k} r \cos \theta + \sum_{n=1}^{\infty} B_n P_{n-1}(\cos \theta) a^{n+1} r^{-n} \quad (2.1)$$

$$p_f' = \sum_{n=1}^{\infty} A_n P_n(\cos \theta) a^{1-n} r^n \quad (2.2)$$

где $P_n(\cos \theta)$ — полином Лежандра степени n ; A_n и B_n — неизвестные коэффициенты.

Отметим, что в соотношениях (2.1) и (2.2) давления p_f и p_f' определены с точностью до одинаковой аддитивной постоянной, не влияющей на распределение скоростей оживающего агента в силу справедливости закона Дарси во всей области течения.

Подставляя (2.1) и (2.2) в систему граничных условий (1.5) для радиальных компонент скоростей и давлений, используя первое уравнение (1.4) и приравнявая коэффициенты при одинаковых P_n , получаем бесконечную алгебраическую систему для определения неизвестных A_n и B_n . Решая ее, находим распределение давления дисперсионной среды вне и внутри пакета

$$p_f = \frac{v_0}{k} r \cos \theta \left(1 + \gamma_1 \frac{a^3}{r^3} \right), \quad p_f' = \frac{3v_0}{k'} \gamma_2 r \cos \theta$$

$$\gamma_1(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{\varepsilon k - \varepsilon' k'}{2\varepsilon k + \varepsilon' k'}, \quad \gamma_2(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{\varepsilon k'}{2\varepsilon k + \varepsilon' k'} \quad (2.3)$$

Для построения полей течения фаз рассмотрим второе и четвертое уравнения (1.4). Наличие осевой симметрии позволяет ввести функцию тока ψ_s (соответственно ψ_s' — во внутренней области) течения дисперсной фазы

$$w_r = r^{-2} \sin^{-1} \theta (\partial \psi_s / \partial \theta), \quad w_\theta = r^{-1} \sin^{-1} \theta (\partial \psi_s / \partial r).$$

В результате уравнение движения дисперсной фазы во внешнем потенциальном силовом поле может быть сведено к нелинейному дифференциальному уравнению в частных производных относительно функции тока, допускающему решению вида [12] (A, B, C — постоянные)

$$\psi_s = (Ar^{-1} + Br^2 + Cr^4) \sin^2 \theta \quad (2.4)$$

В области внешнего течения условиям однородности потока твердой фазы на бесконечности (условие (1.8)) и отсутствия радиальной компоненты скорости на поверхности пакета (третье условие (1.5)) удовлетворяет функция

$$\psi_s = \pm \frac{U_d r^2 \sin^2 \theta}{2} \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right) \quad (2.5)$$

соответствующая потенциальному обтеканию шара несжимаемой идеальной жидкостью. В (2.5) и далее верхний (нижний) знак соответствует движению пакета по направлению (против направления) потока оживающего агента на бесконечности.

В области течения внутри пакета, удовлетворяя условию ограниченности скорости (условие (1.9)), получаем из (2.4) $A=0$. Используя теперь третье и четвертое граничные условия (1.5), а также соотношение (2.5), получим выражение для функции тока ψ_s' твердой фазы, соответствующее сферическому вихрю Хилла

$$\psi_s' = \pm \frac{3U_d}{4a^2} r^2 (r^2 - a^2) \sin^2 \theta \quad (2.6)$$

Внешнее поле скоростей оживающего агента находится при помощи первого соотношения (2.3), первого уравнения (1.4) и формулы (2.5), в которой разреженному пакету ($\epsilon' > \epsilon$) соответствует знак плюс, а плотному ($\epsilon' < \epsilon$) — минус. Аналогично при помощи второго соотношения (2.3) и (2.6) отыскивается внутреннее поле скоростей. Функции тока жидкости ψ_i и ψ_i' вне и внутри пакета соответственно запишем в безразмерном виде

$$\psi_i = \left[\pm \delta - 1 + \frac{1}{r^3} (2\gamma_1 \mp \delta) \right] \frac{r^2 \sin^2 \theta}{2} \quad (2.7)$$

$$\psi_i' = \left[\pm \frac{3}{2} \delta (r^2 - 1) - 3\gamma_2 \right] \frac{r^2 \sin^2 \theta}{2} \quad (2.8)$$

