

УДК 532.581.014

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ НОРМАЛЬНОГО ТРЕПЕЩУЩЕГО ПОЛЕТА

ЗАЙЦЕВ А. А., ШАРИНА Л. В.

На основе теории несущей поверхности построена модель трехмерного нестационарного обтекания пары машущих крыльев в режиме нормального трепещущего полета. С помощью численного метода проведен аэродинамический расчет крыльев и найдена кинематика, создающая достаточную для полета насекомого подъемную силу.

1. Введение. Нормальным трепещущим полетом называется висение насекомого или птицы в неподвижном воздухе [1]. При этом крылья совершают горизонтальные взмахи большой амплитуды, вертикальные взмахи малой амплитуды и поворачиваются все время так, чтобы поток воздуха набегал на обращенную вниз сторону крыла с передней кромки. В. В. Голубев [2] анализировал нормальный трепещущий полет на основе модели обращенной дорожки Кармана в плоскопараллельном потоке идеальной жидкости и, исходя из условия устойчивости дорожки Кармана, пришел к заключению, что амплитуда горизонтального взмаха должна составлять около одной десятой хорды крыла. Было получено выражение для частоты взмахов через угол атаки крыла, его площадь и хорду, а также через вес совершающих полет насекомого или птицы и плотность воздуха.

Однако на опыте амплитуда горизонтального взмаха крыльев в нормальном трепещущем полете, как правило, оказывается больше хорды крыла, а подстановка опытных данных в указанную выше формулу дает завышенное значение частоты взмахов. Дело в том, что эта теория строилась на основе обращенной дорожки Кармана, возникающей в результате периодического изменения циркуляции скорости вокруг крыла. Таким образом, принималась в расчет только часть аэродинамической силы, которая обусловлена изменением циркуляции скорости вокруг крыла, а та ее часть, которая определяется величиной циркуляции, не учитывалась.

В работе [3] аэродинамический анализ нормального трепещущего полета проводился на основе квазистационарного приближения. Получено приемлемое значение подъемной силы. Это свидетельствует о том, что при весьма сложной кинематике рассматриваемого вида машущего полета в течение значительной части времени обтекание крыльев квазистационарно. Обзоры [1, 4, 5] и др. дают представление о последних исследованиях нормального трепещущего полета. В настоящее время имеется достаточно экспериментального материала по кинематике и динамике, полученного с помощью скоростной киносъемки и весовых испытаний, для построения математической модели трепещущего полета на основе теории трехмерного нестационарного обтекания несущей поверхности [6].

У некоторых насекомых в режиме нормального трепещущего полета крыло мало отклоняется от плоской пластины, имеющей неподвижную точку. Это свойство было взято за основу при построении модели крыла в виде плоской прямоугольной пластины, закрепленной шаровым шарниром. Удлинение крыла, расстояние от шарнира до крыла, амплитуда горизонтального взмаха, амплитуда вертикального взмаха, амплитуда изменения угла атаки крыла, законы изменения по времени углов горизонтального взмаха, вертикального взмаха и угла атаки крыла — вот те параметры, которые модель позволяет учитывать в расчетах и выяснять их роль. В дальнейшем можно учесть отклонение формы и кинематики крыла от плоской пластины.

2. Кинематика. Строится кинематическая модель нормального трепещущего полета, осуществляемого с помощью одной пары крыльев. Вводится неподвижная система координат (x, y, z) с началом в центре шарового шарнира левого крыла и с осью z , направленной вертикально вверх. В этом же центре помещается неподвижное начало подвижной системы координат (x', y', z') . Координаты точки в подвижной и неподвижной си-

стемах координат связаны соотношениями [7]:

$$\begin{aligned}x &= (\cos \psi \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi \sin \psi) x' - (\sin \psi \cos \varphi + \cos \theta \sin \varphi \cos \psi) y' + \\ &\quad + (\sin \theta \sin \varphi) z' \\ y &= (\cos \psi \sin \varphi + \cos \theta \cos \varphi \sin \psi) x' - (\sin \psi \sin \varphi - \cos \theta \cos \varphi \cos \psi) y' - \\ &\quad - (\sin \theta \cos \varphi) z' \\ z &= (\sin \theta \sin \psi) x' + (\sin \theta \cos \psi) y' + (\cos \theta) z'\end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь φ , ψ , θ — углы Эйлера. Крыло располагается в плоскости $y'=0$, его передняя кромка совпадает с осью z' , задняя кромка лежит на линии $x'=b$, боковые кромки лежат на линиях $z'=h$ и $z'=h+l$. Здесь l — длина крыла, b — хорда крыла, h — расстояние от боковой кромки крыла до шарнира. Моделирующая левое крыло несущая поверхность в подвижной системе координат представляется уравнениями через лагранжевы координаты a^1 и a^2 :

$$x' = ba^1, \quad y' = 0, \quad z' = h + la^2, \quad 0 \leq a^1 \leq 1, \quad 0 \leq a^2 \leq 1 \quad (2.2)$$

