

УДК 532.526.4

ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПОДАЧИ ПОЛИМЕРНОГО  
РАСТВОРА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОГО  
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

АЛЕКСИН В. А., МИХАЙЛУ А. Г., ПИЛИПЕНКО В. Н.

Введение в пограничный слой малых количеств растворенных высокомолекулярных веществ приводит к значительному снижению турбулентного сопротивления трения [1, 2]. Величина снижения трения зависит как от типа полимера и концентрации раствора, так и от способа его подачи в пограничный слой. В [3-5] с применением метода интегральных соотношений изучены особенности снижения трения пластины при подаче раствора вблизи ее передней кромки. Ряд результатов получен также при решении задачи о щелевом выпуске раствора в турбулентный пограничный слой [6, 7]. Вопросы снижения сопротивления пластины при распределенном по ее длине выпуске полимерного раствора в пограничный слой ранее теоретически не исследовались.

Ниже рассмотрена задача о движении пластины при распределенной подаче полимерного раствора на основе системы уравнений в частных производных. При расчетах учитывалось влияние добавок на коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости и диффузии. Проанализировано влияние концентрации и скорости выпуска полимерного раствора на профили касательного напряжения трения, осредненную скорость, коэффициенты местного и полного сопротивления трения. Результаты расчетов сопоставлены с данными о сопротивлении пластины при инъекции полимерного раствора вблизи ее передней кромки.

1. Полная система уравнений, описывающих стационарный процесс диффузии примеси в турбулентном пограничном слое на пластине, с граничными и начальными условиями имеет вид

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[ (v + v_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right], \\
 u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[ (a + a_t) \frac{\partial c}{\partial y} \right] \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}
 u=0, \quad v=v_w(x), \quad c=c_w(x), \quad y=0 \\
 u=u_e, \quad v=0, \quad c=c_e, \quad y \rightarrow \infty \\
 u=u(y), \quad c=c_0(y), \quad x=0
 \end{aligned}$$

где  $u, v$  — компоненты продольной и поперечной осредненной скорости,  $c$  — весовая концентрация полимера,  $v$  и  $v_t$  — коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости,  $a$  и  $a_t$  — коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии, индекс  $w$  относится к величинам на стенке,  $e$  — к величинам на внешней границе пограничного слоя, координата  $x$  отсчитывается от передней кромки пластины,  $y$  — расстояние от поверхности пластины.

Вводя функцию тока  $\psi$  и переменные  $\eta = u_e y / \nu_e \sqrt{2\xi}$  и  $\xi = u_e x / \nu$ , запишем

исходную систему уравнений (1.1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{v_i}{v_e} + \frac{v}{v_e} \right) \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right] + f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} &= 2\xi \left( \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial \xi} - \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{v_i}{v_e} \frac{1}{Sc_i} + \frac{v}{v_e} \frac{1}{Sc} \right) \frac{\partial^2 f^c}{\partial \eta^2} \right] + f \frac{\partial^2 f^c}{\partial \eta^2} &= \\ &= 2\xi \left( \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f^c}{\partial \eta \partial \xi} - \frac{\partial^2 f^c}{\partial \eta^2} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} &= 1, \quad \frac{\partial f^c}{\partial \eta} = 0, \quad \eta \rightarrow \infty \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} &= 0, \quad f=0, \quad \frac{\partial f^c}{\partial \eta} = 0, \quad f^c=0, \quad \eta=0, \quad \xi < \xi_1 \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} &= 0, \quad f=f_w(\xi), \quad \frac{\partial f^c}{\partial \eta} = 1, \quad f^c=0, \quad \eta=0, \quad \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} &= 0, \quad f=f_w(\xi), \quad \frac{\partial^2 f^c}{\partial \eta^2} = 0, \quad f^c=0, \quad \eta=0, \quad \xi > \xi_2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$f_w(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\xi}} \left[ (f_w \sqrt{2\xi})_1 - \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{v_w}{u_e} d\xi \right]$$

$$f = \frac{\psi}{v_e \sqrt{2\xi}}, \quad u = u_e \frac{\partial f}{\partial \eta}, \quad c = c_0 \frac{\partial f^c}{\partial \eta}$$

Здесь  $c_0$  — концентрация выпускаемого полимерного раствора,  $Sc = v/a$  и  $Sc_i = v_i/a_i$  — молекулярные и турбулентные числа Шмидта,  $\xi_1$  и  $\xi_2$  — начальная и конечная координата места вдува.