Здесь

$$\bar{\psi}_i = \psi_i / v_0 a^2, \quad \bar{r} = r/a, \quad \delta = U_d / v_0$$

и черточки над безразмерными параметрами опущены.

Соотношения (2.5) — (2.8) и (2.3) дают решение задачи определения полей течения фаз и давления оживающего агента во всем пространстве при движении пакета частиц в псевдооживленном слое.

3. Оценка скорости установившегося движения пакета. Скорость U_d стационарного всплытия (погружения) пакета в кипящем слое может быть приближенно определена при помощи рассуждений, аналогичных методу Дэвиса — Тейлора для оценки скорости всплытия газовых пузырей ([3] глава III). Для получения такой оценки в рамках системы уравнений Дэвидсона достаточно рассмотреть движение отдельной твердой частицы вблизи поверхности пакета $r = a$, учитывая, что внешнее течение дисперсной фазы задается соотношением (2.5). Ограничиваясь в соответствии с методом Дэвиса — Тейлора главным членом разложения в окрестности передней критической точки пакета в ряд по θ членов для θ -составляющей уравнения движения твердой фазы, получаем следующую оценку скорости установившегося движения пакета:

$$U_d = U_b \operatorname{sign}(\epsilon' - \epsilon) |\gamma_1(\epsilon, \epsilon')|^{1/2},$$

$$U_b = \frac{2}{3} (ga)^{1/2} \mathbf{i}_y \quad (3.1)$$

где U_b — скорость всплытия пузыря равного радиуса, \mathbf{i}_y — единичный вектор, направленный вертикально вверх.

Таким образом, угловая компонента уравнения, описывающего внешнее по отношению к пакету движение твердой фазы, удовлетворяется при вполне определенном значении скорости его всплытия (погружения) лишь локально в окрестности лобовых точек $\theta = 0$ (погружающийся пакет) и $\theta = \pi$ (всплывающий пакет). Что касается движения частиц внутри пакета, то можно предположить, что вблизи его поверхности, где параметры течения резко изменяются, следует учитывать механизм вязкого переноса импульса в дисперсной фазе. В связи с этим может быть рассмотрена более сложная модель кипящего слоя, когда твердая фаза обладает некоторой эффективной вязкостью. Отметим, что найденное в предположении идеальности фаз решение и в этом случае будет удовлетворять получаемым из исходной системы уравнениям для функций тока, поскольку оно по отдельности обращает в нуль конвективные члены, члены, связанные с межфазным взаимодействием, и вязкие члены этих уравнений. Требование равенства величин скорости U_d , определяемых упомянутым выше методом по внешнему и внутреннему полям течения твердой фазы, можно удовлетворить путем выбора величины эффективной вязкости, которая оказывается зависящей только от концентраций частиц вне и внутри пакета, его размера и интенсивности поля внешних массовых сил.

В связи с усложнением модели ($\epsilon' \neq 1$) оценка (3.1) не может быть получена в рамках системы (1.4) с использованием условия баланса полных напряжений в дисперсной системе подобно тому, как это проделано в [9] в случае пузыря. Отмеченным способом можно определить лишь верхнюю границу для величины U_d , равную скорости движения в слое пузыря равного размера.

