

УДК 532.526.5

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ОКОЛО БЫСТРО НАГРЕВАЕМОГО УЧАСТКА ПОВЕРХНОСТИ

КАЗАКОВ А. В.

В последние годы большое внимание уделяется исследованию нестационарных течений с самоиндуцированным давлением. К течениям подобного типа относятся течения в локальных областях взаимодействия, реализующихся около задней кромки колеблющегося профиля [1], при обтекании угловой точки щитка, отклоняемого в сверхзвуковой поток [2, 3], и в ряде других случаев [4, 5]. Асимптотический анализ решений полных уравнений Навье – Стокса при стремлении характерного числа Рейнольдса к бесконечности показывает, что аналогичные режимы течений со свободным взаимодействием реализуются и в случае пространственных течений [6–9].

При исследовании течений с самоиндуцированным давлением обычно предполагается, что температура поверхности обтекаемого тела постоянна на протяжении всей области взаимодействия [1–10]. Благодаря такому предположению и малой толщине вязкого пристеночного слоя области взаимодействия по сравнению с толщиной невозмущенного пограничного слоя течение в вязком подслое в этом случае описывается обычными уравнениями пограничного слоя для несжимаемой жидкости. Взаимодействие с внешним невязким потоком приводит к тому, что градиент давления не задан, а должен определяться в процессе решения задачи [1–10].

В настоящей работе исследованы нестационарные пространственные течения с самоиндуцированным давлением, реализующиеся около быстро нагреваемого участка поверхности плоской пластины, обтекаемой гиперзвуковым потоком.

Рассматривается нестационарное пространственное течение, вызванное нагревом небольшого участка поверхности плоской пластины, помещенной в гиперзвуковой поток. Пусть l – расстояние от передней кромки пластины до участка поверхности, температура которого повышается на величину порядка первоначальной температуры поверхности за счет какого-либо внешнего или внутреннего источника энергии. Расстояние от боковых кромок пластины до нагреваемого участка также предполагается порядка l . Пусть взаимодействие ламинарного пограничного слоя с внешним гиперзвуковым потоком слабое, т. е. рассматривается предельный переход [10]

$$M_{\infty} \rightarrow \infty; \quad Re_0 = \frac{\rho_{\infty} u_{\infty} l}{\mu} \rightarrow \infty; \quad X = M_{\infty}^2 Re_0^{-1/2} \rightarrow 0 \quad (1)$$

Здесь ρ_{∞} , u_{∞} , M_{∞} – плотность, скорость и число M набегающего потока, а μ_0 – коэффициент динамической вязкости, посчитанный при температуре торможения набегающего потока. Газ будем считать совершенным с постоянными удельными теплоемкостями, отношение которых равно γ . В дальнейшем используются только безразмерные величины, для чего все линейные размеры отнесены к l , составляющие вектора скорости – к u_{∞} , плотность – к ρ_{∞} , время – к l/u_{∞} , давление – к $\rho_{\infty} u_{\infty}^2$, энтальпия – к u_{∞}^2 , а коэффициент динамической вязкости – к μ_0 . Декартова система координат выбрана так, что ось X направлена вдоль скорости набегающего потока u_{∞} , ось Z – параллельно поверхности пластины. Пусть характерные масштабы нагреваемого участка в направлении осей X и Z имеют порядок $X^{1/2}$, а величина энтальпии (или температура поверхности) на поверх-

ности тела в этой области изменяется на величину порядка единицы за время порядка $X^{1/2}$. Анализ уравнений Навье — Стокса при предельном переходе (1) показывает, что, как и в случае стационарных плоских и пространственных течений [8, 10], около нагреваемого участка можно выделить три характерные области с одинаковыми размерами вдоль осей x и z порядка $X^{1/2}$. Внешняя область 1 представляет возмущенную часть невязкого гиперзвукового течения и имеет в направлении, перпендикулярном к поверхности, масштаб порядка $X^{1/2}M_\infty^{-1}$.