Передняя кромка крыла $a^1=0$, $0 \leq a^2 \leq 1$ является передней кромкой несущей поверхности. Боковые и задняя кромки крыла $a^1=1$, $0 \leq a^2 \leq 1$; $0 \leq a^1 \leq 1$, $a^2=0$, 1 являются задней кромкой несущей поверхности, с которой сходит спутная вихревая поверхность. Если положить $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$, $\psi = 0$, то крыло примет горизонтальное положение, ось x' совпадет с осью x , а ось z' пойдет в противоположную сторону оси y . Вертикальные отклонения передней кромки от указанного положения называются вертикальным взмахом, горизонтальные отклонения — горизонтальным взмахом. Угол θ называется углом вертикального взмаха, угол φ — углом горизонтального взмаха, угол ψ — установочным углом. На основе анализа кинокадров предлагается следующая кинематика крыла (2.2), имитирующая нормальный трепещущий полет:

$$\varphi = -\varphi_1 \sin \omega t, \quad \theta = \frac{\pi}{2} + \theta_1 \sin 2\omega t, \quad \psi = -\frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} + A \right) \cos \omega t \quad (2.3)$$

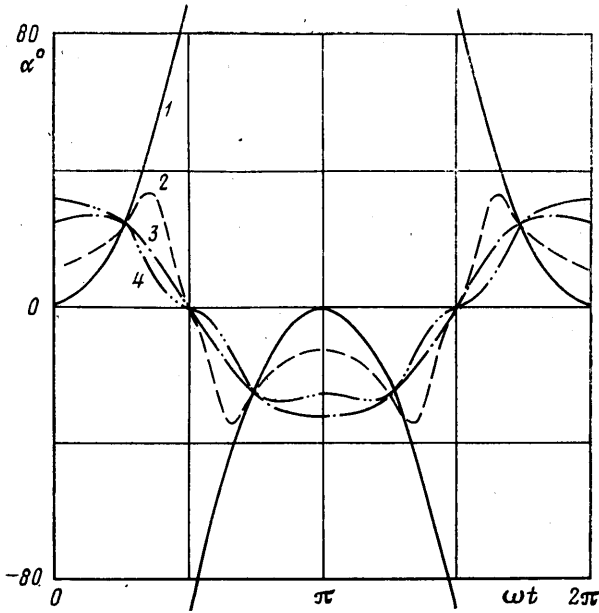
Здесь t — время, ω — угловая частота, φ_1 и θ_1 — амплитуды углов горизонтального и вертикального взмахов соответственно, A — параметр установочного угла, он принимает такие значения, что проекция скорости передней кромки на плоскость крыла лежит вне крыла. В плоскости переменных $(\varphi, \pi/2 - \theta)$ уравнения (2.3) представляют горизонтальную восьмерку с центром в начале координат. В центральной части фигуры изображающая точка опускается, а на краях — поднимается. В крайних положениях плоскость крыла вертикальна.

Понятие «угол атаки», используемое в теории крыла, теряет свой обычный смысл при рассмотрении кинематики модели нормального трепещущего полета, так как жидкость на бесконечности покоится, а крыло движется, как твердое тело с неподвижной точкой. Поэтому вводится новое понятие. Углом атаки α в данном сечении несущей поверхности $a^2 = \text{const}$ на передней кромке называется угол между векторами $e_{x'}$ и $-\mathbf{V}$. Угол α считается положительным, если векторы $-\mathbf{V}$ и $e_{y'}$ лежат с одной стороны от плоскости $y'=0$, и отрицательным в противном случае.