Из формулы (3.1) следует, что разреженный пакет ($\epsilon' > \epsilon$) всплывает, а плотный ($\epsilon' < \epsilon$) погружается. Предельный переход в (3.1) при $\epsilon' \rightarrow 1$ приводит к результату Дэвиса — Тейлора ($|\gamma_1| \rightarrow 1$, $\epsilon' \rightarrow 1$), несмотря на то, что эта формула была получена в предположении справедливости везде в слое закона Дарси. Величина $\gamma_1(\epsilon, \epsilon')$ — простая функция отношения коэффициентов проницаемости внутри и вне пакета

$$\gamma_1 = \frac{1-\alpha}{2+\alpha}, \quad \alpha = \frac{\epsilon' k'}{\epsilon k} = \frac{\epsilon'^3 (1-\epsilon)^2}{\epsilon^3 (1-\epsilon')^2}$$

При $\alpha > 1$ пакет всплывает ($\epsilon' > \epsilon$), при $\alpha < 1$ — погружается ($\epsilon' < \epsilon$). Предельный случай $\alpha = \infty$ соответствует пузырю, а $\alpha = 1$ ($\epsilon' = \epsilon$, $U_d = 0$) — случаю фактического отсутствия пакета в слое.

4. Режимы движения ожигающего агента вблизи пакета. Области замкнутой циркуляции. На основании решения задачи о движении пакета в псевдоожигенном слое (п. 2 и 3) могут быть получены характеристики двухфазного течения, играющие важную роль в процессах перемешивания и массообмена в дисперсной системе. К их числу относятся, например, величина расхода ожигающего агента через полость пакета и размер облака замкнутой циркуляции.

Существование циркуляционного движения дисперсионной среды в окрестности пакета при восходящем его движении в слое является одной из отличительных особенностей картины возмущенного потока жидкости, так же как и в случае пузыря (модель Дэвидсона, Джексона, Марри). Оказывается, что и погружающийся пакет при определенных условиях может порождать облако циркулирующей жидкости, причем в этом случае оно целиком содержится внутри пакета.

Расход ожигающего агента через пакет. Определяя при помощи (2.7) радиальную компоненту скорости жидкости на границе пакета и интегрируя ее затем по полусфере $r=a$, приходим к следующему выражению для искомого расхода:

$$J = 3J_0 \frac{\alpha}{\alpha+2}, \quad J_0 = \pi a^2 v_0 \epsilon \quad (4.1)$$

Полагая в (4.1) $\epsilon' = 1$, получим известный результат Дэвидсона [4], состоящий в том, что расход ожигающего агента через пузырь равен утроенному его расходу J_0 через нормальную к невозмущенному потоку площадку, равную по величине миделеву сечению пузыря.

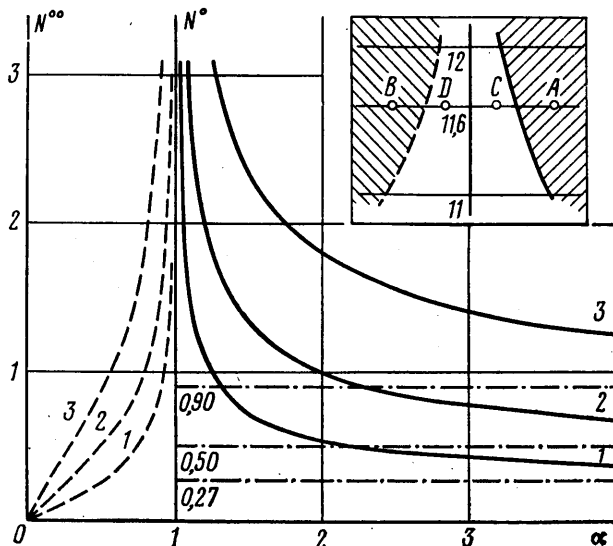
Проточный и циркуляционный режимы течения. Вопрос о режимах движения и существования области замкнутой циркуляции ожигающего агента в окрестности движущегося в слое пакета имеет важное значение при анализе режимов массообмена в неоднородном слое. Условием существования такой области служит, очевидно, обращение в нуль радиальной составляющей скорости жидкости v_r на некоторой поверхности, которая и будет границей области.