2. Для замыкания системы уравнений (1.2) необходимы сведения о коэффициентах  $v$ ,  $v_i$ ,  $a$  и  $a_i$ . При течении однородных растворов полиэтиленоксида в пограничном слое у гладкой поверхности справедлива следующая система формул для  $v_i$  [8]:

$$\begin{aligned} v_i &= l^2 \left| \frac{du}{dy} \right|, \quad l = l_1 \cdot l_2, \quad v_*^\circ = \frac{1,87 \cdot 10^6}{M^{0,89}} \\ l_1 &= 0,4y \left[ 1 - \exp \left( -\frac{0,0385 F_1 F_2 y v_*}{v} \right) \right], \quad l_2 = \delta \exp \left( -\frac{1,67y}{\delta} \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$F_1 = 1 - 0,37 \operatorname{arctg} (1,2cM^{0,85}) \operatorname{arctg} \left[ 1,7 \left( \frac{v_*}{v_*^\circ} - 1 \right) \right], \quad F_2 = \sqrt{1 - \frac{Re_0}{Re}}$$

где  $l_2$  — множитель, учитывающий поведение длины пути смешения во внешней области пограничного слоя,  $v_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$  — динамическая скорость,  $\tau_w$  — напряжение трения на стенке;  $\delta$  — толщина пограничного слоя, которая определяется из условия  $u(\delta) = 0,99u_e$ ,  $M$  — средний молекулярный вес полимера,  $F_1$  — параметр, описывающий влияние добавок на пристенную турбулентность (в ньютоновской жидкости  $F_1 = 1$ , в слабых растворах полимеров  $F_1 < 1$ ),  $F_2$  введено для учета изменения  $l$  в области перехода от ламинарного к турбулентному режиму течения,  $v_*^\circ$  — пороговое значение динамической скорости, отвечающее началу воздействия макромолекул на пристенную турбулентность,  $Re_0$  — число Рейнольдса, соответствующее началу турбулентного режима течения ( $Re_0 = 3,2 \cdot 10^5$ ),  $Re$  — местное число Рейнольдса ( $Re = xu/\nu$ ).

При расчете турбулентного пограничного слоя на пластине с распределенным выпуском раствора полиэтиленоксида будем использовать формулы (2.1) и в случае неоднородного распределения концентрации полимера поперек сечения потока. Отметим, что аналогичное допущение ранее использовалось при расчетах вдува инородного газа в пограничный слой [9, 10].

Из соображений размерности ясно, что наличие вдува приводит к введению величины  $v_w/v_*$  в число определяющих параметров при построении зависимости для  $\nu_t$ . Практическая реализация вдува осуществляется с применением пористых материалов, что приводит к неоднородному распределению  $v_w$  на стенке и обуславливает струйный характер течения в пристенной области пограничного слоя. Таким образом, для учета дестабилизации вязкого подслоя при вдуве на пластине с определенной геометрией пор следует, вообще говоря, учесть зависимость  $\nu_t$  от параметров  $v_w/v_*$ ,  $dv_w/v$  и  $k_s$ , где  $d$  — характерный размер пор и  $k_s$  — коэффициент пористости. Ниже вопрос о необходимости привлечения дополнительных параметров решен путем сопоставления расчетов на основе (2.1) с данными опытов.

