

ляется фигура 3, на которой изображена изоповерхность концентрации легкого газа $C=0,5$ в различные моменты времени ($t=1; 3; 5; 12,5$), соответствующие характерным фазам течения для варианта расчета $N=3$. В данном случае согласно [1] реализуется многоциркуляционный колебательный режим течения. После изъятия перегородки газ, имеющий больший молекулярный вес, как бы «сползает» вниз, выталкивая вверх более легкий газ. При этом возникает весьма интенсивное циркуляционное течение, направленное по часовой стрелке. В результате изолинии концентрации сильно деформируются и распределение плотности смеси в горизонтальных сечениях объема становится немонотонным. Это приводит к возникновению двух дополнительных вихрей в левом нижнем и правом верхнем углах области. В дальнейшем эти вихри разрастаются и сливаются между собой, образуя единое циркуляционное течение, направленное против часовой стрелки. Далее описанный процесс повторяется в обратном направлении, сопровождаясь сравнительно медленным выравниванием состава смеси в объеме, и постепенно затухает во времени.

Качественно аналогичная картина наблюдается и при решении рассматриваемой задачи в трехмерной постановке (см. фиг. 3). Однако вблизи торцевых стенок области в этом случае наблюдается значительное искривление изоповерхностей концентрации, что обусловлено уже отмечавшимся выше тормозящим действием этих стенок, и лишь при достаточно больших значениях параметра L_2/L результаты решения трехмерной задачи практически совпадают с решением, полученным в рамках двумерной постановки.

В заключение отметим, что подобные выводы были сделаны в работах [4, 5], в которых анализировалось влияние пространственных эффектов на характеристики тепловой естественной конвекции в замкнутой прямоугольной области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Никулин Д. А., Стрелец М. Х. Расчет нестационарной концентрационной естественной конвекции в бинарных смесях газов с произвольным отношением плотностей. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 4, с. 26–31.
2. Никулин Д. А., Потехин Г. С., Стрелец М. Х. Приближенная система уравнений для описания нестационарной концентрационной естественной конвекции в бинарных газовых смесях. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 57–61.
3. Ramshaw J. D., Trapp J. A. Numerical technique for low-speed homogeneous two-phase flow with sharp interface. — J. Comput. Phys., 1976, v. 21, № 4, p. 438–453.
4. Chan A. M. C., Banerjee S. Three-dimensional numerical analysis of transient natural convection in rectangular enclosures. — Trans. ASME, J. Heat Transf., 1979, v. 101, № 1, p. 114–119.
5. Chan A. M. C., Banerjee S. A numerical study of three-dimensional roll cells within rigid boundaries. — Trans. ASME, J. Heat Transf., 1979, v. 101, № 2, p. 233–237.

Ленинград

Поступила в редакцию
12.IV.1982

УДК 532.517.2.013.4+536.423.1

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛЕНОЧНОГО КИПЕНИЯ

БУДОВ В. М., СОКОЛОВ В. А., ПЕМАГИН И. А.

Неустойчивость поверхности раздела жидкость — пар оказывает существенное влияние на интенсивность тепло- и массообмена при пленочном кипении [1]. Анализ условий возникновения волн межфазной поверхности позволит более точно интерпретировать полученные в экспериментах результаты и использовать их при разработке расчетных методик.

В системе координат, связанной с вертикальной поверхностью нагрева таким образом, что ось x направлена вдоль теплообменной поверхности вверх, а ось y — по нормали к ней, нестационарное течение несжимаемой паровой пленки описывается уравнениями при следующих нормальных и касательных напряжениях на границе фазового перехода [2]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy = - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \quad (1)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} U \delta = \frac{\nu_2}{K \text{Pr} \delta} \quad (2)$$

$$P = P_1 + \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \left(\frac{\nu_2 \rho_2}{K \text{Pr} \delta} \right)^2 - \sigma \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}, \quad P_1 = \text{const} \quad (3)$$

$$y = \delta, \quad u = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

Здесь t — время, u — продольная скорость, P — давление, ρ — плотность, ν — кинематическая вязкость, $g = 9,81(\rho_1/\rho_2 - 1)$ — приведенное ускорение силы тяжести, δ — толщина паровой пленки, σ — поверхностное натяжение, U — средняя по сечению скорость, Pr — число Прандтля, $K = r/CT$ — число фазового перехода, r — скрытая теплота фазового перехода, C — удельная теплоемкость, T — температурный напор, индексы 1 и 2 относятся соответственно к жидкости и пару.

Запись касательных напряжений в форме (4) позволяет без значительного усложнения математической формулировки задачи получить два предельных решения свободноконвективного движения паровой пленки. Для использования единой формы записи выражений введен безразмерный коэффициент N , который в соответствии с (4) равен 0,5 или 1.

В кинетическом граничном условии (2) считается, что поперечный поток массы вскипающей жидкости пропорционален отношению температурного напора ($1/K$) к толщине паровой пленки (δ).

