

УДК 532.5.013.4:538.4

БИФУРКАЦИИ ФИГУР РАВНОВЕСИЯ В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ И ВЛИЯНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

КОЛОДЯЖНЫЙ А. А., ЛАДИКОВ Ю. П.

Ветвление решений нелинейных дифференциальных уравнений происходит при достижении параметрами задачи тех критических значений, при которых происходит потеря устойчивости в линеаризованной постановке [1–3]. Большинство работ посвящено исследованию характеристик в малой окрестности точек бифуркации. Исключение составляет исследование форм равновесия упругих стержней и оболочек [1], в которых определяются новые формы равновесия в закритической области.

В работе [4] изучались бифуркационные режимы течения двух слоев жидкости в длинноволновом приближении. В настоящей статье используется метод [4] для исследования бифуркаций равновесия жидкого металла (плазмы), удерживаемого в подвешенном состоянии магнитным полем. В случае, когда расстояние нижней поверхности жидкого металла, удерживаемого магнитным полем, от индуктора становится больше удвоенной толщины слоя металла, наступает потеря устойчивости [5]. Возникает вопрос, какую форму примет жидкий металл после потери устойчивости, а также, можно ли повлиять на эту новую форму металла системой автоматического управления по принципу обратной связи при произвольной пространственной структуре регулятора.

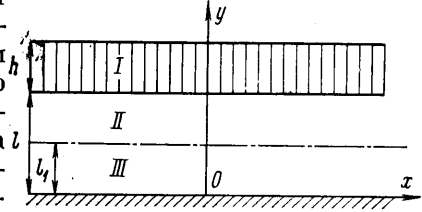
Для линейных дифференциальных операторов, решение которых разлагается в ряд по собственным функциям, пространственная структура регулятора должна состоять из совокупности взаимно ортогональных подсистем, каждая из которых взаимодействует только с одной формой колебаний, соответствующей определенной собственной функции [6]. Это вызывает технические трудности при реализации систем управления, в особенности когда неустойчивых форм достаточно много. Кроме того, в реальных пространственно распределенных системах всегда имеются шумы высокого уровня. Отфильтровать такие шумы при малых колебаниях обычно трудно. Поэтому возникает вопрос, нельзя ли, используя взаимодействие между собой форм колебаний, на нелинейном уровне управлять ими с помощью одной пространственно распределенной подсистемы, тем более что при больших амплитудах полезный сигнал отфильтровать легче.

1. Бифуркации решения задачи о плоском слое жидкого металла, удерживаемого магнитным полем. В работе [5] была исследована устойчивость удержания хорошо проводящего жидкого металла высокочастотным полем круговой поляризации. Там же было показано, что при достаточно высокой частоте поля (малом скин-слое) задача эквивалентна удержанию бесконечно проводящей тяжелой жидкости стационарным магнитным полем. Для сокращения изложения будем рассматривать слой тяжелой бесконечно проводящей жидкости толщины h , удерживаемый магнитным полем H_0 , направленным вдоль оси X (фиг. 1). Верхняя граница слоя — горизонтальная непроницаемая стенка, т. е. жидкость находится как бы под невесомой «крышкой», нижняя граница свободная. В области $0 < y < l$ — вакуум с магнитным полем. Граница $y=0$ — высокопроводящая стенка, по которой течет ток (индуктор).

Исследование роста возмущений в линеаризованной задаче [5] приводит к условию устойчивости: $2kh \operatorname{cth} kl > 1$, где $k=2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны возмущения равновесного состояния. При $l < 2h$ равновесное состояние устойчиво по отношению к любым возмущениям. При $l=2h+\varepsilon$ для любых сколь угодно малых ε возмущения с длинами волн

$\lambda > 2\pi(2h + \varepsilon)(4h - \varepsilon)^{1/2}(6\varepsilon)^{-1/2}$ нарушают устойчивость системы. Таким образом, смена устойчивости наступает при $l = 2h$ для длинноволновых возмущений, т. е. $l = 2h$ является точкой бифуркации [1-3].