В области 2, толщина которой имеет порядок толщины невозмущенного пограничного слоя перед областью взаимодействия $y \sim XM_\infty^{-1}$, течение оказывается невязким и завихренным. И наконец, область 3 — вязкий пристеночный слой с толщиной порядка $X^{1/2}M_\infty^{-1}$, в котором величины возмущений скорости и энтальпии имеют порядок самой скорости и энтальпии у поверхности тела в невозмущенном пограничном слое.

Асимптотические разложения для координат и функций течения в области 1 имеют вид

$$\begin{aligned} x &= 1 + X^{1/2}x_1; & y &= X^{1/2}M_\infty^{-1}y_1; & z &= X^{1/2}z_1; & t &= X^{1/2}t_1 \\ u &= 1 + X^{1/2}M_\infty^{-2}u_{11} + \dots; & v &= X^{1/2}M_\infty^{-1}v_{11} + \dots; & w &= X^{1/2}M_\infty^{-2}w_{11} \\ \rho &= 1 + X^{1/2}\rho_{11} + \dots; & p &= M_\infty^{-2}(\gamma^{-1} + X^{1/2}p_{11}); & h &= M_\infty^{-2}(\gamma - 1)^{-1} + X^{1/2}h_{11} \end{aligned} \quad (2)$$

Подстановка асимптотических разложений (2) в уравнения Навье — Стокса и предельный переход (1) позволяют получить систему уравнений для области 1, которая полностью аналогична системе уравнений для области слабо возмущенного гиперзвукового течения, полученной в [8]. Течение в области 1 оказывается квазистационарным и невязким, а для возмущенного давления на поверхности тела при $y_1 = 0$ можно получить соотношение

$$p_{11}(t_1, x_1, 0, z_1) = v_{11}(t_1, x_1, 0, z_1) \quad (3)$$

Отметим, что формула (3) для возмущения давления получена при предположении о том, что возмущенная область течения имеет одинаковые масштабы вдоль осей X и Z ($\sim X^{1/2}$), а число M_∞ — велико (1). Этот результат аналогичен результату, получаемому в хорошо известной «теории полос» для невязких гиперзвуковых течений [11].

Для области 2 координаты и функции течения можно представить в виде

$$\begin{aligned} x &= 1 + X^{1/2}x_2; & y &= XM_\infty^{-1}y_2; & z &= X^{1/2}z_2; & t &= X^{1/2}t_2 \\ u &= u_{20} + X^{1/2}u_{21} + \dots; & v &= X^{1/2}M_\infty^{-1}v_{21} + \dots; & w &= X^{1/2}w_{21} \\ \rho &= M_\infty^{-2}(\rho_{20} + X^{1/2}\rho_{21}); & p &= M_\infty^{-2}(\gamma^{-1} + X^{1/2}p_{21}); & h &= h_{20} + X^{1/2}h_{21} \end{aligned} \quad (4)$$

После подстановки (4) в уравнения Навье — Стокса и предельного перехода (1) получается система уравнений, описывающая течение в области 2

$$\begin{aligned} \rho_{20}u_{20} \frac{\partial u_{21}}{\partial x_2} + \rho_{20}v_{21} \frac{\partial u_{20}}{\partial y_2} &= 0; & \frac{\partial p_{21}}{\partial y_2} &= 0; & \rho_{20}u_{20} \frac{\partial w_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial p_{21}}{\partial z_2} &= 0 \\ \rho_{20} \frac{\partial u_{21}}{\partial x_2} + u_{20} \frac{\partial \rho_{21}}{\partial x_2} + v_{21} \frac{\partial \rho_{20}}{\partial y_2} + \rho_{20} \frac{\partial v_{21}}{\partial y_2} &= 0; & u_{20} \frac{\partial h_{21}}{\partial x_2} + v_{21} \frac{\partial h_{20}}{\partial y_2} &= 0 \\ 1 &= (\gamma - 1)\rho_{20}h_{20}; & h_{20}\rho_{21} + \rho_{20}h_{21} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Система уравнений (5) описывает возмущенное локально-невязкое течение, реализующееся в основной части гиперзвукового пограничного слоя в области взаимодействия, и полностью аналогична системе уравнений, полученной в [7, 9], для областей потока с толщиной порядка толщины невозмущенного сверхзвукового пограничного слоя. Функции ρ_{20} ,