Автомодельный профиль продольной скорости

$$u(x, y, t) = U(x, t) \frac{3}{N} \left(\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2N} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right)$$

удовлетворяет всем граничным условиям и позволяет записать с учетом выражения для нормальных напряжений усредненное по поперечной координате уравнение Навье — Стокса (1) в форме

$$F_4 \frac{\partial U}{\partial t} + F_2 \frac{U}{\delta} \frac{\partial \delta}{\partial t} + F_3 U \frac{\partial U}{\partial x} - F_1 \frac{U^2}{\delta} \frac{\partial \delta}{\partial x} = -3 \frac{\nu_2 U}{N \delta^2} + \frac{f}{\delta^3} \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{\sigma}{\rho_2} \frac{\partial^3 \delta}{\partial x^3} + g \quad (5)$$

$$F_1 = \frac{1,5}{N^2} \left(1 - \frac{1}{N} + \frac{0,2}{N^2} \right), \quad F_2 = \frac{3}{N} \left(0,5 - \frac{1}{3N} \right)$$

$$F_3 = \frac{1,5}{N^2} \left(1 - \frac{1}{2N} + \frac{0,1}{N^2} \right), \quad F_4 = \frac{1,5}{N} \left(1 - \frac{1}{3N} \right)$$

$$f = 2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left(\frac{\nu_2}{K Pr} \right)^2$$

Линеаризуя уравнения (5), (2) в окрестности произвольного стационарного состояния равновесия, удовлетворяющего условиям

$$U_0 = 0,5 \left(1 - \frac{1}{3N} \right) \frac{g \delta_0^2 N}{\nu_2}, \quad \delta_0 = \left[\frac{8 \nu_2^2 x}{3gK Pr N} \left(1 - \frac{1}{3N} \right)^{-1} \right]^{0,25}$$

с учетом того, что малые возмущения имеют вид плоских волн, получим

$$\begin{aligned} \Delta \delta = \delta' \exp i(kx - \omega t), \quad \Delta U = U' \exp i(kx - \omega t) \\ \left\{ \left(\frac{F_1 U_0^2}{\delta_0^2} + \frac{3f}{\delta_0^4} \right) \frac{d\delta_0}{dx} - 6 \frac{\nu_2 U_0}{N \delta_0^3} + i \left[\frac{\omega F_2 U_0}{\delta_0} - \frac{k F_1 U_0^2}{\delta_0} - \frac{kf}{\delta_0^3} + \frac{k^3 \sigma}{\rho_2} \right] \right\} \Delta \delta + \\ + \left\{ F_3 \frac{dU_0}{dx} - 2F_1 \frac{U_0}{\delta_0} \frac{d\delta_0}{dx} + \frac{3\nu_2}{N \delta_0^2} + i[kU_0 F_3 - \omega F_4] \right\} \Delta U = 0 \quad (6) \\ \left[\frac{dU_0}{dx} + \frac{\nu_2}{K Pr \delta_0^2} + i(kU_0 - \omega) \right] \Delta \delta + \left(\frac{d\delta_0}{dx} + ik\delta_0 \right) \Delta U = 0 \end{aligned}$$

где Δ — знак малого отклонения от стационарного значения; k — волновое число; ω — круговая частота; нижний индекс 0 — соответствие стационарному значению.

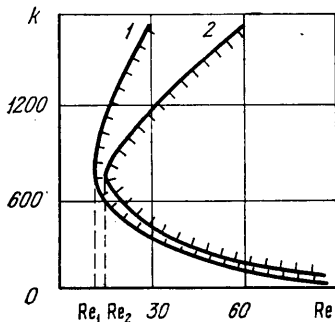
Из условия нетривальности решения системы уравнений (6) найдем дисперсионное соотношение

$$\begin{aligned} F_4 \omega^2 - \omega \left[kU_0(F_2 + F_3 + F_4) - i \left(\frac{U_0}{\delta_0} (F_2 - 2F_1) \frac{d\delta_0}{dx} + (F_4 + F_3) \frac{dU_0}{dx} + \frac{3\nu_2}{N \delta_0^2} + \frac{F_4 \nu_2}{K Pr \delta_0^2} \right) \right] - \\ - ik \left[2F_3 U_0 \frac{dU_0}{dx} - 2F_1 \frac{U_0^2}{\delta_0} \frac{d\delta_0}{dx} + \frac{9\nu_2 U_0}{N \delta_0^2} - \frac{2f}{\delta_0^3} \frac{d\delta_0}{dx} + \frac{F_5 \nu_2 U_0}{K Pr \delta_0^2} \right] + \quad (7) \end{aligned}$$

$$+k^2 \left(\frac{f}{\delta_0^2} + U_0^2 (F_1 + F_3) \right) + ik^3 \frac{\sigma}{\rho_2} \frac{d\delta_0}{dx} - k^4 \frac{\sigma\delta_0}{\rho_2} + \varepsilon_1 \frac{d\delta_0}{dx} - \varepsilon_2 \left(\frac{dU_0}{dx} + \frac{v_2}{K \text{Pr} \delta_0^2} \right) = 0$$

$$\varepsilon_1 = F_1 \frac{U_0^2}{\delta_0^2} \frac{d\delta_0}{dx} - 6 \frac{v_2 U_0}{N\delta_0^3} + 3 \frac{f}{\delta_0^4} \frac{d\delta_0}{dx}; \quad \varepsilon_2 = F_3 \frac{dU_0}{dx} - 2F_1 \frac{U_0}{\delta_0} \frac{d\delta_0}{dx} + \frac{3v_2}{N\delta_0^2}$$