Экспериментальная зависимость кинематической вязкости от весовой концентрации  $c$  для растворов полиэтиленоксида допускает аппроксимацию

$$\nu = \nu_e (1 + Ac + B[\exp \{Ec^m\} - 1]) \quad (2.2)$$

в которой коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $E$  и  $m$  зависят от  $M$ . В расчетах принималось  $M = 4 \cdot 10^6$ . В этом случае  $A = 1430$ ,  $B = 0,296$ ,  $E = 236$  и  $m = 0,705$ .

Исходя из предположения о том, что макромолекулы полимера моделируются непроницаемыми для растворителя сферами радиуса  $r$ , определим коэффициент молекулярной диффузии на основе соотношения Эйнштейна  $a = kT/6\pi\eta r$ , где  $r$  вычисляется с использованием формулы для характеристической вязкости растворов полиэтиленоксида

$$[\eta] = 1,03 \cdot 10^{-2} M^{0,78}; \quad 2,5\Phi = [\eta]c; \quad \Phi = \frac{4}{3} \pi r^3 n, \quad n = \frac{\rho c N}{M},$$

$$r = \left( \frac{3M[\eta]}{10\pi\rho N} \right)^{1/3} = 3,89 \cdot 10^{-9} M^{0,58} \text{ см} \quad (2.3)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $N$  — число Авогадро,  $T$  — абсолютная температура,  $n$  — число макромолекул в единице объема,  $\Phi$  — их объемная концентрация.

С учетом (2.3) для числа  $Sc$  будем иметь выражение  $Sc = \nu/a = K(T, M)\nu/\nu_e$ . Для раствора полиэтиленоксида с молекулярным весом  $4 \cdot 10^6$  при  $T = 293^\circ$  величина  $K \approx 10^6$ . В расчетах предполагалось, что полимерные добавки не влияют на величину турбулентного числа Шмидта и  $Sc_t = 0,9$ .

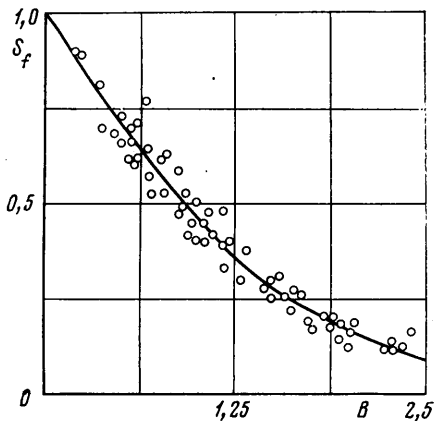
3. Для решения системы уравнений (1.2) с граничными условиями применялся численный метод расчета, основанный на неявной конечно-разностной схеме повышенной степени точности интегрирования уравнения третьего порядка по нормальной к поверхности координате [12].

Аппроксимация производных проводится по двухслойному шеститочечному шаблону. Схема стабилизирует возмущения решений при переходе от одного расчетного слоя к другому, что позволяет интегрировать исходную систему уравнений с резким изменением граничных условий, в том числе и вблизи грани проницаемых участков поверхности [13]. При аппроксимации производных вводится неравномерная сетка с переменными шагами интегрирования по продольной и нормальной координатам. Шаг по координате  $\eta$  выбирается таким образом, чтобы получить достаточное число узлов в пристенной области течения (в частности, шаг может определяться по геометрической прогрессии, значительно возрастающей при движении от стенки к внешней границе). В продольном направлении также задаются неравномерные интервалы интегрирования в зависимости от интенсивности перестройки течения, причем шаг наиболее меняется в областях разрыва граничных условий. Исходные уравнения, содержащие коэффициенты турбулентного переноса, являются в значительной степени не-