Анализ поля течения жидкости, описываемого соотношениями (2.7) и (2.8), показывает, что для всплывающего пакета ($\epsilon' > \epsilon$) это условие выполняется на концентрической сфере радиуса a_c , расположенной вне пакета и определяемой формулой

$$\left(\frac{a_c}{a}\right)^2 = \delta + 2 \frac{\delta - 1}{\alpha + 2} (\delta - 1)^{-1} \quad (4.2)$$

В потоке, возмущенном погружающимся пакетом ($\epsilon' < \epsilon$), радиальная компонента скорости жидкости также обращается в нуль на сферической поверхности, но уже вмороженной внутрь пакета, так что радиус облака меньше радиуса пакета и определяется соотношением

$$\left(\frac{a_c}{a}\right)^2 = 1 - \frac{2\alpha\epsilon}{\epsilon'(2+\alpha)\delta} \quad (4.3)$$



Фиг. 1

Поскольку a_c — величина существенно положительная, из формул (4.2) и (4.3) следует, что в случае всплывающего пакета облако существует лишь при условии $\delta > 1$, т. е. когда установившаяся скорость подъема пакета U_d превосходит скорость жидкости в промежутках между частицами v_0 . В случае погружающегося пакета для существования области замкнутой циркуляции необходимо, чтобы скорость U_d его стационарного погружения была связана с величиной v_0 неравенством

$$U_d > \frac{2\alpha\varepsilon v_0}{\varepsilon'(2+\alpha)}$$

Используя соотношение (3.1) и известную зависимость v_0 от параметров слоя (см., например, [9]), находим, что в первом из двух описанных выше случаев облако образуется при условии, что отношение α коэффициентов проницаемости слоя внутри и вне пакета превосходит некоторое критическое значение α_* , а во втором — наоборот, когда это отношение меньше другого критического значения α_{**} . Если величина α лежит в интервале (α_{**}, α_*) , пакет любого типа движется в проточном режиме, т. е. замкнутых линий тока жидкости не образуется. Критические параметры $\alpha_* = \alpha_*(\varepsilon, N)$ и $\alpha_{**} = \alpha_{**}(\varepsilon, N)$ — известны функции пористости слоя вне пакета и числа $N = \frac{2}{3} c_1 \mu_f d_s^{-1} (2a_p)^{-2} a^{1/2} g^{-1/2}$, связанного с относительной скоростью пакета $\delta = U_d/v_0$ по формуле

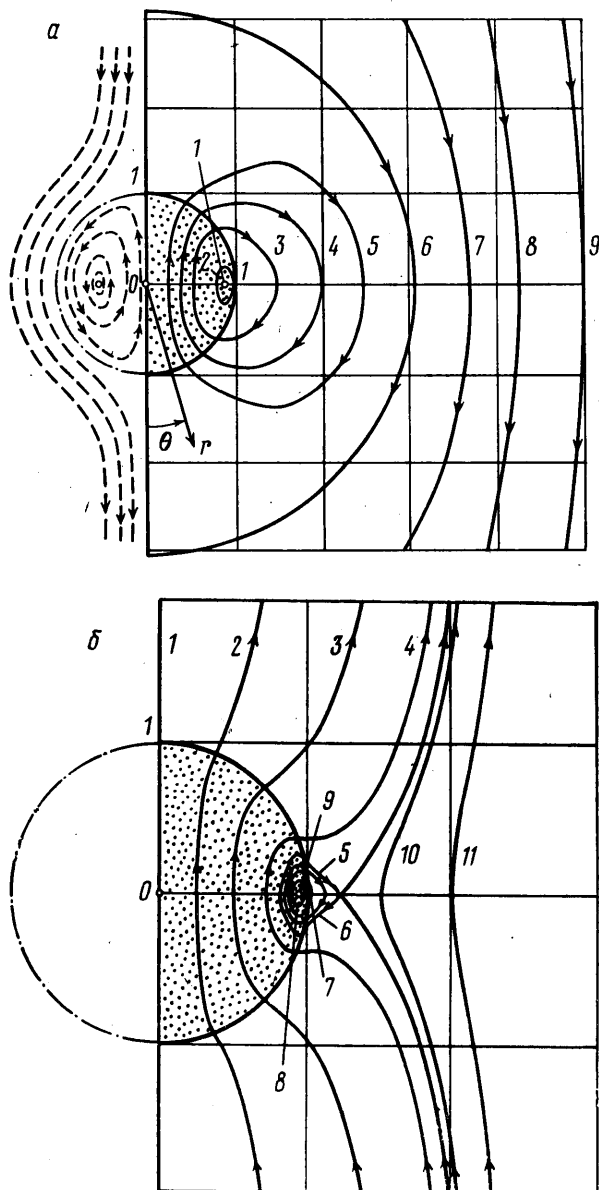
$$\delta(\varepsilon, \varepsilon', N) = N(1-\varepsilon)\varepsilon^{-2} \left(\frac{|\alpha-1|}{\alpha+2} \right)^{1/2}$$