Перейдем теперь к исследованию бифуркационных форм равновесия. Будем предполагать, что жидкий металл находится в равновесном состоянии, но нижняя свободная граница имеет неизвестную пока форму. По законам гидростатики давление в жидкости с учетом равенства нулю на верхней границе равно $p = \rho g(l + h - y)$, где g — ускорение силы тяжести, ρ — плотность жидкого металла. На нижней свободной границе гидродинамическое давление должно равняться магнитному



Фиг. 1

$$\rho g(l + h - y) = -\frac{1}{2}\mu(H_x^2 + H_y^2) \quad (1.1)$$

Здесь μ — магнитная проницаемость, а H_x , H_y — компоненты напряженности магнитного поля в вакууме.

В области, занятой магнитным полем, удовлетворяются уравнения

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0, \quad \text{div } \mathbf{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

Введем магнитную силовую функцию $\psi(x, y)$ с помощью равенств

$$H_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad H_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.3)$$

Магнитные силовые линии определяются из $\psi(x, y) = \gamma = \text{const}$, причем γ выберем так, чтобы $\psi(x, y) = 0$ на поверхности индуктора и $\psi(x, y) = \gamma_0$ на поверхности металла. Будем считать, что уравнение $\psi(x, y) = \gamma$ обратимо относительно y : $y = F(x, \gamma)$, $0 \leq \gamma \leq \gamma_0$. Перейдем к новым переменным: x , γ , $H_x(x, \gamma)$ и $F(x, \gamma)$, тогда уравнение (1.2) и граничное условие (1.1) примут вид

$$H_x = \left(\frac{\partial F}{\partial \gamma}\right)^{-1}, \quad H_y = -\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial F}{\partial \gamma}\right)^{-1} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \gamma^2} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \gamma}\right)^2 - \frac{\partial^2 F}{\partial \gamma^2} \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + 2 \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial \gamma} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial \gamma}$$

$$\rho g(l + h - F) = -\frac{1}{2}\mu H_x^2 \left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2\right] \quad (\gamma = \gamma_0) \quad (1.5)$$

Будем решать задачу в длинноволновом приближении (теория мелкой воды). В качестве безразмерного малого параметра выберем отношение характерной толщины слоя жидкого металла к характерной длине. Перейдем к безразмерным переменным, причем горизонтальную переменную выберем растянутой

$$\xi = \frac{\varepsilon^{1/2} x}{h}, \quad \eta = \frac{\gamma}{H_0 h}, \quad H_x^* = \frac{H_x}{H_0}, \quad F^* = \frac{F}{h}, \quad \eta_0 = \frac{l}{h} = s \quad (1.6)$$

Тогда уравнения и граничные условия примут вид (звездочки опускаем)

$$H_x \frac{\partial F}{\partial \eta} = 1, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} = -\varepsilon \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)^2 - 2 \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} \right]$$

$$(1 + s - F) \left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)^2 = R_H \left[1 + \varepsilon \left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)^2\right] \quad (\eta = s) \quad (1.7)$$

$$F(\xi, 0) = 0, \quad R_n = \frac{\mu H_0^2}{2\rho gh}$$

где R_n — число магнитного давления.

Представим переменные в виде разложений в ряды по параметру ϵ

$$F = F^{(0)} + \epsilon F^{(1)} + \epsilon^2 F^{(2)} + \dots, \quad H_x = H_x^{(0)} + \epsilon H_x^{(1)} + \epsilon^2 H_x^{(2)} + \dots \quad (1.8)$$

Так как в качестве характерного параметра для магнитного поля выбрали H_0 , то в нулевом приближении $H_x^{(0)} = 1$. Решая систему уравнений нулевого приближения, получим $F^{(0)} = \eta$, $R_n = 1$, т. е. нижняя граница представляет собой плоскость $y = F^{(0)}(\xi, s) = s$. Параметр s остается пока неопределенным.

Из первого приближения найдем

$$\frac{\partial F^{(1)}}{\partial \xi} = A_1'(\xi)\eta, \quad (s-2)A_1'(\xi) = 0 \quad (1.9)$$

Таким образом, имеем два возможных случая: $A_1(\xi) = \text{const}$ — тогда приходим к плоской границе, или $A_1(\xi) \neq \text{const}$, но $s=2$ — в этом случае функция $A_1(\xi)$ может быть найдена из следующего приближения. То есть, при критическом значении $s=2$, что эквивалентно $l=2h$, происходит бифуркация положения равновесия с плоской границей.