h_{20}, u_{20} в уравнениях (5) должны определяться из сращения с соответствующими функциями течения в невозмущенном гиперзвуковом пограничном слое. Необходимое в дальнейшем решение системы уравнений (5), учитывая сращивание асимптотических разложений в областях 1 и 2, можно записать в виде

$$u_{21} = A(t_2, x_2, z_2) \frac{du_{20}}{dy_2}; \quad v_{21} = -\frac{\partial A}{\partial x_2} u_{20}; \quad h_{21} = A \frac{\partial h_{20}}{\partial y_2}; \quad p_{21} = -\frac{\partial A}{\partial x_2}$$

Возмущенные функции течения в области 2 зависят от времени и пространственной координаты z_2 в рассматриваемом случае только как от параметров. Поэтому пространственность и нестационарность течения оказывается существенной только в вязком пристеночном слое — в области 3. Для координат и функций течения в области 3 справедливы следующие асимптотические разложения

$$x = 1 + X^{3/4} x_3; \quad y = X^{3/4} M_\infty^{-1} y_3; \quad z = X^{3/4} z_3; \quad t = X^{1/2} t_3$$

$$u = X^{3/4} u_{31} + \dots; \quad v = X^{3/4} M_\infty^{-1} v_{31} + \dots; \quad w = X^{3/4} w_{31} + \dots$$

$$\rho = M_\infty^{-2} \rho_{30} + \dots; \quad p = M_\infty^{-2} (\gamma^{-1} + X^{1/2} p_{31}); \quad h = h_{30} + \dots; \quad \mu = \mu_{30} + \dots$$

Для главных членов асимптотических разложений в этой области течения получается следующая система уравнений и краевых условий

$$\frac{\partial \rho_{30}}{\partial t_3} + \frac{\partial \rho_{30} u_{31}}{\partial x_3} + \frac{\partial \rho_{30} v_{31}}{\partial y_3} + \frac{\partial \rho_{30} w_{31}}{\partial z_3} = 0; \quad \frac{\partial p_{31}}{\partial y_3} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_{31}}{\partial t_3} + u_{31} \frac{\partial u_{31}}{\partial x_3} + v_{31} \frac{\partial u_{31}}{\partial y_3} + w_{31} \frac{\partial u_{31}}{\partial z_3} = -\frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial p_{31}}{\partial x_3} + \frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\mu_{30} \frac{\partial u_{31}}{\partial y_3} \right)$$

$$\frac{\partial w_{31}}{\partial t_3} + u_{31} \frac{\partial w_{31}}{\partial x_3} + v_{31} \frac{\partial w_{31}}{\partial y_3} + w_{31} \frac{\partial w_{31}}{\partial z_3} = -\frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial p_{31}}{\partial z_3} + \frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\mu_{30} \frac{\partial w_{31}}{\partial y_3} \right)$$

$$\frac{\partial h_{30}}{\partial t_3} + u_{31} \frac{\partial h_{30}}{\partial x_3} + v_{31} \frac{\partial h_{30}}{\partial y_3} + w_{31} \frac{\partial h_{30}}{\partial z_3} = \frac{1}{\rho_{30} \sigma} \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\mu_{30} \frac{\partial h_{30}}{\partial y_3} \right)$$

$$u_{31} \rightarrow a_0 (y_3 + A(t_3, x_3, z_3)); \quad w_{31} \rightarrow 0; \quad h_{30} \rightarrow h_{20}(0) \quad (y_3 \rightarrow \infty)$$