С учетом этой зависимости запишем предельные условия существования облака в виде равенств

$$N^\circ(\varepsilon, \varepsilon') = \left(\frac{\alpha+2}{\alpha-1} \right)^{1/2} \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} \tag{4.4}$$

$$N^{\circ\circ}(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{2\alpha\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)\varepsilon'[(1-\alpha)(2+\alpha)]^{1/2}}$$

Первое из них служит для определения α_* , второе — α_{**} . Критические значения числа N в левых частях равенств (4.4) имеют



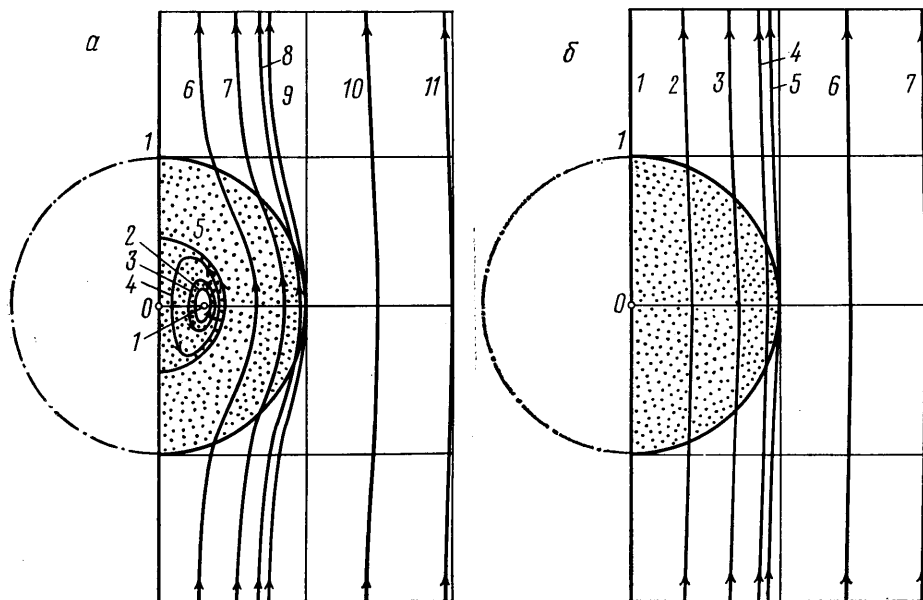
Фиг. 2

следующий смысл. В случае всплывающего пакета (проницаемость слоя внутри него при этом выше проницаемости окружающей среды) для любого отношения коэффициентов проницаемости α , $1 < \alpha < \infty$, при заданных характеристиках твердой и жидкой фаз существует такой критический размер пакета, что соответствующее число $N = N^{\circ}$. Для пакетов меньшего размера $N < N^{\circ}$, и пакет всплывает в проточном режиме, тогда как при $N > N^{\circ}$ образуется охватывающее его шаровое облако с циркулирующей жидкостью. Точно так же в случае погружающегося пакета, когда $0 < \alpha < 1$, для любого значения α из указанного интервала второе равенство (4.4) определяет такое критическое значение числа $N = N^{\circ\circ}$, также соответствующее при заданных параметрах частиц и жидкости некоторому критическому размеру пакета, что пакеты меньшего размера ($N < N^{\circ\circ}$) погружаются в проточном режиме, а когда радиус пакета больше крити-

ческого ($N > N^{\circ\circ}$), внутри него возникает область замкнутой циркуляции оживающего агента.

На фиг. 1 представлены зависимости $N^{\circ} = N^{\circ}(\alpha)$ (сплошные линии) и $N^{\circ\circ} = N^{\circ\circ}(\alpha)$ (штриховые линии) при фиксированном значении пористости ϵ вне пакета. Кривым 1-3 соответствуют $\epsilon = 0,4; 0,5; 0,6$. При этом область циркуляционного режима движения жидкости лежит над соответствующей кривой.

