

РАЗВИТАЯ КАВИТАЦИЯ ЗА ДИСКОМ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРУБЕ

АМРОМИН Э. Л., БУШКОВСКИЙ В. А., ДИАНОВ Д. И.

Опыт теоретического и экспериментального исследования развитых каверн в вертикальном потоке [1–3] показывает, что размеры и форма каверн в этом случае в большей степени зависят от числа Фруда, чем при горизонтальном обтекании. Эксперименты в продольном поле силы тяжести обычно проводятся в условиях ограниченного потока, что требует анализа влияния этого обстоятельства на их результаты. Подобный анализ для ограниченного стенками горизонтального течения известен и в приближенной [4–6], и в точной [7–10] постановке; задачи решались как для плоских, так и для пространственных течений. В настоящей работе решается в нелинейной постановке осесимметричная кавитационная задача по определению влияния стенования потока в вертикальной круглой трубе на развитую каверну. Полученные результаты хорошо описывают реализуемые в экспериментальных условиях каверны даже при значительном отличии формы сечения трубы от круга.

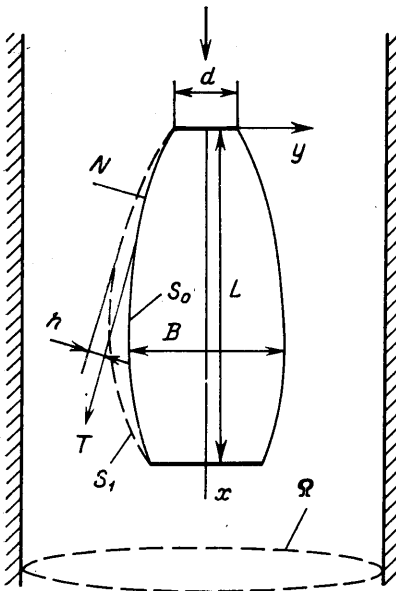
Пусть обтекающая препятствие в форме круглого диска жидкость является идеальной несжимаемой, течение – осесимметричным установившимся безвихревым; давление в каверне – постоянным, ее границы – непроницаемыми. Направления векторов скорости набегающего потока и ускорения свободного падения совпадают. Для моделирования потока в хвосте каверны применяется схема Рябушинского. Во всем занятом жидкостью пространстве можно ввести потенциал скорости Φ , удовлетворяющий уравнению Лапласа. На поверхности каверны S , смоченных поверхностях обтекаемого и фиктивного тела, а также на цилиндрической поверхности трубы соблюдается условие непротекания. Кроме того, на S должно выполняться условие постоянства давления, которое преобразуем с помощью интеграла Бернулли. Таким образом, имеем задачу

$$\Delta \Phi = 0 \tag{1}$$

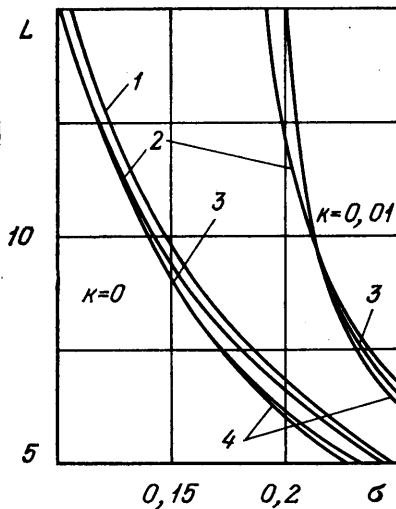
$$\frac{\partial \Phi(M)}{\partial N} = 0; \quad (M \in S \cup \Gamma); \quad -\frac{\partial \Phi(M)}{\partial T} = U = \sqrt{1 + \sigma + \frac{2x}{Fr^2}}; \quad (M \in S) \tag{2}$$

Здесь σ – число кавитации, вычисленное по разности давлений на уровне точки отрыва с кавитатора в невозмущенном потоке (в отсутствие тела) и в каверне, Fr – число Фруда, определенное по диаметру тела, принятому за единицу длины, Γ – совокупность твердых границ потока. Начало координат совмещено с центром диска (фиг. 1).

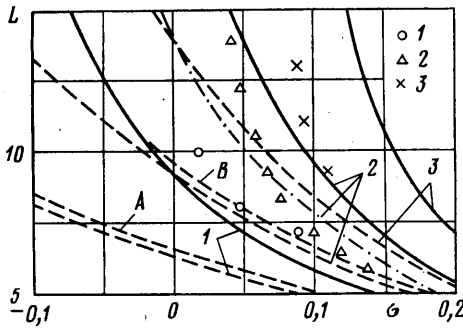
Задача состоит в нахождении формы поверхности каверны S , на которой одновременно выполняются условия (2) при заданных значениях чисел Фруда и кавитации. Задача является нелинейной, так как на произвольной поверхности невозможно выполнить два указанных условия одновременно и приходится подбирать ее форму.