$$u_{31} \rightarrow a_0 y_3; \quad w_{31} \rightarrow 0; \quad h_{30} \rightarrow h_{20}(0) \quad (x_3 \rightarrow -\infty)$$

$$u_{31} = v_{31} = w_{31} = 0 \quad \text{и} \quad h_{30} = h_w(t_3, x_3, z_3) \quad (y_3 = 0)$$

$$p_{31} = -\frac{\partial A}{\partial x_3}; \quad 1 = (\gamma - 1) \rho_{30} h_{30}; \quad \mu_{30} = (2h_{30})^\sigma$$

$$u_{31} = a_0 y_3; \quad w_{31} = v_{31} = 0; \quad h_{30} = h_{20}(0) \quad (t_3 = 0)$$

$$a_0 = du_{20}/dy_2|_{y_2=0}$$

Здесь a_0 — безразмерное напряжение трения в невозмущенном пограничном слое.

Используя уравнение состояния, можно исключить энтальпию и ввести новые переменные

$$x_3 = \rho_{00}^{(\sigma-2)/4} a_0^{-5/4} C_0^{-1/4} X; \quad y_3 = C_0^{1/4} a_0^{-3/4} \rho_{00}^{-(\sigma+2)/4} Y; \quad z_3 = \rho_{00}^{(\sigma-2)/4} a_0^{-5/4} C_0^{-1/4} Z \quad (7)$$

$$t_3 = \rho_{00}^{\sigma/2} C_0^{-1/2} a_0^{-3/2} T; \quad u_{31} = \rho_{00}^{-(\sigma+2)/4} a_0^{1/4} C_0^{1/4} U; \quad v_{31} = C_0^{1/4} a_0^{3/4} \rho_{00}^{-(3\sigma+2)/4} V;$$

$$w_{31} = C_0^{1/4} a_0^{1/4} \rho_{00}^{-(\sigma+2)/4} W$$

$$p_{31} = C_0^{1/2} a_0^{1/2} \rho_{00}^{-\sigma/2} P; \quad \rho_{30} = \rho_{00} R; \quad \mu_{30} = C_0 \rho_{00}^{-\sigma} M$$

Здесь $\rho_{00} = \rho_{20}(0)$ — значения плотности у поверхности тела при $y_2 = 0$ в невозмущенном пограничном слое и использовано обозначение $C_0 = (2/(\gamma-1))^\circ$. Система уравнений (6) в переменных подобия (7) принимает вид

$$\frac{\partial R}{\partial T} + \frac{\partial RU}{\partial X} + \frac{\partial RV}{\partial Y} + \frac{\partial RW}{\partial Z} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial T} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial Y} \left(M \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \\ \frac{\partial W}{\partial T} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial Y} \left(M \frac{\partial W}{\partial Y} \right) \\ \frac{\partial R}{\partial T} + U \frac{\partial R}{\partial X} + V \frac{\partial R}{\partial Y} + W \frac{\partial R}{\partial Z} &= \frac{R}{\sigma} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{M}{R^2} \frac{\partial R}{\partial Y} \right) \end{aligned}$$

$$M = R^{-\sigma}; \quad P = -\frac{\partial A}{\partial X}; \quad A = \lim_{Y \rightarrow \infty} (U - Y)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} \rightarrow 1; \quad W \rightarrow 0; \quad R \rightarrow 1 \quad (X \rightarrow -\infty \text{ или } Y \rightarrow +\infty)$$

$$U = V = W = 0; \quad R = R_w(T, X, Z) \quad (Y = 0)$$

$$U = Y; \quad V = W = 0; \quad R = 1 \quad (T = 0)$$

Таким образом, течение в вязком подслое области взаимодействия описывается нестационарными уравнениями трехмерного сжимаемого пограничного слоя. Отметим, что наличие при $M_\infty \rightarrow \infty$ простой связи между возмущением давления и вертикальной составляющей вектора скорости (3) позволяет в данном случае сформулировать краевую задачу отдельно для пристеночной области трехмерного пограничного слоя (8). Благодаря малости скоростей в вязком пристеночном слое в уравнении энергии отсутствуют члены, отвечающие за вязкую диссипацию энергии. Обычным для задач теории свободного взаимодействия является и то, что градиент давления оказывается незадаанным и должен определяться в процессе решения задачи [1-10].