Решим задачу для приближения второго порядка

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^{(2)}}{\partial \xi} &= -A_1'''(\xi)\frac{\eta^3}{6} + A_2'(\xi)\eta, \\ (2-s)A_2'(\xi) &= -A_1'''(\xi)\frac{s^3}{6} + A_1''(\xi)s^2 + 6A_1(\xi)A_1'(\xi) \end{aligned} \quad (1.10)$$

При $s=2$ приходим к уравнению для определения $A_1(\xi)$

$$\frac{4}{9}A_1'''(\xi) + A_1(\xi)A_1'(\xi) = 0 \quad (1.11)$$

Производя два раза интегрирование, найдем

$$A_1''(\xi) = -\frac{3}{4}(A_1^3(\xi) - 3CA_1(\xi) + 2C_1) \quad (1.12)$$

где C и C_1 постоянные.

В зависимости от наложения на систему различных условий после интегрирования (1.12) для различных соотношений между C и C_1 будем получать различные выражения $A_1(\xi)$ и соответственно вид бифуркационных форм равновесия будет меняться. Так, при $C_1^2 = C^3$ нижняя поверхность жидкого металла представляет собой уединенную волну (см. фиг. 2). При $C > 0$ и $C_1^2 < C^3$ возможно существование кноидальных волн. Во всех остальных случаях выражение для $A_1(\xi)$ имеет вид периодических решений с особыми точками, в которых происходит нарушение предположений теории мелкой воды. Физически эти точки представляют собой точки протекания жидкости (точки слива).

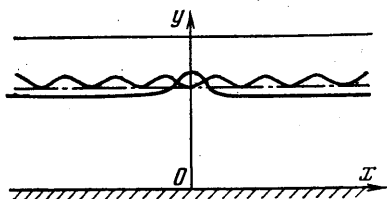
2. Бифуркации цилиндрического проводника в магнитном поле. Рассмотрим цилиндрический проводник (плазменный или жидкометаллический), расположенный внутри коаксиальной высокопроводящей оболочки (индуктора) (фиг. 3). По поверхности цилиндра течет ток, параллельный оси цилиндра, который создает азимутальное магнитное поле в вакууме вне цилиндра $H_\theta = H_1 a/r$. Кроме того, по поверхности индуктора течет ток, создающий продольное магнитное поле H_0 . Как и в предыдущей задаче, считаем, что магнитное поле в проводник не проникает (тонкий скин-слой).

Из исследования устойчивости цилиндрического проводника относительно длинноволновых возмущений типа перетяжек в линейаризованной постановке получен критерий устойчивости

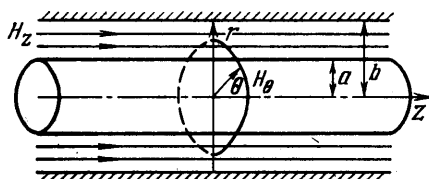
$$s^2 = \frac{a^2}{b^2} > \frac{H_1^2}{H_1^2 + 2H_0^2} = s^{*2} \quad (2.1)$$

По аналогии с предыдущим рассмотрением S^* является точкой бифуркации.

Для изучения бифуркационных форм равновесия будем опять предполагать, что проводник находится в равновесном состоянии, но форма его поверхности пока неизвестна. Гидродинамическое давление Π в проводнике есть постоянная величина. Магнитное поле в вакууме удовлет-



Фиг. 2



Фиг. 3

воряет уравнениям, записанным в цилиндрических координатах

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} = 0: \quad \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial H_\theta}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial (r H_\theta)}{\partial r} = 0, \\ \text{div } \mathbf{H} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r H_r)}{\partial r} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Так как нас интересуют возмущения только типа перетяжек, то считаем, что все величины являются функциями, не зависящими от θ .

Введем магнитную силовую функцию $\psi(r, z)$ из (2.2)

$$H_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (2.3)$$

причем считаем, что $\psi(r, z) = \gamma_a$ на поверхности цилиндрического проводника и $\psi(r, z) = \gamma_b$ на поверхности индуктора.

