

ПЕРЕХОД ОТ РЕГУЛЯРНОГО ОТРАЖЕНИЯ К МАХОВСКОМУ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ТВЕРДОЙ СТЕНКОЙ В ДВУХФАЗНОЙ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ

ВОЛОШИНОВ А. В., КОВАЛЕВ А. Д., ШИНДЯПИН Г. П.

Исследуется переход от регулярного отражения к маховскому при взаимодействии плоской умеренной или слабой ударной волны с твердой стенкой в двухфазной газожидкостной среде. С помощью равновесной модели, отличающейся от [1] введением адиабатической скорости звука, исследуется отражение ударной волны во всем диапазоне газосодержаний. При отражении слабых ударных волн используются нелинейные асимптотические разложения [2]. В предельных случаях результаты согласуются с известными для однофазных сред [2, 3].

1. Как показывают теоретические [1, 4, 5] и экспериментальные [6, 7] исследования, процесс отражения ударных волн в двухфазной высокодиспергированной газожидкостной среде для волн умеренной и малой интенсивности в широком диапазоне газосодержаний можно провести с помощью равновесной модели газожидкостной смеси. Уравнение состояния, внутреннюю энергию и адиабатическую скорость звука такой смеси можно представить в виде

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{1}{1+\gamma} \left(\frac{\gamma \rho^*}{\rho_g} + \frac{k}{k+p} \right), \quad E = c_v T = \frac{ap}{\rho} - \frac{bp}{\rho^*} \frac{k}{k+p}$$

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{(1+a)(k+p)^2}{a(k+p)^2 - bk^2 \rho / \rho^*} \frac{p}{\rho}$$

$$p = R \rho_g T, \quad \rho_f = \rho^* \left(1 + \frac{p}{k} \right), \quad a = (1+\gamma)b, \quad b = \frac{c_v}{\gamma R}, \quad c_v = \frac{c_{vf} + \gamma c_{vg}}{1+\gamma}$$

Здесь γ – массовое газосодержание, определяемое как отношение массы газа к массе жидкости в объеме смеси.

При автомодельном движении условия динамической совместности для элемента ударной волны интенсивности P с наклоном ξ' можно записать в виде

$$\left(\frac{U-w_i}{c_0} \right)^2 = \frac{\rho_0}{\rho_i} N(P), \quad N(P) = \frac{1+2a}{2} \frac{(d_1+P)(d_2+P)}{d_3+aP} \quad (1.1)$$

$$\frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} = \frac{U-w_{i+1}}{U-w_i} = \frac{N(P)-P}{N(P)}, \quad \xi' \left(\frac{u_{i+1}}{c_0} - \frac{u_i}{c_0} \right) = \frac{v_i}{c_0} - \frac{v_{i+1}}{c_0}$$

$$\frac{U}{c_0} = \frac{\xi - \eta \xi'}{\gamma \sqrt{1+\xi'^2}}, \quad w_i = \frac{u_i - \xi' v_i}{\gamma \sqrt{1+\xi'^2}}, \quad w_{i+1} = \frac{u_{i+1} - \xi' v_{i+1}}{\gamma \sqrt{1+\xi'^2}}$$

$$P = P_{i+1,t} = \frac{P_{i+1} - P_i}{B}, \quad B = \rho_0 c_0^2, \quad \xi' = \frac{d\xi}{d\eta}, \quad \xi = \frac{x}{c_0 t}, \quad \eta = \frac{y}{c_0 t}$$

$$d_1 = \frac{k+p_i}{B}, \quad d_2 = \frac{2(1+a)}{1+2a} \frac{P_i}{B}, \quad d_3 = ad_1 - \frac{b}{B} \frac{\rho_i}{\rho^*} \frac{k^2}{k+p_i}$$

Здесь индексы $i, i+1$ соответствуют параметрам перед и за фронтом ударной волны, 0 – значениям в покоящейся среде.