Приведенная выше краевая задача для области взаимодействия пространственного нестационарного пограничного слоя и внешнего гиперзвукового потока близка к задаче, полученной в [7], для области взаимодействия в случае сверхзвукового или дозвукового внешнего потока ($M_\infty \sim O(1)$). Однако следует отметить две отличительные особенности. Для умеренных чисел Маха внешнего течения ($M_\infty \geq O(1)$) в области взаимодействия в общем случае трехмерного течения оказывается невозможным разделить задачи для внешнего течения газа (область 1) и вязкого пристеночного слоя [7], в то время как при $M_\infty \rightarrow \infty$ подобное разделение возможно (см. (8) и [8]). Отметим также, что при постановке краевых задач в работе [7] температура поверхности предполагалась постоянной, благодаря чему уравнения сжимаемого пограничного слоя упростились и сводились к обычным уравнениям несжимаемого пространственного пограничного слоя.

В данной работе получено решение краевой задачи (8) для случая малого увеличения температуры поверхности или, что то же самое, малого изменения плотности газа у поверхности тела: $R_w = 1 + \delta R_{1w}$ ($0 < \delta \ll 1$). При этом краевая задача (8) допускает линеаризацию по малому параметру δ и решение можно искать в виде

$$R = 1 + \delta R_1; \quad U = Y + \delta U_1; \quad V = \delta V_1; \quad W = \delta W_1; \quad P = \delta P_1$$

В этом случае для возмущенных функций течения получается следую-

щая система уравнений и краевых условий

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_1}{\partial T} + Y \frac{\partial R_1}{\partial X} + \frac{\partial U_1}{\partial X} + \frac{\partial V_1}{\partial Y} + \frac{\partial W_1}{\partial Z} &= 0 & (9) \\ \frac{\partial U_1}{\partial T} + Y \frac{\partial U_1}{\partial X} + V_1 &= -\frac{\partial P_1}{\partial X} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} - \omega \frac{\partial R_1}{\partial Y} \\ \frac{\partial W_1}{\partial T} + Y \frac{\partial W_1}{\partial X} &= -\frac{\partial P_1}{\partial Z} + \frac{\partial^2 W_1}{\partial Y^2} \\ \frac{\partial R_1}{\partial T} + Y \frac{\partial R_1}{\partial X} &= \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 R_1}{\partial Y^2}; \quad P_1 = -\frac{\partial A_1}{\partial X}; \quad A_1 = \lim_{Y \rightarrow \infty} U_1 \\ \frac{\partial U_1}{\partial Y} &\rightarrow 0; \quad W_1 \rightarrow 0; \quad R_1 \rightarrow 0 \quad (X \rightarrow -\infty \text{ или } Y \rightarrow +\infty) \\ U_1 = V_1 = W_1 &= 0; \quad R_1 = R_{1w}(T, X, Z) \quad (Y=0) \\ U_1 = V_1 = W_1 &= 0; \quad R_1(0, X, Y, Z) = 0 \quad (T=0) \end{aligned}$$