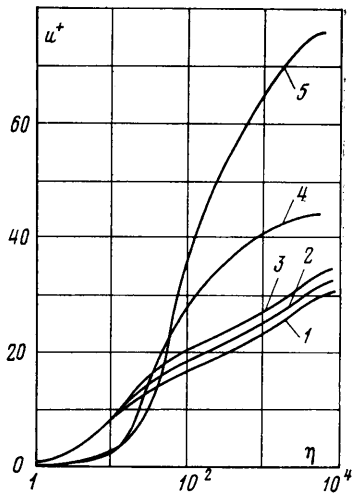
линейными. Для получения сходящегося итерационного процесса применяются процедуры стабилизации сходимости решений, в частности релаксация решений:  $u^{*k} = (1-s)u^{k-1} + su^k$ , где параметр релаксации  $s$  выбирается из соображений наилучшей сходимости решений по итерациям;  $k$  — номер итерации,  $u^k$ ,  $u^{*k}$  — решения. Кроме того, линеаризация проводилась таким образом, чтобы ослабить нелинейность исходных уравнений.

Расчет начинался в области ламинарного пограничного слоя, при этом в сечении пограничного слоя задавался профиль Блазиуса и считалось, что  $c(y) = 0$ . Задача решалась на ЭВМ типа БЭСМ-6, время расчета одного варианта составляло около 20 мин.

4. На фиг. 1 приведены результаты расчетов относительной величины местного коэффициента сопротивления пластины  $S_f = C_f/C_f^0$  в зависимости



Фиг. 1



Фиг. 2

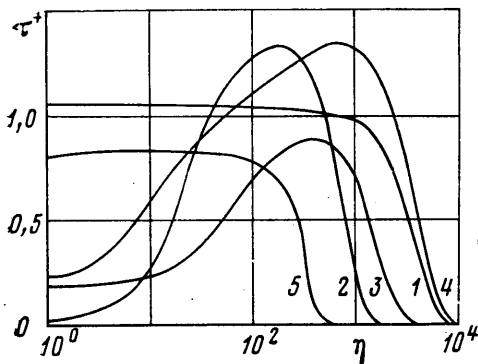
от параметра вдува  $B = 2F/C_f^0$ ,  $F = v_w/u_e$  при однородном по длине пластины выпуске жидкости без полимерных добавок, т. е. при  $F_1 = 1$  в формуле (2.1) ( $C_f^0$  — местный коэффициент сопротивления, соответствующий обтеканию пластины без вдува). Расчеты проведены в диапазоне чисел  $Re$  от  $10^5$  до  $8 \cdot 10^7$ . Результаты вычислений практически ложатся на одну кривую.

На фиг. 1 приведены также данные многочисленных экспериментальных исследований, собранные в [14]. Расчетная кривая хорошо с ними согласуется. Этот результат свидетельствует о том, что для пористых пластин, данные испытаний которых приведены в [14], можно пренебречь влиянием параметров  $v_w/v_*$ ,  $dv_*/v$  и  $k_s$  на турбулентную вязкость. Полимерные добавки увеличивают толщину вязкого подслоя, в связи с этим можно ожидать, что дестабилизирующее влияние при выпуске полимерного раствора меньше, чем при выпуске ньютоновской жидкости.

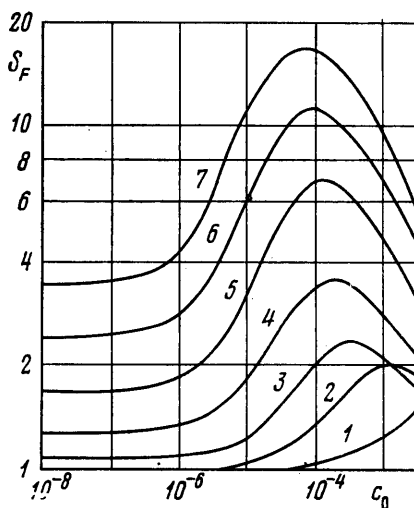
Ниже приведены результаты расчета параметров турбулентного пограничного слоя при распределенном по длине пластины выпуске воды и раствора полиэтиленоксида при  $u_e = 10$  м/с,  $M = 4 \cdot 10^6$  и изменении параметров  $c_0$  от 0 до  $3 \cdot 10^{-3}$  и  $F$  от 0 до  $2 \cdot 10^{-3}$ . Координаты начала и конца выпуска соответствуют значениям  $x_1 = 10$  см ( $Re \approx 8,7 \cdot 10^5$ ) и  $x_2 = 8$  м ( $Re \approx 7 \cdot 10^8$ ).