2. При отражении плоской ударной волны интенсивности P_{10} от твердой стенки с углом α между нормалью к стенке и фронтом волны в покоящейся газожидкостной среде с газосодержанием γ , записывая условия (1.1) для падающей ($P=P_{10}, \xi'=tg \alpha, i=1$) и отраженной ($P=P_{21}, \xi'=-tg \beta, i=2$) ударных волн и учитывая, что поток за фронтом отраженной волны параллелен стенке ($v_2=0$), получим после некоторых преобразований выражение, связывающее интенсивность и угол наклона отраженной волны

$$P_{21} = D_0 G \frac{D_1 + D_0 tg \beta}{tg \beta}, \quad G = \frac{\rho_i}{\rho_0} \frac{N(P_{10})}{1+tg^2 \alpha} \quad (2.1)$$

$$D_0 = \frac{P_{10} tg \alpha}{N(P_{10})}, \quad D_1 = 1+tg^2 \alpha - \frac{P_{10}}{N(P_{10})}$$

Используя (2.1) для исключения угла наклона отраженной волны из соответствующих условий (1.1), получим

$$F(P_{21}, P_{10}, \gamma, \alpha) = P_{21}^4 + N_3 P_{21}^3 + N_2 P_{21}^2 + N_1 P_{21} + N_0 = 0$$

$$N_3 = d_1 + d_2 - 2G(D_0^2 + D_1^2 a(1+2a)^{-1}) \quad (2.2)$$

$$N_2 = d_1 d_2 + G^2 D_0^2 (D_0^2 + D_1^2) - 2GD_0^2 (d_1 + d_2) - 2GD_1^2 d_3 (1+2a)^{-1}$$

$$N_1 = (d_1 + d_2) G^2 D_0^2 (D_0^2 + D_1^2) - 2GD_0^2 d_1 d_2$$

$$N_0 = G^2 D_0^2 (D_0^2 + D_1^2) d_1 d_2$$

Входящие в (2.2) коэффициенты d определены последней группой соотношений (1.1) при $i=1$.

Уравнение для определения границы $\alpha^* = \alpha^*(P_{10}, \gamma)$ между областями регулярного ($\alpha \geq \alpha^*$) и маховского ($\alpha < \alpha^*$) отражения получим, исключая P_{21} из системы $\partial F / \partial P_{21} = 0, F = 0$ (2.2)

$$(L_1 H - M L_2) M = L_0 H^2 \quad (2.3)$$

$$M = L_2 n_0 - L_0 n_2, \quad H = L_2 n_1 - L_1 n_2$$

$$L_2 = 2N_2 n_2 - N_3 n_1, \quad L_1 = 3N_1 n_2 - N_3 n_1, \quad L_0 = 4N_0 n_2$$

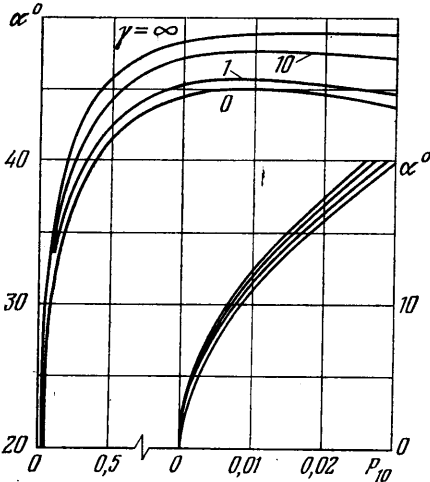
$$n_2 = 3N_3^2 - 8N_2, \quad n_1 = 2N_2 N_3 - 12N_1, \quad n_0 = N_1 N_3 - 16N_0$$

3. При отражении слабых ударных волн $P_{10} \ll 1$ с малым углом наклона $\alpha \sim \sqrt{P_{10}}$ воспользуемся асимптотическими соотношениями теории коротких волн [2]

$$P_{21} \sim P_{10}, \quad \beta \sim \sqrt{P_{10}}, \quad \xi - 1 \sim P_{10}, \quad \eta \sim \sqrt{P_{10}}$$

$$\frac{u}{c_0} \sim P_{10}, \quad \frac{v}{c_0} \sim P_{10} \sqrt{P_{10}}, \quad \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \sim P_{10} \quad (3.1)$$