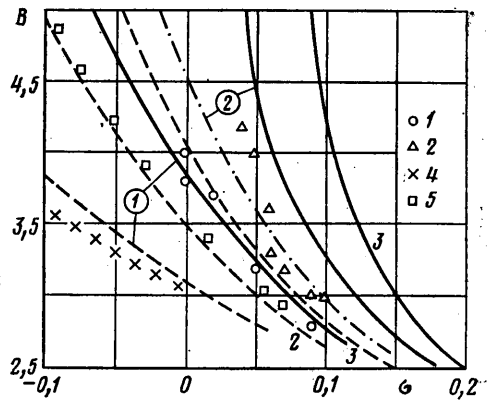
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Решение ищется методом работы [11], модифицированным для течения весомой жидкости, т. е. последовательными приближениями, каждое из которых включает в себя два этапа.

На первом этапе для известной формы поверхности S_0 решается внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа, т. е. задача только с первым условием (2), сводящаяся к системе линейных алгебраических уравнений. Внешняя задача Неймана, или прямая задача гидромеханики, решается с использованием неупрощенных интегральных уравнений теории потенциала, и при соответствующем увеличении объема вычислений может быть достигнута любая точность определения производных Φ на S_0 или Γ .

На втором этапе решается обратная задача отыскания формы S по выставленным на S_0 условиям. Φ на S представляется в виде суммы определенных вне S_0 потенциалов простого слоя $\Phi_0 + \varphi$. Второй из них удовлетворяет уравнениям

$$\frac{\partial \varphi}{\partial N} + \frac{\partial h U_0}{\partial T} = 0; \quad U_0 = -\text{grad } \Phi_0 \quad (3)$$

$$2U_0 \frac{\partial \varphi}{\partial T} + \sigma + \frac{2x}{Fr^2} = U_0^2 - 1$$

Здесь U_0 — касательная скорость на исходной поверхности S_0 , полученная на первом этапе приближения. Уравнения (3) представляют собой уравнения (2), линеаризованные относительно φ — возмущения потенциала и h — расстояния между искомой и известной поверхностью.

Величина h на концах каверны должна также удовлетворять соотношениям

$$h(0) = 0, \quad h(L) = 0, \quad \frac{dh}{dT}(L) = 0 \quad (4)$$

При вычислениях удобно фиксировать не параметры Fr и σ , а длину каверны L и ширину фиктивного тела, числа же Фруда и кавитации определять из условий (4) при $x=L$. Первое из условий (4) используется как начальное для обыкновенного дифференциального уравнения (3), второе, с помощью (3), записывается как интегральное уравнение относительно плотности потенциала φ или обильности источников q , а третье сводится к известному условию существования ограниченного на обоих концах решения интегрального уравнения (3). Как и в [11], это сингулярное уравнение решается относительно q только на границе каверны.

После решения обратной задачи (3)–(4) проверяется второе условие (2) с использованием найденных в процессе решения значений σ и Fr . Если это условие не выполняется с необходимой точностью, то по вычисленной в обратной задаче величине h строится новая поверхность; затем можно переходить к первому этапу следующего приближения.

Изложенным методом были выполнены тестовые расчеты обтекания диска с каверной невесомой жидкостью при двух значениях коэффициента загрузки сечения трубы $k = \pi d^2 / 4\Omega$ (d — диаметр диска; Ω — площадь поперечного сечения трубы). Результаты расчетов в виде зависимости L (отношения длины каверны к d) от числа кавитации и их сравнение с результатами работ [6, 7, 9] показано на фиг. 2, где кривая 1 построена по [9], кривая 2 соответствуют тестовому расчету авторов, 3 — построены по формуле работы [6], 4 — по материалам, приведенным в [7].