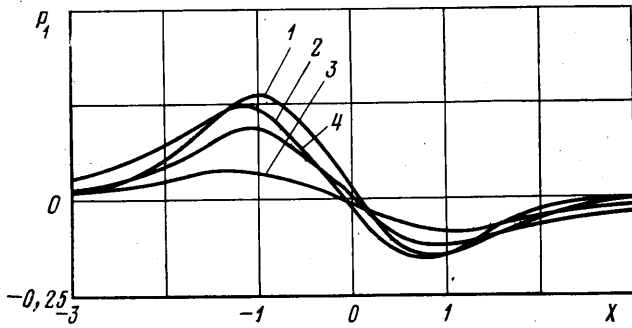
Для решения системы (9) использовалась неявная схема по времени и метод конечных разностей. Система дифференциальных уравнений аппроксимировалась системой разностных уравнений первого порядка точности по переменным T и X и второго порядка — по Y и Z . Решение находилось методом релаксации с итерациями на каждом временном слое. На временном слое T_{i+1} находилось поле плотности $R_1(T_{i+1}, X, Y, Z)$, затем по заданному некоторым образом распределению давления P_1 определялись поля скоростей U_1, V_1, W_1 и, в частности, функция $A_1(T_{i+1}, X, Z)$. Полученное возмущение толщины вытеснения $A_1(T_{i+1}, X, Z)$ подвергалось релаксации и затем определялось новое распределение давления. Процесс продолжался до тех пор, пока отличие возмущенных напряжений трения $\partial U_1/\partial Y$ и $\partial W_1/\partial Y$ и толщины вытеснения A_1 на двух последовательных итерациях не становились меньше некоторой малой заданной величины. Для начала итерационного процесса на слое T_{i+1} использовалось распределение давления с предыдущего слоя по времени T_i . В момент времени $T=0$ все возмущения функций течения принимались равными нулю.

В качестве примера приведены результаты расчета течения в вязком подслое при числе Прандтля $\sigma=1$ и $\omega=1$, причем изменение плотности газа на поверхности тела R_{1w} в зависимости от времени T и координат X и Z задавалось по формуле

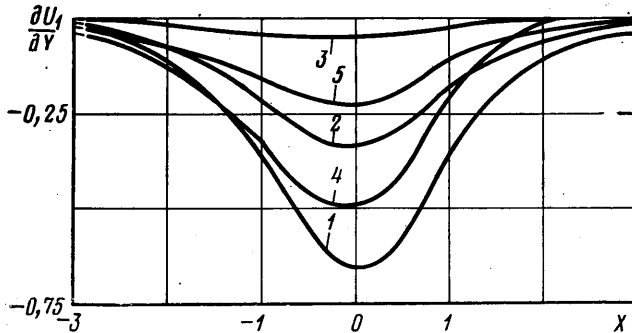
$$\begin{aligned} R_{1w} &= -\sin\left(\frac{\pi}{2}T\right) \exp(-X^2 - Z^2) \quad (0 \leq T \leq 1) & (10) \\ R_{1w} &= -\exp(-X^2 - Z^2) \quad (T > 1) \end{aligned}$$

Нагревание поверхности тела при $T > 0$ приводит к появлению теплового потока от поверхности тела к газу в вязком пристеночном слое. При этом происходит увеличение температуры и, следовательно, уменьшение плотности газа у поверхности тела в вязком подслое. Следует отметить, что изменение температуры поверхности в своем основном порядке $\Delta h \sim \sim h_{w0}$ и малая толщина вязкого пристеночного слоя приводит к тому, что тепловой поток в области взаимодействия оказывается значительно больше, чем тепловой поток в невозмущенном пограничном слое перед областью взаимодействия. Действительно, тепловой поток на поверхности тела $q = -\mu \sigma^{-1} \partial h / \partial y$, отнесенный к $\rho_\infty u_\infty^3$, в области взаимодействия имеет порядок $X^2 M_\infty^{-3}$, тогда как в невозмущенном пограничном слое величина теплового потока порядка $X M_\infty^{-3}$.