При условиях (3.1) соотношения (2.1), (2.2) в первом приближении примут вид



$$\frac{P_{21}}{P_{10}} = \frac{\alpha^v}{2} (\alpha^v - \sqrt{\alpha^{v2} - 4}),$$

$$\frac{\beta}{\sqrt{R_0 P_{10}}} = \frac{1}{2} (\alpha^v + \sqrt{\alpha^{v2} - 4})$$

$$\left(R_0 = \frac{B}{p_0} \left(\frac{1+2a}{2(1+a)} - \frac{a}{1+a} \frac{B}{k+p_0} + \frac{p_0}{k+p_0} \right), \quad \alpha^v = \frac{\alpha}{\sqrt{R_0 P_{10}}} \right)$$

Уравнение границы между областями регулярного и маховского отражения (2.3) в первом приближении запишется в виде

$$\alpha^v = \frac{\alpha}{\sqrt{R_0 P_{10}}} = 2 \quad (3.2)$$

4. На фигуре приведены результаты расчета согласно уравнениям (2.3) и (3.2) границ между областями регулярного и маховского отражения ударных волн в воздуховодяных смесях при различных газосодержаниях γ и стандартных условиях: $p = 1,01 \cdot 10^5$ Па, $k = 2,07 \cdot 10^9$ Па, $\rho_{g0} = 1,293$ кг/м³, $\rho^* = 999,56$ кг/м³, $R = 286,55$ Дж/кг·К, $c_{vj} = 4223,5$ Дж/кг·К, $c_{vg} = 721$ Дж/кг·К. Данные расчетов по уравнениям (2.3), (3.2) в предельном случае чистого газа ($\gamma \rightarrow \infty$) согласуются с теоретическими [2, 3] и экспериментальными результатами [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Паркин Б. Р., Гилмор Ф. Р., Броуд Г. Л. Ударные волны в воде с пузырьками воздуха.— В кн.: Подводные и подземные взрывы. М.: Мир, 1974, с. 152–258.
2. Шиндяпин Г. П. О регулярном отражении слабых ударных волн от жесткой стенки.— ПММ, 1965, т. 29, вып. 1, с. 114–121.
3. Ven-Dor G., Glass I. I. Domains and boundaries of non-stationary oblique shock-wave reflexions. 1. Diatomic gas.— J. Fluid Mech., 1979, v. 92, № 3, p. 459–496.
4. Eddington R. B. Investigation of supersonic phenomena in a two-phase liquid gas tunnel.— AIAA Journal., 1970, v. 8, № 1, p. 65–74.
5. Губайдуллин А. А., Ивандеев А. И., Нигматуллин Р. И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа.— Докл. АН СССР, 1976, т. 226, № 6, с. 1299–1302.
6. Гельфанд В. Е., Губин С. А., Тимофеев Е. И. Отражение плоских ударных волн от твердой стенки в системе пузырьки газа – жидкость.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2, с. 174–178.
7. Von Beckh P., Chawla J. M. Ausbereitungsgeschwindigkeit einer Druckstoerung in Flussigkeits (Gasgemischen).— Brennst. Waerme-Kraft, Karlsruhe, 1974, v. 26, № 2, p. 63–67.

Саратов

Поступила в редакцию
29.III.1982

Технический редактор *Е. В. Симицына*

Сдано в набор 18.07.83	Подписано к печати 16.09.83	Т-16834	Формат бумаги 70×108 ^{1/16}
Высокая печать	Усл. печ. л. 16,8	Усл. кр.-отг. 28,7 тыс.	Уч.-изд. л. 18,5
		Тираж 1690 экз.	Бум. л. 6,0
		Зак. 2987	

Издательство «Наука». 103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука». 121099, Москва, Шубинский пер., 10