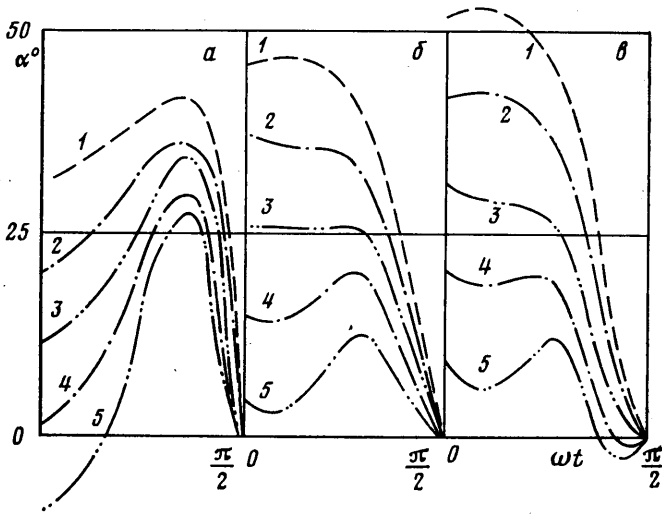
$$\sin \alpha = (\mathbf{V} \times e_{x'}) \cdot e_{z'} / |\mathbf{V}|^{-1}$$

Здесь $e_{x'}$, $e_{y'}$, $e_{z'}$ — единичные векторы базиса подвижной системы координат (x', y', z') , \mathbf{V} — скорость передней кромки в данном сечении несущей поверхности.

Угол α имеет периодическую зависимость от фазы взмаха ωt . Влияние амплитуды вертикального взмаха θ_1 на эту зависимость иллюстрируется графиками (1–4) на фиг. 1, построенными при $A=0$, $\varphi_1=60^\circ$, $\theta_1=0$; 6; 12; 18° соответственно. Из графиков видно, что θ_1 управляет поведением угла α . При $\theta_1=0$ функция $\alpha(\omega t)$ имеет разрывы в точках $\omega t =$



Фиг. 1



Фиг. 2

$= (\frac{1}{2} + k)\pi$. Влияние параметра A на ту же зависимость иллюстрируется графиками на фиг. 2, где кривые, отмеченные индексами 1–5, построены при $\varphi_1 = 60^\circ$, $A = -20, -10, 0, 10, 20^\circ$ соответственно, причем $\theta_1 = 6^\circ$ (а), $\theta_1 = 15^\circ$ (б), $\theta_1 = 18^\circ$ (в). На фиг. 3 показана зависимость модуля скорости точки передней кромки, отнесенного к расстоянию от точки до начала координат $|V|/z'$ от фазы ωt при $\varphi_1 = 60^\circ$ для $\theta_1 = 0; 6; 12; 18^\circ$; кривые отмечены индексами 1–4 соответственно. Фиг. 1–3 иллюстрируют кинематику построенной модели и позволяют сопоставить ее с кинематикой реальных объектов, совершающих нормальный трепещущий полет.

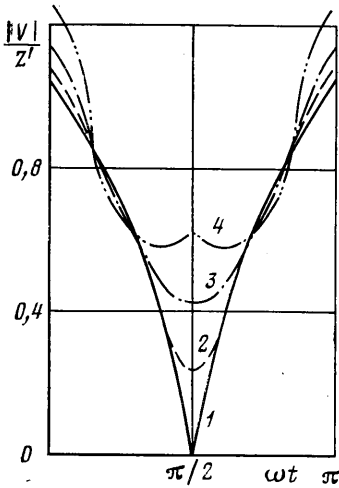
Предполагается, что шарнир правого крыла расположен на расстоянии $2H$ от шарнира левого крыла по оси y . Вводится система координат (x^1, x^2, x^3) , оси которой соответственно параллельны осям системы координат (x, y, z) , а начало координат помещается посередине отрезка, соединяющего шарниры крыльев. В этой системе координат уравнения левой не-

сущей поверхности имеют вид

$$x^k = f_1^k(a^1, a^2, t), \quad k=1, 2, 3; \quad f_1^1 = x, \quad f_1^2 = y + H, \quad f_1^3 = z \quad (2.4)$$

Здесь x, y, z определяются формулами (2.1) – (2.3). В случае нормального трепещущего полета крылья совершают симметричные движения. Поэтому несущая поверхность правого крыла представляется в виде

$$x^i = f_2^i(a^1, a^2, t), \quad i=1, 2, 3; \quad f_2^1 = f_1^1, \\ f_2^2 = -f_1^2, \quad f_2^3 = f_1^3 \quad (2.5)$$



Фиг. 3

За характерный линейный размер принимается хорда крыла b , а за характерную скорость $V_0 = \omega(h+l)$. Безразмерные частота ω^* и время t^* имеют следующие выражения $\omega^* = \omega b / V_0, t^* = t V_0 / b$.