Обращая уравнение для магнитной силовой функции, получим $r = F(z, \gamma)$, $\gamma_a \leq \gamma \leq \gamma_b$. После замены переменных задача сводится к исследованию следующей системы уравнений и граничных условий:

$$\begin{aligned} H_z = \left(F \frac{\partial F}{\partial \gamma} \right)^{-1}, \quad H_r = \frac{\partial F}{\partial z} \left(F \frac{\partial F}{\partial \gamma} \right)^{-1}, \quad H_\theta = \frac{a H_1}{F}, \\ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(F \frac{\partial F}{\partial \gamma} \right) = -F \left[\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \gamma} \right)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial \gamma^2} \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 - 2 \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial \gamma} \frac{\partial^2 F}{\partial z \partial \gamma} \right], \\ F(z, \gamma) = b \quad (\gamma = \gamma_b) \\ \left(F \frac{\partial F}{\partial \gamma} \right)^2 \Pi = \frac{\mu}{2} \left[1 + a^2 H_1^2 \left(\frac{\partial F}{\partial \gamma} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (\gamma = \gamma_a) \end{aligned}$$

В длинноволновом приближении перейдем к безразмерным переменным с растянутой осевой координатой ξ

$$\xi = \frac{e^{1/2} z}{b}, \quad \eta = \frac{\gamma}{H_0 b^2}, \quad H^* = \frac{H}{H_0}, \quad F^* = \frac{F}{b}, \quad \Pi^* = \frac{\Pi}{\mu H_0^2},$$

$$\eta_0 = \frac{a^2}{2b^2} = \frac{s^2}{2}, \quad \eta_b = \frac{1}{2} \quad (2.4)$$

$$H_r = \left(F \frac{\partial F}{\partial \eta} \right)^{-1}, \quad H_0 = \frac{sH_I}{F}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(F \frac{\partial F}{\partial \eta} \right) = -\varepsilon F \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} \right)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} \right],$$

$$F(\xi, \eta) = 1 \quad \left(\eta = \frac{1}{2} \right)$$

$$\left(F \frac{\partial F}{\partial \eta} \right)^2 \Pi = \frac{1}{2} \left[1 + s^2 H_I^2 + \varepsilon \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right)^2 \right] \quad \left(\eta = \frac{s^2}{2} \right) \quad (2.6)$$

(звездочки у безразмерных величин опущены).

Представляя переменные в виде разложений в ряды по параметру ε , в нулевом приближении получим

$$F^{(0)} = (2\eta)^{1/2}, \quad \Pi = (1 + H_I^2)/2 \quad (2.7)$$

При $\eta = s^2/2$ $F^{(0)} = s$, т. е. в нулевом приближении проводник сохраняет цилиндрическую форму, не зависящую от ξ .

В первом приближении найдем

$$\frac{\partial F^{(1)}}{\partial \xi} = A_1'(\xi) \left(\frac{1}{2\eta^{1/2}} - \eta^{1/2} \right) \quad (2.8)$$

Подставляя это значение $F^{(1)}$ в граничное условие (2.6), придем к соотношению, подобному полученному в предыдущей задаче

$$A_1'(\xi) (-2s^2 - s^2 H_I^2 + H_I^2) = 0 \quad (2.9)$$

т. е. при $A_1(\xi) = \text{const}$ проводник имеет цилиндрический вид, а при $s^2 = = H_I^2/(2 + H_I^2) = s^{*2}$ происходит бифуркация положения равновесия проводника с цилиндрической поверхностью, что совпадает с выводом, сделанным из решения линеаризованной задачи устойчивости.

Во втором приближении

$$\frac{\partial F^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{1}{(2\eta)^{1/2}} \left[-A_1(\xi) A_1'(\xi) \left(\frac{1}{4\eta} + \eta - 1 \right) - \frac{1}{2^{1/2}} A_1''(\xi) \eta \ln \eta - \eta + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln 2 - \eta^2 + \frac{3}{4} \right] + A_2'(\xi) \left(\eta - \frac{1}{2} \right) \Big]$$

Из граничного условия (2.6) при критическом значении параметра s^* получим уравнение для определения $A_1(\xi)$

$$a A_1'''(\xi) + b A_1(\xi) A_1'(\xi) = 0 \quad (2.10)$$

$$a = -2^{-3/2} (2 + H_I^2) [2 \ln H_I + \ln (2 + H_I^2)] + 2^{-3/2} \ln 2 - 2^{-5/2} (6 + H_I^2),$$

$$b = (5H_I^4 - 3H_I^2 - 12)/2H_I^2$$

Видно, что это уравнение с точностью до постоянной совпадает с (1.11), полученным в предыдущей задаче, т. е. бифуркационные формы равновесия имеют аналогичный вид, симметричный относительно оси проводника.

