

Интегрируя численно уравнения (2.6) совместно с системой (1.1) при начальных условиях (3.1) для различных значений  $\alpha$ ,  $r_0$ ,  $c$ , можно построить зависимость  $H_*(\alpha_0, \alpha_1, B)$  критического безразмерного расстояния между пластинами от углов смачивания и числа Бонда. Параметр  $b$  при этом достаточно считать равным 0 (случай полной невесомости) или 1, так как различными значениям  $b > 0$  отвечают геометрически подобные семейства интегральных кривых системы (1.1).

В случае одинаковых углов смачивания —  $\alpha_i = \alpha$  ( $i=0, 1$ ) — зависимость  $H_*$  от  $\alpha$  для различных чисел Бонда представлена на фиг. 2. Как показали вычисления, при  $H < H_*$  существует устойчивое состояние равновесия, а при  $H > H_*$  все равновесные состояния, отвечающие заданным  $\alpha$ ,  $B$ ,  $H$ , неустойчивы и, следовательно, физически не реализуемы.

Автор выражает благодарность М. А. Свечкарёвой за помощь при проведении вычислений и А. Д. Тюпцову за обсуждение результатов и полезные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бабский В. Г., Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д., Слобожанин Л. А., Тюпцов А. Д. Гидромеханика невесомости. М.: Наука, 1976. 504 с.
2. Моисеев Н. Н., Румянцев В. В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. М.: Наука, 1965. 439 с.
3. Беккенбах Э. Ф., Беллман Р. Неравенства. М.: Мир, 1965. 276 с.

Харьков

Поступила в редакцию  
4.V.1982

УДК 532.516.5:529.2

### ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЭФФЕКТОВ ТРЕХМЕРНОСТИ НА РАЗВИТИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ

КОРОЛЕВА И. Н., НИКУЛИН Д. А., СТРЕЛЕЦ М. Х.

Задача о расчете нестационарной концентрационной естественной конвекции бинарной смеси газов с произвольным конечным отношением плотностей в замкнутой прямоугольной теплоизолированной области в рамках двумерной постановки рассмотрена в [1]. Данная работа, являющаяся продолжением [1], посвящена анализу влияния на характеристики рассматриваемого течения эффектов трехмерности, связанных с конечностью размеров области.

1. **Постановка задачи.** Пусть замкнутая теплоизолированная область, имеющая форму прямоугольного параллелепипеда, разделена вертикальной перегородкой, расположенной параллельно грани  $AILD$  (фиг. 1). Слева и справа от перегородки покоятся газы с молекулярными массами  $M_1$  и  $M_2$  (для определенности  $M_2 > M_1$ ) при температуре  $T_0$ . Требуется рассчитать характеристики естественно-конвективного течения, возникающего в объеме, после того, как в начальный момент времени перегородка  $MNO$  мгновенно убирается.

Для описания рассматриваемого течения используется система уравнений, представляющая собой предельную форму полной системы уравнений Навье — Стокса при малых значениях параметра гидростатической сжимаемости  $\varepsilon = gLM_0/(RT_0)$  [2]

$$\frac{\partial M}{\partial t} + v_i \frac{\partial M}{\partial x_i} + M \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.1)$$

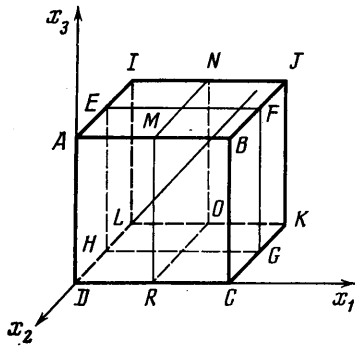
$$M \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p_*}{\partial x_i} - \frac{\delta_{i,3}}{\varepsilon_1} \Delta \rho + \frac{1}{\gamma \text{Ag}} \Phi_i \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = \frac{\varepsilon_1}{(\varepsilon_1 C_0 + 1)} \frac{1}{\gamma \text{Ag} \text{Sc}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( M \frac{\partial c}{\partial x_j} \right), \quad M = \frac{\varepsilon_1 C_0 + 1}{\varepsilon_1 C + 1} \quad (1.3)$$