Муха *Musca domestica* [4] совершает нормальный трепещущий полет при частоте взмахов $\omega/2\pi = 190$ герц. Длина крыла мухи 5,5 мм, площадь крыльев 20 мм², вес $q = 12$ мг. Для этого насекомого параметры построенной математической модели имеют следующие значения: $l = 5,13$ мм, $h = 0,37$ мм, $b = 1,81$ мм; соответствующие безразмерные величины $l^* = 2,8; h^* = 0,2; \omega^* = 1/3$. Все расчеты проводились для указанных значений параметров.

3. Система уравнений. Теория несущей поверхности позволяет рассчитать перепад давления на несущей поверхности и подсосывающую силу, действующую на переднюю кромку, при заданной кинематике несущей поверхности и известных свойствах набегающего потока [8]. На основе работы [8] выписывается подлежащая решению система уравнений применительно к рассматриваемой задаче. Перепад давления и подсосывающая сила имеют следующие выражения

$$\Delta p = \rho \left[\left(V_0^k - \frac{\partial f^k}{\partial t} \right) e_k (\Omega \times e_3) - \sqrt{a^1} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] \quad (3.1)$$

$$\Gamma = -e_x \frac{\pi \rho l}{16b} \int_0^1 [\Phi(0, a^1, t)]^2 da^2 \\ \Omega = \Omega_k e_k \quad (3.2)$$

$$\Omega^1 = \frac{\sqrt{a^1}}{bl} \frac{\partial \Phi}{\partial a^2}, \quad \Omega^2 = -\frac{1}{bl\sqrt{a^1}} \left(\frac{\Phi}{2} + a^1 \frac{\partial \Phi}{\partial a^1} \right), \quad \Omega^3 = 0 \quad (3.3)$$

$$e_1 = e_x \cdot b, \quad e_2 = e_z \cdot l, \quad e_3 = -e_y, \\ V_0^k e_k = V_L + V_w \quad (3.4)$$

$$V_L = \frac{bl}{4\pi} \int_0^1 \int_0^1 \Omega(a^1, a^2, t) \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} da^1 da^2 \quad (3.5)$$

$$V_w = \frac{1}{4\pi} \int_0^{b_0^1} \int_0^{b_0^2} \Omega_w(B^1, B^2, t) \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} e_{12w} dB^1 dB^2 \quad (3.6)$$

Здесь $\Delta p = p_+ - p_-$, p_+ — давление с той стороны несущей поверхности, которая видна с конца вектора e_y ; p_- — давление с другой стороны; ρ — плотность воздуха; $f^k = f_1^k(a^1, a^2, t)$ из (2.4) для левого крыла и $f^k =$

$=f_2^k(a^1, a^2, t)$ из (2.5) для правого крыла; e_k , $k=1, 2, 3$ — единичные векторы базиса системы координат (x^1, x^2, x^3) ; V_L — индуктивные скорости от обеих несущих поверхностей, V_w — индуктивные скорости от спутных вихревых поверхностей, сходящихся с задних кромок несущих поверхностей; r — радиус-вектор от точки, определяемой переменными интегрирования, до точки, в которой вычисляется скорость; b^1, b^2 — лагранжевы координаты спутной вихревой поверхности; $e_{12w}db^1db^2$ — элемент ее площади.

Функция $\Phi(a^1, a^2, t)$ для каждого крыла определяется из интегродифференциального уравнения, являющегося следствием условия непроницаемости несущей поверхности,

$$(V_L + V_w) \partial_3 = \frac{\partial f^k}{\partial t} e_k \partial_3 \quad (3.7)$$

Уравнения спутных вихревых поверхностей, уравнения их движения и уравнения для контравариантных компонент вектора интенсивности вихревых поверхностей имеют вид

$$x^i = f_w^i(b^1, b^2, t), \quad \frac{\partial f_w^i}{\partial t} = V_0^i, \quad i=1, 2, 3 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (e_{12w} \Omega_w^1) = \frac{\partial}{\partial t} (e_{12w} \Omega_w^2) = 0, \quad \Omega_w = \partial_{wk} \Omega_w^k \quad (3.9)$$

$$r_w = e_i f_w^i, \quad \partial_{wk} = \frac{\partial r_w}{\partial b^k}, \quad g_{wij} = \partial_{wi} \cdot \partial_{wj}, \quad e_{w12} = \sqrt{g_{w11}g_{w22} - g_{w12}^2}$$