3. Влияние системы автоматического управления на бифуркационные формы равновесия. Исследуем влияние системы автоматического управления на фигуры равновесия жидкого металла в закритической области. Предположим, что на расстоянии l_1 от индуктора (фиг. 1) расположен управляющий контур с плотностью намотки $\rho(x)$. Плотность намотки определяется из соотношения $j_0(x) = I\rho(x)$, где $j_0(x)$ — поверхностная плот-

ность тока в обмотке, I — полный ток, протекающий по сечению каждого проводника.

Влияние на формы равновесия жидкого металла будет достигаться через дополнительное магнитное поле, которое создается обмоткой. Ток в проводниках обмотки, определяемый через магнитный поток Φ_0 через обмотку, согласно [6] равен

$$I = k\Phi_0 = k \int_{-\infty}^{\infty} H_y \Gamma dx \quad (3.1)$$

где k — коэффициент усиления, создаваемый в электрической цепи обмотки внешними источниками энергии, Γ — функция намагничивания, $\rho(x) = \partial\Gamma/\partial x$.

Таким образом, при нарушении плоской формы металла возникает составляющая магнитного поля H_y , которая, пронизывая обмотку, вызывает в ней ток I , создающий благодаря усилителям дополнительное магнитное поле H_s , оказывающее обратное воздействие в виде магнитного давления на жидкий металл. Тем самым замыкается обратная связь.

Для решения поставленной задачи нужно рассмотреть три области, показанные на фиг. 1. Область I занята жидким металлом, II — область между жидким металлом и управляющей оболочкой (вакуум) и III — между управляющей оболочкой и индуктором.

На управляющей оболочке должны выполняться два граничных условия: непрерывность нормальной составляющей магнитного поля H_y и равенство скачка касательной составляющей магнитного поля поверхностному току

$$H_x^{II} - H_x^{III} = j_0 \quad (3.2)$$

Перейдем к безразмерным координатам, обозначая $y = F(\xi, \eta)$ и $y = f(\xi, \eta)$ в областях II и III, $s_1 = l_1/h$. Таким образом, для исследования в областях II и III имеем уравнения, подобные (1.7), и следующие граничные условия:

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial F}{\partial \eta}, \quad \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} \right)^{-1} - \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^{-1} = j_0 \quad (\eta = \eta_s) \quad (3.4)$$

$$F(\xi, \eta_s) = f(\xi, \eta_s) = s_1, \quad f(\xi, 0) = 0 \quad (3.5)$$

Будем разлагать переменные по параметру ε . В нулевом приближении:

$$F^{(0)} = f^{(0)} = \eta, \quad j^{(0)} = 0, \quad \eta_s^{(0)} = s_1 \quad (3.6)$$

Т. е. в нулевом приближении жидкий металл находится в состоянии равновесия с плоской нижней границей и ток в обмотке системы автоматического управления отсутствует. На состояние равновесия она не влияет.

В первом приближении

$$F^{(1)} = A_1(\xi)\eta + B_1(\xi), \quad f^{(1)} = a_1(\xi)\eta \quad (3.7)$$

$$B_1(\xi) = [a_1(\xi) - A_1(\xi)]s_1, \quad j^{(1)} = a_1(\xi) - A_1(\xi)$$

С учетом (3.3), (3.4)

$$(2-s)A_1'(\xi) - j^{(1)'}s_1 = 0 \quad (3.8)$$

Если ток $j^{(1)} = 0$, то бифуркация форм равновесия наступает как и прежде при $s=2$. В противном случае ($j^{(1)} \neq 0$) возникающий в управляющей обмотке ток создает магнитное давление, которое препятствует образованию новых форм равновесия.