Изменение плотности газа в вязком пристеночном слое приводит к изменению толщины вытеснения этого слоя и возмущению давления в области взаимодействия. Это давление индуцируется взаимодействием вязкого подслоя и внешнего гиперзвукового потока. На фиг. 1 приведены распределения возмущения давления $P_1(T, X, Z)$ вдоль направления набегающего потока (ось X) при $T=1$ (т. е. в момент достижения макси-



Фиг. 1

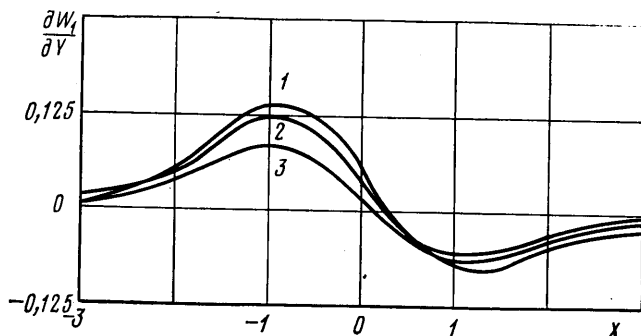


Фиг. 2

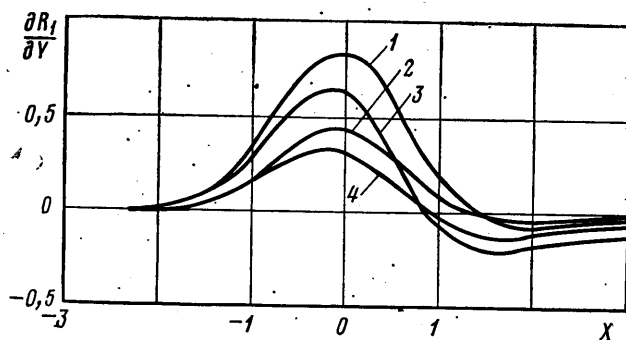
мальной температуры на поверхности тела) в различных плоскостях $Z = \text{const}$, причем кривые 1, 2 и 3 соответствуют распределениям давления при $Z=0; 0,8$ и $1,6$. Возмущение давления P_1 в плоскости $Z=0$ оказывается больше, чем возмущение давления при $Z \neq 0$. Это вызывает появление поперечного течения, причем в силу граничных условий максимальная величина поперечной составляющей вектора скорости W_1 достигается внутри вязкого подслоя (9). Отметим также, что максимальное значение давления P_1 ($T=1, X, Z=0$) имеет при $X \approx -1$, т. е. вверх по потоку от точки поверхности с максимальной температурой ($X=0$). При установлении течения в области взаимодействия происходит некоторое уменьшение максимальных величин возмущения давления во всех плоскостях $Z = \text{const}$. Для иллюстрации на фиг. 1 показано поведение давления P_1 в плоскости $Z=0$ (кривая 4) после достижения стационарного режима течения в области взаимодействия ($T \geq 6$).

На фиг. 2 приведены распределения относительной величины продольного напряжения трения на поверхности $\partial U_1 / \partial Y = (C_{fu} - C_{f0}) / \delta C_{f0} + \omega R_{1w}$ при $T=1$ в плоскостях $Z=0; 0,8$ и $1,6$ (кривые 1, 2, 3 соответственно) и распределения величины $\partial U_1 / \partial Y$ после установления течения в вязком подслое ($T \geq 6$) при $Z=0$ и $0,8$ (соответственно кривые 4 и 5). Здесь C_{f0} коэффициент напряжения трения в невозмущенном пограничном слое перед областью взаимодействия.

На фиг. 3 представлены распределения относительной величины поперечного напряжения трения $\partial W_1 / \partial Y = C_{fw} / \delta C_{f0}$ в момент времени $T=1$ в плоскостях $Z=0,8$ и $1,6$ (кривые 1 и 2), а кривая 3 — это распределение $\partial W_1 / \partial Y$ в стационарном режиме течения при $Z=0,8$. Отметим, что функции P_1 и $\partial U_1 / \partial Y$ оказываются для такого задания R_{1w} (10) четными функциями переменной Z , а W_1 и $\partial W_1 / \partial Y$ — нечетными. Тепловой поток в области взаимодействия, как отмечено выше, имеет порядок $X^3 M_\infty^{-3}$ и пропорционален величине производной плотности газа $\partial R_1 / \partial Y$ на поверхности тела при $Y=0$.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 4 приведены распределения величины $\partial R_1/\partial Y$ при $T=1$ в плоскостях $Z=0$ и $0,8$ (кривые 1 и 2), а кривые 3 и 4 представляют распределение величины $\partial R_1/\partial Y$ (и, следовательно, пропорционального ей теплового потока) после установления течения ($T \geq 6$) при $Z=0$ и $0,8$ соответственно.