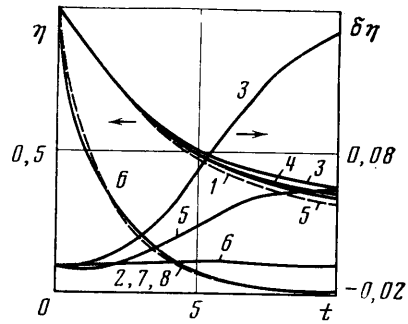
$$\Phi_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{i,j} \right] \right\} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{M_2}{M_1} - 1, \quad \Delta \rho = \rho - 1, \quad \text{Sc} = \frac{\mu_0}{\rho_0 D_0}, \quad \text{Ag} = \frac{\rho_0^3 L^3 g \varepsilon_1}{\mu_0^2} \quad (1.5)$$

Здесь  $p_*$  — избыточное (динамическое) давление,  $M$  — молекулярная масса смеси,  $C$  — массовая концентрация легкого газа в смеси,  $\delta_{i,j}$  — символ Кронекера; индекс 0 относится к величинам, принятым за масштабы, в качестве которых



Фиг. 1



Фиг. 2

выбраны:

$$L, \quad u_0 = \sqrt{gLe_1}, \quad t_0 = \frac{L}{u_0}, \quad M_0 = \frac{M_2}{\varepsilon_1 C_0 + 1}, \quad \rho_0 = \frac{p_0 M_0}{RT_0}$$

$$\rho_0 u_0^2, \quad \mu_0 = \mu(C_0, T_0), \quad D_0 = D(p_0, T_0)$$

где  $C_0$  – значение массовой концентрации легкого газа при условии полного перемешивания исходной смеси,  $p_0$  – давление при  $x_2=1$  в начальный момент времени. Остальные обозначения общеприняты.

В качестве начальных условий к системе уравнений (1.1)–(1.5) задаются поля скорости и концентрации, соответствующие условиям равновесия в левой и правой частях области

$$t=0, \quad v_i=0, \quad C=1 \quad (0 < x_1 \leq 0,5), \quad C=0 \quad (0,5 < x_1 < 1) \quad (1.6)$$

Симметричность рассматриваемого течения относительно плоскости  $EFGH$  позволяет проводить расчет не во всей области, а лишь в ее половине  $EFGHABCD$ . При этом граничными условиями на твердых непроницаемых стенках служат условия равенства нулю вектора скорости и нормальной составляющей диффузионного потока, а на плоскости  $EFGH$  используются условия симметрии

$$(v_i)_w=0, \quad \left(\frac{\partial C}{\partial n}\right)_w=0, \quad v_2=0, \quad \frac{\partial v_1}{\partial x_2}=0, \quad \frac{\partial v_3}{\partial x_2}=0, \quad \frac{\partial C}{\partial x_2}=0 \quad (1.7)$$

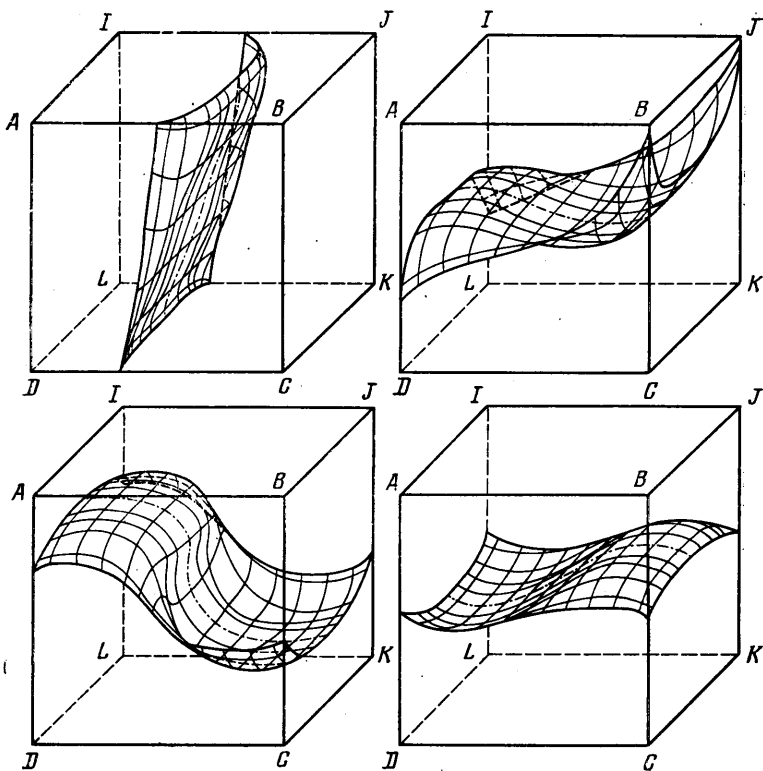
где  $n$  – направление нормали к стенке.