Результаты расчетов, выполненных развитым в работе методом для каверн за диском в весомой жидкости, приведены на фиг. 3, 4 в виде зависимости относитель-

тных размеров каверны (длины L и ширины B) от числа кавитации для ряда чисел Fg и различных значений коэффициента загрузки сечения трубы. Сплошные линии на фиг. 3, 4 соответствуют $k=0,012$, штрихпунктирные — $k=0,0066$, пунктирные — $k=0$. Цифрами 1–3 обозначены группы кривых, относящиеся к $Fg=4,7; 6,7; 9,7$ соответственно. Характер зависимостей $L(\sigma)$ и $B(\sigma)$ сохраняется таким же, что и для невесомой жидкости. Весомость же приводит к существенному изменению формы, размеров каверны и смещению ее максимального по площади поперечного сечения в хвост, возрастающему по мере уменьшения Fg . Кавернам фиксированной длины при уменьшении Fg соответствуют меньшие числа кавитации. Количественная информация об этом приведена на фиг. 5, где изображены контуры вертикальных каверн для ряда значений Fg и σ (кривая 1 соответствует $\sigma=0,043$ и $Fg=4,7$; 2 — 0,14 и 6,7; 3 — 0,19 и ∞ ; 4 — 0,12 и 4,7; 5 — 0,28 и ∞). Расчет относится к $k=0,012$, d принято за единицу длины.

Результаты выполненных расчетов были сопоставлены с экспериментальными данными [3] для осесимметричного потока в вертикальной трубе, полученными при незначительной загрузке сечения потока ($k \approx 0,001$) и показали хорошее с ними согласование (точки 4 на фиг. 4 относятся к $Fg=4,5$; 5 — $Fg=6,8$).

Наряду с этим было также проведено сравнение результатов расчета с экспериментально определенными размерами каверн за диском диаметром 32 мм в вертикальной трубе прямоугольного поперечного сечения $0,35 \times 0,2$ м ($k=0,012$). Экспериментальные результаты представлены на фиг. 3, 4, где группы точек 1–3 соответствуют $Fg=4,7; 6,7; 9,7$.

Замена круглого сечения на квадратное в горизонтальных трубах мало сказывается на размерах каверны [10]. Трубы иной формы сечения, тем более для условий вертикального потока, не рассматривались. Поскольку в условиях проведенного эксперимента наблюдения за каверной и измерение ее размеров производились в плоскости более широкой стенки рабочего участка, представлял интерес расчет для такой загрузки его сечения по площади, как если бы оно имело форму квадрата со стороной, равной более широкой стороне прямоугольника. Соответствующая этому условию кривая нанесена на фиг. 3, 4 штрихпунктиром ($k=0,0066$). Оказалось, что экспериментальные точки для сравнительно небольших каверн удовлетворительно согласуются с кривой для $k=0,0066$. Значительное же расхождение теории с экспериментом для более длинных каверн объясняется, по-видимому, ограниченными по длине размерами использованной вертикальной трубы и влиянием расположенного на ее выходе поворотного колена для слива воды.

Таким образом, рассмотренный метод расчета позволяет в основном учесть связанные с ограниченностью потока изменения параметров каверны даже в случае отклонения реализуемого в опытах течения от осесимметричного, если длина каверны значительно меньше длины трубы.

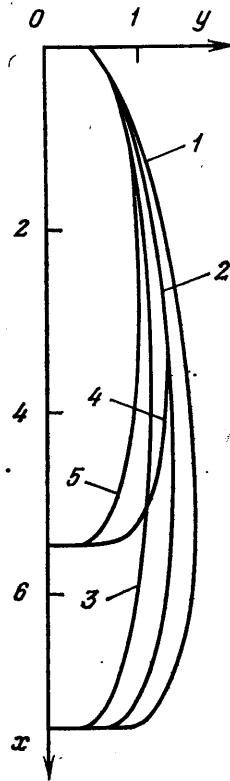
Надо отметить, что в силу особенностей течения в хвосте каверны, не отраженных в описанной здесь теории, а также затрудняющих измерение длины в экспериментах (из-за условности самого понятия длины каверны), расхождение на 10–20% измеренных и вычисленных значений $L(\sigma)$ может быть признано допустимым.

Полученные расчетные зависимости (фиг. 3, 4) позволили также судить о возможности применения для пересчета характеристик каверн на неограниченный поток простого вида поправки, предложенной в [5]. Для вертикального потока весоной жидкости указанная в [5] зависимость была приведена к виду

$$\sigma_{\infty} = \sigma - \frac{(\sigma_{\min} + L Fg^{-2})^2}{2(\sigma + L Fg^{-2})} \quad (5)$$

Здесь σ , σ_{∞} — числа кавитации в трубе и в неограниченном потоке; σ_{\min} — число кавитации, при котором происходит заклинивание трубы. В формуле (5) предполагается, что расстояние от точки схода до сечения миделя близко к половине длины каверны. На фиг. 3 кривыми А и В представлены зависимости длины каверны от числа кавитации в безграничной жидкости для $Fg=4,7; 6,7$, полученные путем пересчета по формуле (5) результатов расчета авторов с $k=0,012$ на $k=0$.