К этим уравнениям необходимо добавить граничные условия на задней кромке несущей поверхности

$$\Omega_w^i = \frac{1}{e_{12} \sqrt{a^1}} \left(a^1 \frac{\partial \Phi}{\partial a^2} \partial_{1w}^i - a^1 \frac{\partial \Phi}{\partial a^1} \partial_{2w}^i - \frac{1}{2} \Phi \partial_{2w}^i \right) \quad i=1, 2 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{a^1}} \partial_3 \left[\left(V_0^k - \frac{\partial f^k}{\partial t} \right) e_k \times \Omega \right] \quad (3.11)$$

Лагранжевы координаты b^1, b^2 на каждой спутной вихревой поверхности выбираются так, что на задней кромке несущей поверхности имеют место соотношения

$$\frac{\partial f_w^k}{\partial B^1} = \frac{1}{q} \left(\frac{\partial f^k}{\partial t} - V_0^k \right); \quad \frac{\partial f_w^k}{\partial B^2} = \frac{1}{K_1} \frac{\partial f^k}{\partial a^1}, \quad 0 \leq B^2 \leq K_1$$

$$\frac{\partial f_w^k}{\partial B^2} = \frac{1}{K_2} \frac{\partial f^k}{\partial a^2}, \quad K_1 \leq B^2 \leq K_1 + K_2$$

$$\frac{\partial f_w^k}{\partial B^2} = -\frac{1}{K_1} \frac{\partial f^k}{\partial a^1}, \quad K_1 + K_2 \leq B^2 \leq 2K_1 + K_2 = B_0^2$$

Лагранжева координата b^1 спутной вихревой поверхности на задней кромке несущей поверхности изменяется со временем по закону $b_0^1 = qt$. Делается предположение, что в начальный момент времени спутной вихревой пелены нет, Φ на задней кромке несущей поверхности равно нулю.

Требуется решить систему уравнений (3.7)–(3.9) относительно $\Phi(a^1, a^2, t)$, $f_w^k(b^1, b^2, t)$, $\Omega_w^i(b^1, b^2, t)$, $k=1, 2, 3$; $i=1, 2$ при граничных условиях (3.10), (3.11) и указанных выше начальных условиях.

4. Численный метод. Функция $\Phi(a^1, a^2, t)$ аппроксимируется бикубическим сплайном [9] по переменным a^1, a^2 для дискретных значений времени. В отличие от [8] вторые производные функции $\Phi(a^1, a^2, t)$ не во всех узловых точках на кромках

несущей поверхности полагаются равными нулю, а только

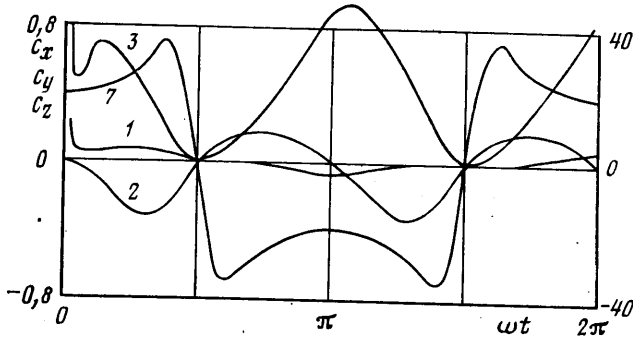
$$\frac{\partial^2 \Phi}{(\partial a^2)^2} = \frac{\partial^4 \Phi}{(\partial a^1 \partial a^2)^2} = 0 \quad (a^1=0, 1; a^2=0, 1)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{(\partial a^1)^2} = 0 \quad \left(a^1=0, a^2 = \frac{l-1}{n}, l=1, 2, \dots, n+1 \right)$$