Таким образом, условием существования новых форм равновесия при критическом значении параметра $s=2$ является физически очевидное усло-

ние $j^{(1)}=0$. Это условие сводится к

$$\int_{-1}^1 a_1'(\xi) \Gamma(\xi) d\xi = 0 \quad (3.9)$$

Запишем значения функций, найденных в первом приближении

$$F^{(1)}=f^{(1)}=A_1(\xi)\eta, \quad \eta^{(1)}=-A_1(\xi)s_1, \quad j^{(1)}=0 \quad (3.10)$$

$$\int_{-1}^1 A_1'(\xi) \Gamma(\xi) d\xi = 0$$

Для того, чтобы исследовать бифуркационные формы равновесия жидкого металла при наличии управляющей системы, а также чтобы оценить возможность влияния системы управления на амплитуду возмущенной поверхности, рассмотрим второе приближение

$$F^{(2)}=-A_1''(\xi)\eta^3/6+A_2(\xi)\eta+B_2(\xi), \quad f^{(2)}=-A_1''(\xi)\eta^3/6+a_2(\xi)\eta \quad (3.11)$$

Из условий (3.4) и (3.3) найдем

$$(2-s)A_2'(\xi)+2A_1(\xi)A_1'(\xi)(1-2s)+A_1'''(\xi)(s^3/6-s^2)-j^{(2)'}s_1=0 \quad (3.12)$$

При $s=2$, учитывая условие из первого приближения после преобразований получим

$$A_1''(\xi)+\frac{9}{8}A_1^2(\xi)+\frac{3}{8}WG\rho(\xi)=c \quad (3.13)$$

$$W=2ks_1^2(16-3s_1^2)/(16-ks_1^4I_0), \quad \rho'\neq 0, \quad W=(2-3s_1^2/8)ks_1^2, \quad \rho'=0$$

$$I_0=\int_{-1}^1 \rho'(\xi) \Gamma(\xi) d\xi, \quad G=-\int_{-1}^1 A_1(\xi)A_1'(\xi) \Gamma(\xi) d\xi \quad (3.14)$$

Считая $\mu=WG$ малым, представим $A_1(\xi)$ в виде разложения по степеням μ . Для примера будем рассматривать функцию намагничивания в виде $\Gamma(\xi)=\alpha+\beta\xi$, где α и β — постоянные. Для $A_1(\xi)$ заданы граничные условия $A_1(-1)=-1$, $A_1(1)=1$. Тогда в первом приближении $A_1(\xi)=-3\beta(\xi^2-1)/16+\xi$. Из (3.9) найдем $\alpha=\beta^2/8$, а из (3.14): $WG=g(\beta)/W$, где $g(\beta)$ — ограниченная функция. Выбирая W большим, можно удовлетворить условию малости μ . Так при $s_1=1/2$ коэффициент усиления $k>128(3\beta^3/160-2\beta/3)^{-1}/64$.

Таким образом, выбором функции намагничивания (плотности намотки) и коэффициента усиления, можно удовлетворить граничным условиям и сделать $A_1(\xi)$ малым. С помощью одной обмотки можно влиять на характер бифуркационных форм равновесия и даже сделать их как угодно близкими к невозмущенной форме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антман С. Формы равновесия нелинейно-упругих стержней. — В кн.: Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения. М.: Мир, 1974, с. 194—208.
2. Келлер Д. Б. Теория ветвления решений обыкновенных дифференциальных уравнений. — В кн.: Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения. М.: Мир, 1974, с. 19—34.
3. Бергер М. С. Теория бифуркаций в случае нелинейных эллиптических дифференциальных уравнений и систем. — В кн.: Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения. М.: Мир, 1974, с. 71—113.
4. Стокер Д. Д. Бифуркационные явления в теории поверхностных волн. — В кн.: Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения. М.: Мир, 1974, с. 152—166.
5. Ладиков Ю. П. Удержание жидкого металла в вакууме магнитным полем круговой поляризации при наличии проводящего кожуха. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2, с. 8—16.
6. Ладиков Ю. П. Стабилизация процессов в сплошных средах. М.: Наука, 1978. 432 с.

Киев

Поступила в редакцию
29.IV.1982