При определении параметров каверны в неограниченном потоке (поправки на ограниченность потока) может оказаться удобным также использование непосредственно зависимостей с фиг. 4, поскольку $B(\sigma)$ легче измерять, чем $L(\sigma)$.



Фиг. 5

В заключение следует отметить, что описанный здесь метод пригоден для расчета осесимметричных каверн за телами с произвольной формой меридионального сечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гузевский Л. Г., Зуйкова В. И.* Кавитационные течения в продольном поле силы тяжести. — В кн.: Пристенные течения со свободными поверхностями. Новосибирск, 1980, с. 18–30.
2. *Болотин А. Ф., Дианов Д. И.* Экспериментальное исследование искусственных каверн за дисками при различных углах наклона набегающего потока к горизонтали. — В кн.: Экспериментальная гидромеханика судна. Л.: Судостроение, 1975, с. 63–70.
3. *Гульнев С. И., Капанкин Е. Н.* Об особенностях кавитационного обтекания тел вертикальным потоком жидкости. — Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 2, с. 56–62.
4. *Биркгоф Г., Сарантонелло Э.* Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964. 466 с.
5. *Карликов В. П., Шоломович Г. И.* Метод приближенного учета влияния стенок при кавитационном обтекании тел в гидродинамических трубах. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 4, с. 89–93.
6. *Эпштейн Л. А., Лапин В. М.* Приближенный расчет влияния границ потока на длину каверны в плоской задаче и за осесимметричным телом. — Тр. ЦАГИ, 1980, вып. 2060, с. 3–24.
7. *Brennen C.* A numerical solution of axisymmetric cavity flows. — J. Fluid. Mech., 1969, v. 37, № 4, p. 671–688.
8. *Амромин Э. Л., Иванов А. Н.* Осесимметричное кавитационное обтекание тела в трубе. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 4, с. 50–55.
9. *Гузевский Л. Г.* Влияние стенок на плоские и осесимметричные кавитационные течения. — В кн.: Пристенные течения со свободными поверхностями. Новосибирск, 1980, с. 5–30.
10. *Street R. L.* A review of numerical methods for solution of three dimensional cavity flow problems. — In: Proc. Sec. Intern. Conf. Numer. Ship Hydrodynamics, Berkeley, 1977, p. 237.
11. *Иванов А. Н.* Гидродинамика развитых кавитационных течений. Л.: Судостроение, 1980. 238 с.

Ленинград

Поступила в редакцию
25.V.1982.

УДК 532.546

КОНЦЕВОЙ ЭФФЕКТ КАПИЛЛЯРНОГО ЗАПИРАНИЯ ВЫТЕСНЯЕМОЙ ФАЗЫ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ

ПЕНЬКОВСКИЙ В. И.

Получены частные решения двух задач установившейся фильтрации несмешивающихся жидкостей. Решения указывают на существование концевого эффекта капиллярного запираания вытесняемой фазы, приводящего к значительному уменьшению расхода вытесняющей фазы.

Одномерное движение двух несмешивающихся жидкостей в гидрофильной пористой среде может быть описано, как известно [1], системой уравнений

$$\begin{aligned} \sigma \frac{\partial s}{\partial t} &= k \frac{\partial}{\partial x} \left[f(s) \frac{\partial p}{\partial x} \right] \\ -\sigma \frac{\partial s}{\partial t} &= k_1 \frac{\partial}{\partial x} \left[f_1(s) \frac{\partial p_1}{\partial x} \right], \quad p = p_1 + p_k(s) \end{aligned} \quad (0.1)$$

Здесь k , k_1 — отнесенные к вязкостям проницаемости среды при однородном течении (полном насыщении пор данной жидкостью), $f(s)$, $f_1(s)$ — относительные фазовые проницаемости, s — насыщенность пор несмачивающей фазой (нефтью), σ — полная пористость среды, p , p_1 — давления в несмачивающей и смачивающей (воде) фазах соответственно, $p_k(s) \geq 0$ — скачок давления на границе фаз.

Обрабатываемые, согласно имеющейся методике [2], опытные данные показывают, что безразмерные функции $f(s)$ и $f_1(s)$ зависят от критерия $\pi = \alpha / (k_0 |\text{grad } P|)$, где k_0 — проницаемость среды, α — поверхностное натяжение, P — некоторое среднее давление в смеси. Кроме того, считается общепринятым [1, 3] предположение о существовании остаточных насыщенныхностей s_0 и s^0 таких, что $f(s_0) = f_1(s^0) = 0$, и отмечается гистерезис кривых относительных проницаемостей в зависимости от того, какая из фаз является вытесняющей.

Существование остаточной водонасыщенности $1 - s^0$ может быть объяснено, на-