На фиг. 2 показано влияние вдува при  $F = \text{const}$  на профиль безразмерной скорости  $u^+ = u/v_*$  от координаты  $\eta = yv_*/\nu$  для числа Рейнольдса  $Re = 2 \cdot 10^7$  при следующем наборе значений ( $c_0$ ;  $F$ ): 1 — (0; 0), 2 — (0;  $5 \cdot 10^{-5}$ ), 3 — ( $10^{-3}$ ; 0), 4 — ( $10^{-3}$ ;  $5 \cdot 10^{-5}$ ), 5 — ( $10^{-3}$ ;  $10^{-3}$ ).

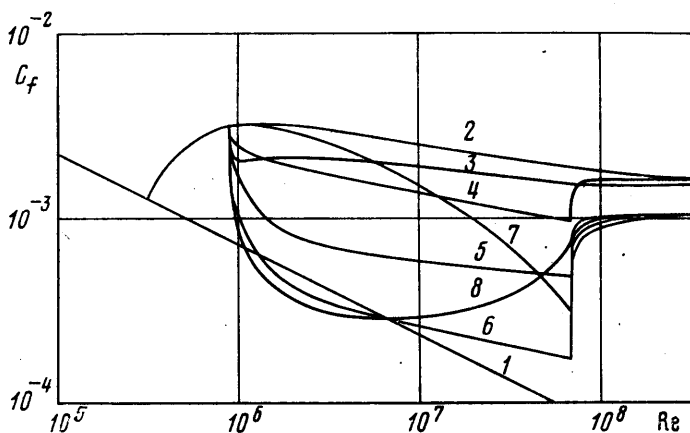
При вдуве наблюдается смещение вверх логарифмического участка профиля скорости. С увеличением параметров  $c_0$  и  $F$  происходит заметная перестройка профиля скорости; увеличивается толщина вязкого подслоя



Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4

и уменьшается длина логарифмического участка. Из-за увеличения вязкости в пристенном слое (при  $c_0=10^{-3}$  величина  $\nu/\nu_e \approx 4$ ) профиль скорости в вязком подслое становится более пологим по сравнению со случаем пограничного слоя без вдува.

Характер влияния вдува при  $F=\text{const}$  и  $\text{Re}=2 \cdot 10^7$  на распределение безразмерного касательного напряжения трения  $\tau^+ = \tau/\rho u_e^2$  по сечению пограничного слоя иллюстрируется фиг. 3. Кривые 1–5 соответствуют следующим значениям  $(c_0; F)$ :  $(0; 0)$ ,  $(10^{-3}; 0)$ ,  $(0; 2 \cdot 10^{-3})$ ,  $(2 \cdot 10^{-4}; 2 \cdot 10^{-3})$ ,  $(10^{-3}; 10^{-3})$ .

Влияние выпуска приводит к уменьшению величины касательного напряжения трения на стенке и к смещению максимума  $\tau$  во внутреннюю область пограничного слоя. Отметим, что кривые 3 на фиг. 2 и 3 соответствуют случаю чисто диффузионного уноса полимера с поверхности пластины ( $F=0$ ).