Система уравнений (1.1)–(1.5) с начальными и граничными условиями (1.6)–(1.7) численно интегрировалась с помощью модификации SMAC-метода [3], имеющего первый порядок аппроксимации по времени и второй – по пространственным координатам.

**2. Результаты расчетов.** Для оценки влияния пространственных эффектов, обусловленных конечностью величины  $L_2$  (размера области в направлении  $x_2$ ), и определения погрешности, вносимой в расчет рассматриваемого течения при использовании двумерной постановки задачи, справедливой, вообще говоря, лишь при  $L_2 \rightarrow \infty$ , была проведена серия расчетов, в которой значение величины  $L_2$  варьировалось от 0,5 до  $4 \cdot L$  ( $L$  – длина ребра  $AD$ , см. фиг. 1). Полученные при этом результаты сравнивались с соответствующими результатами расчетов, выполненных в рамках двумерной постановки задачи [1]. Во всех случаях численное интегрирование системы уравнений проводилось на одинаковой конечно-разностной сетке с числом узлов  $12 \times 12 \times 12$  ( $12 \times 12$  – при проведении двумерных расчетов). Шаг интегрирования по времени выбирался равным  $0,5 \Delta x / u$  ( $\Delta t_{CFL} \leq \Delta x / u$ ) [3]. При этом, как показали расчеты, дальнейшее уменьшение шага  $\Delta t$  не приводит к изменению решения рассматриваемой нестационарной задачи.

Следует отметить, что конечно-разностная сетка является довольно грубой. К сожалению, возможности ЭВМ БЭСМ-6, на которой проводились расчеты, не позволяют оценить погрешность полученных результатов путем измельчения шагов интегрирования по пространственным координатам. Тем не менее можно надеяться на то, что относительная разница результатов решений двумерной и трехмерной задач, определение которой составляет основную цель данной работы, находится при этом достаточно точно, поскольку при проведении трехмерных расчетов конечно-разностная сетка в плоскостях, параллельных плоскости  $ABCD$ , была такой же, как и сетка, использовавшаяся в двумерных расчетах.

Характер и степень влияния пространственных эффектов на скорость перемешивания газов в объеме иллюстрирует фигура 2, на которой приведена зависимость



Фиг. 3

от времени величины

$$\eta = \int_V (C - C_0)^2 dV \Big/ \int_V (C - C_0)^2 |_{t=0} dV$$

характеризующей степень неоднородности смеси в объеме; там же представлена зависимость от времени величины погрешности, вносимой в расчет  $\eta$  в результате использования допущения о двумерности течения:  $\delta_\eta = (\eta - \eta_2) / \eta_2$ , где  $\eta_2$  — степень неоднородности смеси в двумерной задаче. Сплошными кривыми на фиг. 2 представлены результаты расчетов, выполненных в рамках трехмерной, а штриховой — двумерной постановки задачи. Цифры на кривых соответствуют номерам вариантов расчетов, приведенных ниже. Все расчеты проводились при  $\epsilon_1 = 1$ ,  $Sc = 1$ :

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8
$Ag$	$1,6 \cdot 10^5$	400	$1,6 \cdot 10^5$	$1,6 \cdot 10^5$	$1,6 \cdot 10^5$	400	400	400
$L_2/L$	$\infty$	$\infty$	1,0	2,0	3,3	1,0	2,0	3,3

Как видно из фиг. 2, при двумерном описании рассматриваемого течения скорость выравнивания состава смеси в объеме (скорость перемешивания газов) оказывается завышенной. Расчеты показали, что чем более интенсивна конвекция, возникающая в объеме, тем больше погрешность, вносимая в расчет допущением о двумерном характере течения. Это иллюстрируется данными, представленными на фиг. 2. С ростом числа  $Ag$ , т. е. с увеличением интенсивности конвекции, погрешность в определении величины  $\eta$ , обусловленная использованием двумерной постановки задачи, существенно увеличивается и при  $Ag = 1,6 \cdot 10^5$  даже при достаточно больших удлинениях ( $L_2/L = 4$ ) достигает 6%, в то время как при  $Ag = 400$  она не превышает 0,5% во всем рассматриваемом диапазоне изменения  $L_2/L$ .