Как будет ясно из приведенных ниже расчетов, для широкого класса реальных неоднородных псевдооживленных систем (фактически для всех



Фиг. 3

систем при $N > 1$) размер облака изменяется существенно уже при малом отличии относительной проницаемости пакета от критических значений α_* и α_{**} . Кроме того, соответствующие этим значениям величины пористости пакета ϵ_* и ϵ_{**} близки к пористости ϵ невозмущенного слоя, так что имеют место соотношения

$$\epsilon_*' = \epsilon + \Delta + O(\Delta^2), \quad \epsilon_{**}' = \epsilon - \frac{4\Delta}{q} + O(\Delta^2)$$

$$\left(\Delta = \frac{3\epsilon^5}{(1-\epsilon)(3-\epsilon)N^2} \ll 1 \right)$$

Рассмотрим в качестве примера псевдооживленную систему, в которой частицы алюмосиликатного катализатора диаметром $2a_p = 5 \cdot 10^{-5}$ м и плотностью $d_s = 2,2 \cdot 10^3$ кг/м³ взвешены в потоке воздуха с вязкостью $\mu_f = 2 \cdot 10^{-5}$ кгм⁻¹с⁻¹. Размер пакета, движущегося в слое пористости $\epsilon = 0,4$, положим равным по порядку величины среднему размеру пузырей в системе, т. е. $a = 10^{-2}$ м [13]. В этом случае $N \approx 11,6$. Построим для такого пакета линии тока жидкости при разных режимах движения, описанных выше.

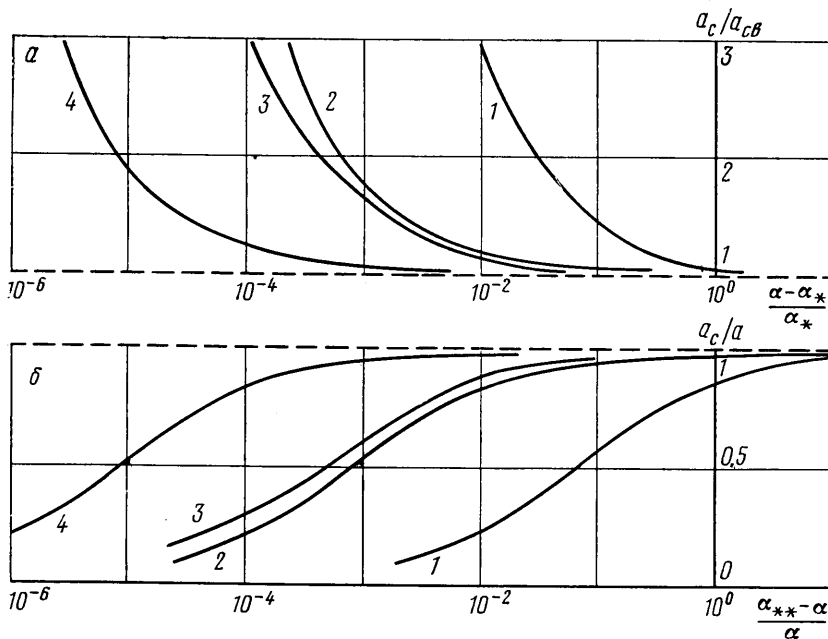
Из анализа выражений (4.2) и (4.3) следует, что уже при малом отклонении концентрации частиц в пакете от критических значений облако практически совпадает с пакетом, что, по-видимому, и имеет место в реальной ситуации. Для погружающегося пакета облако с ростом концентрации быстро расширяется и заполняет весь пакет изнутри, а для всплывающего — быстро сжимается, и его граница приближается к границе пакета снаружи. Для наглядности изображения механизма циркуляции жидкости внутри облака в рассматриваемых ниже числовых примерах отклонение внутренней пористости от критических значений выбрано малым.