В области, где $\partial R_1/\partial Y$ положительная величина, тепловой поток направлен от поверхности тела к газу в вязком пристеночном слое. У этой части поверхности происходит нагрев газа, причем наиболее сильно нагреваются струйки тока, располагающиеся вблизи поверхности тела. Ниже по течению нагретый газ оказывается над поверхностью тела с более низкой температурой и тепловой поток при $Y=0$ направлен к поверхности тела. (На фиг. 4 это область, в которой $\partial R_1/\partial Y < 0$.)

Как показывают расчеты, в процессе установления течения протяженность области с тепловым потоком, направленным от поверхности тела к газу, уменьшается одновременно с уменьшением абсолютной величины теплового потока в этой части области взаимодействия. При этом увеличивается протяженность области, в которой тепловой поток направлен от газа к поверхности тела ($\partial R_1/\partial Y < 0$). Абсолютная величина теплового потока при установлении течения в этой зоне области взаимодействия растет (фиг. 4). Следует отметить, что область, в которой тепловой поток направлен к газу, оказывается локализованной (в данном случае $-2 \leq X < 1,5$), тогда как ниже по течению область с тепловым потоком, направленным от газа к поверхности, имеет в установившемся течении значительно большую протяженность $1 < X \leq 8$. Ниже по течению от этой области при $X \geq 8$ тепловой поток, вызванный нагревом поверхности и равный по порядку величины $X^{3/2} M_\infty^{-3}$, становится практически равным нулю. Таким образом, тепловой поток к поверхности пластины как до области взаимодействия, так и на достаточном расстоянии за ней оказывается равным тепловому потоку в невозмущенном пограничном слое ($\sim X M_\infty^{-3}$).

В заключение следует отметить, что преобразование подобия (7) по-

зволяет анализировать влияние различных параметров набегающего потока на течение в области взаимодействия. Полученные численные результаты оказываются универсальными и не зависят от числа M набегающего потока, числа Рейнольдса и других параметров потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Daniels P. G. The flow about the trailing edge of a supersonic oscillating aerofoil.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 72, № 3, p. 541–557.
2. Рубан А. И. Численное решение локальной асимптотической задачи о нестационарном отрыве ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 5, с. 1253–1265.
3. Казаков А. В. Нестационарное обтекание короткого щитка вязким сверхзвуковым потоком.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 111–118.
4. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением.— ПММ, 1977, т. 41, вып. 6, с. 1007–1023.
5. Терентьев Е. Д. Расчет давления в линейной задаче о вибраторе в сверхзвуковом пограничном слое.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 6, с. 1015–1028.
6. Smith F. T., Sykes R. I., Brighton P. W. M. A two-dimensional boundary layer encountering a three-dimensional hump.— J. Fluid Mech., 1977, vol. 83, № 1, p. 163–176.
7. Рыжов О. С. О нестационарном пространственном пограничном слое, свободно взаимодействующем с внешним потоком.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 6, с. 1035–1052.
8. Липатов И. И. Пространственное обтекание малой неровности ламинарным пограничным слоем.— Уч. зап. ЦАГИ, 1980, т. 11, № 2, с. 122–127.
9. Липатов И. И. К теории нестационарного пространственного свободного взаимодействия.— Уч. зап. ЦАГИ, 1981, т. 12, № 6, с. 34–42.
10. Нейланд В. Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений.— Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1529, 125 с.
11. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962, 607 с.

Москва

Поступила в редакцию
6.IV.1982