Указанные тенденции связаны с тормозящим действием торцевых стенок  $ABCD$  и  $IJKL$ , замедляющим развитие конвекции в объеме и не учитываемым в рамках двумерной постановки задачи. В результате значения составляющих вектора скорости  $v_1$  и  $v_3$ , полученные при использовании двумерной модели течения, оказываются более высокими, чем соответствующие значения, определенные с учетом его пространственного характера.

Весьма наглядной иллюстрацией механизма, посредством которого торцевые стенки области оказывают влияние на скорость перемешивания газов в объеме, яв-

ляется фигура 3, на которой изображена изоповерхность концентрации легкого газа  $C=0,5$  в различные моменты времени ( $t=1; 3; 5; 12,5$ ), соответствующие характерным фазам течения для варианта расчета  $N=3$ . В данном случае согласно [1] реализуется многоциркуляционный колебательный режим течения. После изъятия перегородки газ, имеющий больший молекулярный вес, как бы «сползает» вниз, выталкивая вверх более легкий газ. При этом возникает весьма интенсивное циркуляционное течение, направленное по часовой стрелке. В результате изолинии концентрации сильно деформируются и распределение плотности смеси в горизонтальных сечениях объема становится немонокотным. Это приводит к возникновению двух дополнительных вихрей в левом нижнем и правом верхнем углах области. В дальнейшем эти вихри разрастаются и сливаются между собой, образуя единое циркуляционное течение, направленное против часовой стрелки. Далее описанный процесс повторяется в обратном направлении, сопровождаясь сравнительно медленным выравниванием состава смеси в объеме, и постепенно затухает во времени.

Качественно аналогичная картина наблюдается и при решении рассматриваемой задачи в трехмерной постановке (см. фиг. 3). Однако вблизи торцевых стенок области в этом случае наблюдается значительное искривление изоповерхностей концентрации, что обусловлено уже отмечавшимся выше тормозящим действием этих стенок, и лишь при достаточно больших значениях параметра  $L_2/L$  результаты решения трехмерной задачи практически совпадают с решением, полученным в рамках двумерной постановки.

В заключение отметим, что подобные выводы были сделаны в работах [4, 5], в которых анализировалось влияние пространственных эффектов на характеристики тепловой естественной конвекции в замкнутой прямоугольной области.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никулин Д. А., Стрелец М. Х. Расчет нестационарной концентрационной естественной конвекции в бинарных смесях газов с произвольным отношением плотностей. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 4, с. 26–31.
2. Никулин Д. А., Потехин Г. С., Стрелец М. Х. Приближенная система уравнений для описания нестационарной концентрационной естественной конвекции в бинарных газовых смесях. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 57–61.
3. Ramshaw J. D., Trapp J. A. Numerical technique for low-speed homogeneous two-phase flow with sharp interface. — J. Comput. Phys., 1976, v. 21, № 4, p. 438–453.
4. Chan A. M. C., Banerjee S. Three-dimensional numerical analysis of transient natural convection in rectangular enclosures. — Trans. ASME, J. Heat Transf., 1979, v. 101, № 1, p. 114–119.
5. Chan A. M. C., Banerjee S. A numerical study of three-dimensional roll cells within rigid boundaries. — Trans. ASME, J. Heat Transf., 1979, v. 101, № 2, p. 233–237.

Ленинград

Поступила в редакцию  
12.IV.1982

УДК 532.517.2.013.4+536.423.1

### О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛЕНОЧНОГО КИПЕНИЯ

БУДОВ В. М., СОКОЛОВ В. А., ПЕМАГИН И. А.

Неустойчивость поверхности раздела жидкость — пар оказывает существенное влияние на интенсивность тепло- и массообмена при пленочном кипении [1]. Анализ условий возникновения волн межфазной поверхности позволит более точно интерпретировать полученные в экспериментах результаты и использовать их при разработке расчетных методик.

В системе координат, связанной с вертикальной поверхностью нагрева таким образом, что ось  $x$  направлена вдоль теплообменной поверхности вверх, а ось  $y$  — по нормали к ней, нестационарное течение несжимаемой паровой пленки описывается уравнениями при следующих нормальных и касательных напряжениях на границе фазового перехода [2]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy = - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \quad (1)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} U \delta = \frac{\nu_2}{K \text{Pr} \delta} \quad (2)$$

$$P = P_1 + \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \left( \frac{\nu_2 \rho_2}{K \text{Pr} \delta} \right)^2 - \sigma \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}, \quad P_1 = \text{const} \quad (3)$$