Картина течения в окрестности пакета, представляющего собой локальное разре-

жение, при $\varepsilon' - \varepsilon = 1,6 \cdot 10^{-4}$ ($\delta \approx 1,04$) показана на фиг. 2, а и при $\varepsilon' - \varepsilon = 9,3 \cdot 10^{-5}$ ($\delta \approx 0,79$) — на фиг. 2, б.

Кривым 1–9 на фиг. 2, а соответствуют следующие значения безразмерных функций тока ψ , ψ' : $\psi' = -0,52; -0,5; \psi = \psi' = -0,31; -0,19; -0,098; \psi = 0; 0,1; 0,2; 0,33$. На фиг. 2, б эти значения таковы: $\psi = \psi' = 0; -0,073; -0,25; -0,43; -0,48; -0,481; -0,492; \psi' = -0,5; -0,504; -0,53; -0,61$.

В первом случае пакет всплывает в циркуляционном режиме, во втором — в проточном. В плоскости (N, α) на фиг. 1 этим двум случаям соответствуют точки А и С. В левой части фиг. 2, а штриховой линией схематически показано движение дисперсной фазы вокруг пакета. Характер этого движения (с точностью до направления линий тока) остается неизменным для пакетов любого типа. В проточном режиме (фиг. 2, б) большая часть внутренности пакета пронизывается слабовозмущенным потоком жидкости. В то же время вблизи поверхности пакета формируется узкая



Фиг. 4

область (охватывающая его по экватору и напоминающая по форме тор), внутри которой жидкость циркулирует по замкнутым линиям тока.

На фиг. 3 представлена картина возмущенного потока в случае, когда пакет представляет собой локальное уплотнение. На фиг. 3, а при $\varepsilon' - \varepsilon = 10^{-4}$ ($\delta \approx 0,83$) изображен пакет, погружающийся в циркуляционном режиме (точка В на фиг. 1), причем облако содержится целиком внутри пакета. Функции ψ и ψ' принимают на линиях тока 1–11 значения: $\psi' = 0,0057; 0,005; 0,004; 0,001; \psi = 0; -0,073; -0,25; -0,43; -0,5; -1,78; -3,45$.

Для пакета, показанного на фиг. 3, б, $\varepsilon' - \varepsilon = -6,5 \cdot 10^{-5}$ ($\delta \approx 0,15$), и он погружается в проточном режиме (точка D на фиг. 1), весьма слабо искажая однородное течение. В этом случае в соответствии с возрастанием номера кривой функции тока принимают следующие значения: $\psi' = \psi = 0; -0,073; -0,25; -0,43; \psi = -0,5; -1,24; -2,52$.