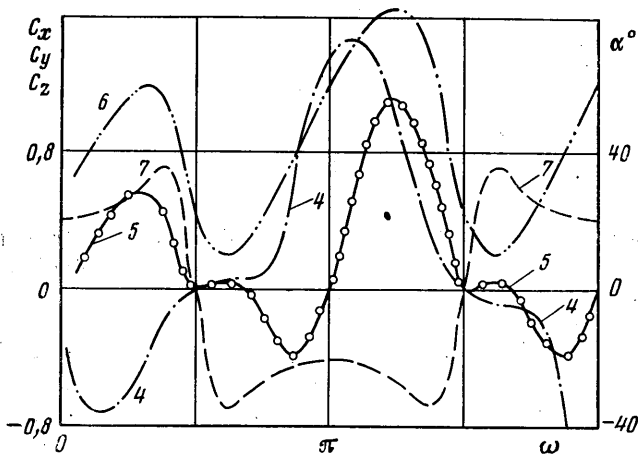
Значения соответствующих вторых производных в остальных узловых точках на кромках несущей поверхности так же, как и значения функции $\Phi(a^1, a^2, t)$ во всех узловых точках несущей поверхности, определяются в процессе решения задачи.

Функции $f_w^k(b^1, b^2, t)$, $\Omega_w^l(b^1, b^2, t)$ интерполируются по значениям в узлах так же, как и в [8].

Значения функций $f_w^k(b^1, b^2, t)$ в узловых точках свободной вихревой поверхности и значения функции $\Phi(a^1, a^2, t)$ в узловых точках на задней кромке несущей



Фиг. 4



Фиг. 5

поверхности рассчитываются для следующего момента времени с помощью формулы Адамса-Башфорта [10]. При решении методом колокации уравнение непроницаемости несущей поверхности (3.7) удовлетворяется в узлах несущей поверхности, не лежащих на кромках, а также в тех точках, которые получаются в результате сдвига на величину микрочейки узловых точек с кромки на несущую поверхность.

Использование значений вторых производных функции $\Phi(a^1, a^2, t)$ в узловых точках на кромках в качестве неизвестных позволило удовлетворить уравнение непроницаемости несущей поверхности в точках, число которых равно числу узловых точек сплайновой аппроксимации.

Для оценки точности численных результатов, получаемых с помощью описанного выше алгоритма, проведены расчеты обтекания квадратной пластины, которая внезапно начинает двигаться под углом $\alpha=30^\circ$ с постоянной скоростью. Спутная вихревая поверхность сходит с боковых и задней кромок пластины. Результаты расчетов, полученные при разбиениях 2×2 и 4×4 сплайновых ячейки и шаге по безразмерному времени 0,1, сравнивались с данными работ [8] и [11]. Для значений $t^* > 0,2$ отличие в величине коэффициентов нормальной силы не превышало 20%.

Систематические расчеты трепещущего полета проведены при разбиении каждого крыла на 2×2 сплайновых ячеек с шагом по безразмерному времени 0,15. При численном интегрировании сплайновые ячейки разбивались на 16 микроячеек, а клетки спутной вихревой поверхности на 4 микроячейки.

5. Результаты расчетов. Варианты аэродинамического расчета нормального трепещущего полета отличаются значениями параметров A , θ_1 , φ_1 , H . Коэффициенты C_x , C_y , C_z являются отнесенными к величине $\rho V_0^2 S/2$ проекциями на неподвижные оси x , y , z аэродинамической силы, действующей на одно крыло. Здесь ρ — плотность воздуха, $V_0 = \omega(h+l)$ — величина, имеющая размерность скорости, S — площадь крыла. Крыло совершает сложное движение, имитирующее трепещущий полет. Коэффициенты C_x , C_y , C_z имеют необычный в теории крыла смысл.

На фиг. 4 и 5 приведен пример расчета зависимостей коэффициентов C_x , C_y , C_z от фазы взмаха ωt при $A = -5^\circ$, $\theta_1 = 12^\circ$, $\varphi_1 = 90^\circ$, $H = \infty$. Кривые 1, 2, 3 показывают зависимость коэффициентов C_x , C_y , C_z от ωt без учета подсосывающей силы, а кривые 4, 5, 6 соответственно с учетом подсосывающей силы. На этих же фигурах для наглядности нанесен график 7 зависимости угла α (2.5) от ωt . Анализ подобных графиков показал, что периодический режим практически устанавливается через четверть периода после начала движения. Подсосывающая сила может вносить существенный вклад в аэродинамическую силу, а в моменты вертикального положения несущей поверхности $\omega t = (1/2 + k)\pi$ коэффициент вертикальной проекции аэродинамической силы C_z имеет положительное значение только вследствие подсосывающей силы.