Результаты вычисления коэффициента местного сопротивления трения пластины  $C_f$  при постоянных и переменных значениях параметра  $F$  в области выпуска приведены на фиг. 4. Кривая 1 отвечает случаю ламинарного пограничного слоя; кривая 2 — турбулентному пограничному слою без вдува ( $c_0=0, F=0$ ); для кривых 3–6 значения  $(c_0; F)$  равны:  $(10^{-3}; 0)$ ,  $(0; 10^{-3})$ ,  $(10^{-4}; 5 \cdot 10^{-4})$ ,  $(5 \cdot 10^{-5}; 10^{-3})$ , 7 —  $c_0=10^{-4}$ ,  $F$  меняется по

линейному закону от 0 (при  $x=x_1$ ) до  $10^{-3}$  ( $x=x_2$ );  $8 - c_0 = 10^{-4}$ ,  $F$  меняется по линейному закону от  $10^{-3}$  ( $x=x_1$ ) до 0 ( $x=x_2$ ). В случае 3 снижение сопротивления достигнуто за счет диффузионного уноса полимера (величина потока массы полимера на стенке отлична от нуля). Кривые 5, 6, 7 и 8 соответствуют практически одинаковому расходу полимера (с точностью до малой диффузионной составляющей потока массы). Коэффициент полного сопротивления пластины  $C_F$  для участка длиной 8 м в случае кривой 2 равен  $2,1 \cdot 10^{-3}$ , для случая 5–8  $C_F \cdot 10^4 = 7,4; 5,6; 4,8; 2,6$ . Из приведенных данных видно, что величина снижения сопротивления пластины существенно зависит от способа организации распределенной подачи полимера в турбулентный пограничный слой.

$Q^+$	$5 \cdot 10^{-4}$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	[8]
0	22	41	71	0
0,3	34	50	76	18
1	46	64	85	32
3,3	63	78	92	45
10	71	85	94	58
33	70	85	94	61
100	61	81	93	62

На фиг. 5 приведены результаты расчета величины снижения коэффициента полного сопротивления  $S_F$  пластины длиной 4 м в зависимости от  $c_0$  для ряда значений  $F$  (кривые 1–7): 0;  $5 \cdot 10^{-5}$ ;  $2 \cdot 10^{-4}$ ;  $5 \cdot 10^{-4}$ ;  $10^{-3}$ ;  $1,5 \cdot 10^{-3}$ ;  $2 \cdot 10^{-3}$ .

Известно, что при подаче раствора вблизи носовой кромки пластины максимальная величина снижения сопротивления не превышает 60–65% [8]. Как видно из данных, приведенных на рис. 5, при распределенной подаче раствора степень снижения сопротивления может быть значительно выше. Так, при выпуске раствора с концентрацией  $3 \cdot 10^{-5}$  и  $F = 2 \cdot 10^{-3}$  величина снижения сопротивления составляет 94%, т. е.  $C_F$  уменьшается почти в 17 раз. Этот эффект обусловлен именно совместным влиянием распределенного выпуска и полимерных добавок на пристенную турбулентность. Результаты вычислений показывают, что для каждой величины параметра  $F$  существует вполне определенная концентрация выпускаемого раствора, при которой достигается максимальная величина снижения сопротивления трения. С ростом параметра вдува оптимальная концентрация раствора уменьшается. Наличие оптимальной концентрации является результатом действия двух факторов: увеличения степени подавления турбулентности добавками и увеличения сопротивления из-за роста молекулярной вязкости при выпуске более концентрированного полимерного раствора. Чем выше параметр вдува, тем меньше меняется концентрация полимерного раствора в пределах вязкого подслоя и тем ближе оптимальная концентрация выпускаемого на пластине раствора к оптимальной концентрации однородного полимерного раствора (при той же величине  $\tau_w$ ). Отметим, что существование оптимальной концентрации выпускаемого раствора  $c \approx 2 \cdot 10^{-5}$  было обнаружено и в экспериментах по исследованию сопротивления пластины длиной 2 м, имеющей с каждой стороны по 50 щелей для выпуска полимерного раствора [15].