Размер области замкнутой циркуляции. На фиг. 4, а в соответствии с (4.2) изображены зависимости отношения радиуса облака a_c для всплывающего пакета при $\alpha > \alpha_*$ к радиусу a_{cb} области замкнутой циркуляции вокруг пузыря равного размера в зависимости от относительной проницаемости α при разных значениях числа N . Кривые 1–4 на фиг. 4, а и б соответствуют значениям $N = 1; 10; 11,6; 100$. Видно, что по сравнению с пузырем равного радиуса пакет, порождая циркуляционные токи жидкости, нарушает нормальный режим массообмена в большей области пространства. При этом, однако, облако весьма быстро сжимается с возрастанием проницаемости слоя внутри пакета ($\alpha \rightarrow \infty$). При относительной проницаемости α , лишь незначительно превосходящей α_* , размеры облака циркуляции вокруг пакета близки к соответствующим для пузыря.

Этот эффект, как видно на фиг. 4, а, усиливается с увеличением вязкости оживающего агента и размера пакета и с уменьшением размера твердых частиц (что соответствует увеличению числа N). На фиг. 4, б в соответствии с (4.3) изображены аналогичные зависимости отношения радиуса a_c облака к радиусу пакета a в случае, когда пакет погружается и $\alpha < \alpha_{**}$. При этом облако, образовавшись в центре пакета, увеличивается в размере при уменьшении относительной проницаемости α . В основном это увеличение происходит в узкой области вблизи критического значения α_{**} , так что уже для величин α , лишь немного меньших α_{**} , облако с циркулирующей жидкостью занимает практически весь объем пакета. Достаточное для этого отклонение $\alpha_{**} - \alpha$, как и в случае всплывающего пакета, тем меньше, чем больше вязкость жидкой фазы и крупнее пакет и чем меньше размер твердых частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Mickley H. S., Fairbanks F.* Mechanism of heat transfer to fluidized beds.— *AIChE Journal*, 1955, v. 2, № 3, p. 374–384.
2. *Тодес О. М., Цитович О. Б.* Аппараты с кипящим зернистым слоем: (Гидравл. и тепловые основы работы). Л.: Химия, 1981. 296 с.
3. Псевдооживление. М.: Химия, 1974. 725 с.
4. *Дэвидсон И. Ф., Харрисон Д.* Псевдооживление твердых частиц. М.: Химия, 1965. 184 с.
5. *Rowe P. N., Partridge B. A., Cheney A. G., Henwood G. A., Lyall E.* The mechanisms of solids mixing in fluidised beds.— *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 1965, v. 43, № 9, T271–T286.
6. *Woollard J. N. M., Potter O. E.* Solids mixing in fluidized beds.— *AIChE J.*, 1968, v. 14, № 3, p. 388–391.
7. *Рахматуллин Х. А.* Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред.— *ПММ*, 1956, т. 20, вып. 2, с. 184–195.
8. *Нигматуллин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
9. *Бородуля В. А., Гупало Ю. П.* Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. Минск: Наука и техника, 1976. 207 с.
10. *Вайсман А. М., Гольдштик М. А.* Динамическая модель движения жидкости в пористой среде.— *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1978, № 6, с. 89–95.
11. *Pyle D. L., Rose P. L.* Chemical reactions in bubbling fluidized beds.— *Chem. Eng. Sci.*, 1965, v. 20, № 1, p. 25–31.
12. *Милл-Томсон Л.* Теоретическая гидромеханика. М.: Мир, 1964. 655 с.
13. *Розенбаум Р. Б., Тодес О. М.* Движение тел в псевдооживленном слое. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. 165 с.
14. *Крайко А. Н., Стернин Л. Е.* К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами.— *ПММ*, 1965, т. 29, № 3, с. 418–429.
15. *Крайко А. Н.* К двухжидкостной модели течений газа и диспергированных в нем частиц.— *ПММ*, 1982, т. 46, № 1, с. 96–106.

Москва

Поступила в редакцию
11.VIII.1982