Полученное уравнение (7) определяет взаимодействие малых возмущений с основным течением. Если действительным волновым числам соответствуют частоты с положительной мнимой частью, то неустойчивость развивается. Когда мнимая часть ω отрицательна, возмущения затухают. Условие $\text{Im} \omega(k) = 0$ является граничным и определяет кривую нейтральной устойчивости. Для определения аналитического выражения этой зависимости воспользуемся следующим очевидным свойством. Уравнение с комплексными коэффициентами тогда и только тогда имеет действительный корень, когда многочлены, полученные в результате выделения действительной и мнимой частей, имеют общий вещественный корень. На основании этого получим соотношение (8), справедливое для всех волновых чисел k , удовлетворяющих условию (9)



$$\omega/k = a_1 - a_2 k^2 \quad (8)$$

$$a_2^2 k^6 + \psi_1 k^4 + \psi_2 k^2 + \psi_3 = 0 \quad (9)$$

$$a_1 = \left(2F_3 \frac{dU_0}{dx} - 2F_1 \frac{U_0}{\delta_0} \frac{d\delta_0}{dx} + 9 \frac{v_2}{N\delta_0^2} - \frac{2f}{U_0 \delta_0^3} \frac{d\delta_0}{dx} + \frac{F_3 v_2}{K \text{Pr} \delta_0^2} \right) \frac{U_0}{a_3}$$

$$a_2 = \frac{\sigma}{\rho_2 a_3} \frac{d\delta_0}{dx}, \quad a_3 = (F_2 - 2F_1) \frac{U_0}{\delta_0} \frac{d\delta_0}{dx} + (F_3 + F_4) \frac{dU_0}{dx} + 3 \frac{v_2}{N\delta_0^2} + F_4 \frac{v_2}{K \text{Pr} \delta_0^2}$$

$$\psi_1 = a_2 U_0 \left(1 + \frac{F_2 + F_3}{F_4} \right) - \frac{\sigma\delta_0}{F_4 \rho_2} - 2a_1 a_2$$

$$\psi_2 = a_1^2 - U_0 a_1 \left(1 + \frac{F_2 + F_3}{F_4} \right) + U_0^2 \frac{F_1 + F_3}{F_4} + \frac{f}{\delta_0^2 F_4}$$

$$\psi_3 = \left[\varepsilon_1 \frac{d\delta_0}{dx} - \varepsilon_2 \left(\frac{dU_0}{dx} + \frac{v_2}{K \text{Pr} \delta_0^2} \right) \right] \frac{1}{F_4}$$

Кривые нейтральной устойчивости, соответствующие двум предельным режимам свободноконвективного движения при пленочном кипении воды на линии насыщения, атмосферном давлении и числе фазового перехода $K=20$, представлены на фигуре, где $1 - N=1$, $2 - N=0,5$ (штриховка направлена внутрь области неустойчивости). Из рисунка видно, что существует диапазон чисел Рейнольдса ($\text{Re}_1 \leq \text{Re} \leq \text{Re}_2$), соответствующих пределу устойчивости ламинарного течения паровой пленки при пленочном кипении.

Полученные уравнения (10), (11) при $N=1$, $T=0$ и $\delta_0 = \text{const}$ переходят в $\omega/k = -3U_0$, $3U_0^2 = \sigma\delta_0 k^2 / \rho_2$, что соответствует, как и в [3, 4], абсолютной неустойчивости гравитационного течения тонкой пленки постоянной толщины.

Скорость распространения возникающих волн (8) вследствие зависимости $a_1(x)$ и $a_2(x)$ меняется в направлении движения. При этом волны межфазной поверхности являются диспергированными, так как в уравнении (8) $a_2 \neq 0$ во всех случаях, когда $d\delta_0/dx \neq 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борیشانский В. М., Масличенко П. А., Фокин Б. С. Некоторые данные о механизме пленочного кипения в большом объеме жидкости. — В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 2. Минск: Изд-во АН БССР, 1962, с. 128–131.
2. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 415 с.
3. Шкадов В. Я. К теории волновых течений тонкого слоя вязкой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 2, с. 20–25.
4. Андреев А. Ф. Об устойчивости ламинарного течения тонких слоев жидкости. — ЖЭТФ, 1963, т. 45, вып. 3(9), с. 755–759.

Горький

Поступила в редакцию
5.III.1982