В таблице приведены сведения о величине  $(C_F^0 - C_F) / C_F^0$  в % для пластины длиной 8 м при различных значениях безразмерного расхода сухого полимерного вещества  $Q^+$ , отнесенного к двум сторонам расхода сухого полимерного вещества  $Q^+$ , отнесенного к двум сторонам пластины ( $Q^+ = 2q / \rho_0 v$ ,  $q$  – весовой расход полимерного вещества на единицу ширины пластины в единицу времени,  $\rho_0$  – его плотность). В колонке 5 приведены результаты расчетов [8] при выпуске раствора вблизи передней кромки пластины, в колонках 2–4 помещены значения снижения трения при распределенной подаче раствора для различных значений  $F$ .

Результаты расчетов показывают, что при распределенном выпуске для получения одной и той же величины снижения сопротивления требуется меньшее количество полимера. Так, для снижения сопротивления в 2 раза при выпуске раствора вблизи носовой кромки  $Q^+ \approx 5$ , а при распределенной подаче раствора  $Q^+ \approx 1,5$  при  $F = 5 \cdot 10^{-4}$  и  $Q^+ \approx 0,3$  при  $F = 10^{-3}$ . Вывод о существенном уменьшении расхода полимера при распределенной по длине подаче согласуется с опытными данными, полученными при изучении особенностей снижения сопротивления с инжекцией полимерного раствора через пористую стенку трубы [16].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hoyt J. W. The effect of additives on fluid friction.— Trans. ASME, 1972, D94, № 2, p. 258–285.
2. Пилипенко В. Н. Влияние добавок на пристенные турбулентные течения.— Итоги науки и техн. ВИНТИ АН СССР. Сер. Мех. жидкости и газа, 1980, т. 15, с. 156–257.
3. Granville P. S. Drag reduction of flat plates with slot injection of polymer solution.— J. Ship Res., 1970, v. 14, № 2, p. 79–83.
4. McCarthy T. H. Flat plate frictional-drag reduction with polymer injection.— J. Ship Res., 1974, v. 15, № 4, p. 278–288.
5. Иселевич В. А., Пилипенко В. Н. О сопротивлении плоской пластины в потоке полимерного раствора переменной концентрации.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 1, с. 63–68.
6. Poreh M., Hsu K. S. Diffusion of drag reducing polymers in a turbulent boundary layer.— J. Hydronaut., 1972, v. 6, № 1, p. 27–33.
7. Игнатьев В. Н., Кузнецов Б. Г. Диффузионная модель турбулентного пограничного слоя с полимером.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 4, № 4. Новосибирск, 1973, с. 78–87.
8. Васецкая Н. Г., Иселевич В. А., Пилипенко В. Н. Механическая деструкция полимерных молекул в турбулентном потоке.— В кн.: Некоторые вопросы механики сплошной среды, М.: Изд-во МГУ, 1978, с. 55–69.
9. Baker R. J., Launder B. E. The turbulent boundary layer with foreign gas injection.— I: Measurements in zero pressure gradient.— Int. T. Heat and Mass Transfer, 1974, v. 17, № 2, p. 275–306.
10. Мотулевич В. П. Турбулентный тепло- и массообмен на пластине при пористом отсосе и подаче различных газов.— Инж.-физ. ж., 1963, т. 6, № 1, с. 3–13.
11. Воюцкий С. С. Курс коллоидной химии. М.: Химия, 1975. 512 с.
12. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое.— В кн.: Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964, с. 304–325.
13. Алексин В. А., Совершенный В. Д. Численный расчет турбулентного пограничного слоя с резким изменением граничных условий.— В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1977, с. 55–63.
14. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972, 341 с.
15. Lang B. Drag measurements on a plate with injection of polymer solution.— Proc. 7th Int. Congr. Rheol. Gothenburg, 1976, Gothenburg, 1976, p. 316–317.
16. Walters R. R., Wells C. S. An experimental study of turbulent diffusion of drag-reducing polymer additives.— J. Hydronaut., 1971, v. 5, № 2, p. 65–72.

Москва

Поступила в редакцию  
2.VI.1982