Проекция аэродинамических сил на ось y от двух крыльев при симметричном движении взаимно уничтожаются. Проекция аэродинамических сил на ось x равны нулю в среднем за период. Средняя за период подъемная сила, представляющая собой проекцию аэродинамической силы на ось z , отнесенная к весу совершающего трепещущий полет насекомого q_* , называется коэффициентом перегрузки

$$P = 2 \langle C_z \rangle \frac{\rho V_0^2}{2} bl / q_*, \quad \langle C_z \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} C_z dt$$

Вводятся обозначения. Без учета подсосывающей силы $P = P_1$; с учетом подсосывающей силы $P = P_2$. Влияние параметров A и θ_1 на P_1 и P_2 при $\varphi_1 = 60^\circ$ иллюстрируется следующими данными:

A	-5°	-5°	0°	5°	20°
θ_1	6°	15°	15°	15°	15°
P_1	1,26	1,53	1,5	1,44	1,09
P_2	2,4	3,2	2,8	2,35	1,3

Параметр φ_1 определяет не только амплитуду горизонтального взмаха, но и его скорость, а потому сильно влияет на коэффициент перегрузки. Например при $A = -5^\circ$, $\theta_1 = 15^\circ$: $\varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ$; $P_1 = 1,41, 2,5$.

При расстоянии между шарнирами $H^* < 0,55$ возможны пересечения несущих поверхностей, и такие расчеты не проводились. При сближении шарниров до $H^* = 0,55$ в результате взаимодействия крыльев подъемная сила несколько возрастала.

Удельной подъемной силой I здесь называется отношение средней за период подъемной силы к средней за период мощности, которую затрачивает крыло на свое движение при учете только перепада давления на несущей поверхности. Ниже приводятся P_1 и I для различных значений A , рассчитанные при $\theta_1 = 12^\circ$, $\varphi_1 = 60^\circ$:

A	-20°	-10°	-5°	5°	20°
P_1	1,35	1,41	1,41	1,33	0,98
	0,47	0,59	0,65	1,39	0,96

В частности можно заметить, что при $A = -20^\circ$ и 5° средняя подъемная сила от перепада давления на несущей поверхности имеет близкие значения, а удельная подъемная сила отличается почти в три раза.

Построенная математическая модель обтекания машущего крыла на режиме нормального трепещущего полета позволяет выяснить влияние различных кинематических факторов на аэродинамику крыльев. Подобранные такие значения кинематических параметров для заданной частоты взмахов, удлинения и площади крыла, при которых средняя подъемная сила достаточна для удержания веса насекомого в воздухе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lighthill J.* Aerodynamic aspects of animal flight.— In: *Swimming and Flying in Nature*. V. 2. N. Y.: Plenum Press, 1975, p. 423–491. (Рус. перев.: Лайтхилл Дж. Аэродинамические аспекты полета животных.— *Механика*. Новое в зарубежной науке. № 23. Биогидродинамика плавания и полета. М.: Мир, 1980, с. 9–78).
2. *Голубев В. В.* О некоторых вопросах теории машущего крыла. Тр. по аэродинамике. М.—Л.: Гостехиздат, 1957, с. 477–491.
3. *Weis-Fogh T.* Quick estimates of flight fitness in hovering animals, including novel mechanisms for lift production. *J. Exp. Biol.*, 1973, v. 59, № 1, p. 169–230.
4. *Кокшайский Н. В.* Очерк биологической аэро- и гидродинамики. (Полет и плавание животных). М.: Наука, 1974. 255 с.
5. *Першин С. В.* Плавание и полет в природе.— *Итоги науки и техники. ВИНТИ. Сер. Бионика. Биокibernетика. Биоинженерия*. Т. 4. М., 1979. 156 с.
6. *Зайцев А. А.* Несущая поверхность при больших деформациях.— В кн.: *Аэромеханика и газ. динамика*. М.: Наука, 1976, с. 42–56.
7. *Голдстейн Г.* Классическая механика. М.: Гостехиздат, 1957. 408 с.
8. *Зайцев А. А., Тюрев В. В.* Расчет обтекания несущей поверхности при больших деформациях.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1980, № 4, с. 72–79.
9. *Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж.* Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972. 316 с.
10. *Поттер Д.* Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975, 392 с. (с. 59).
11. *Белоцерковский С. М., Ништ М. И.* Нестационарная нелинейная теория тонкого крыла произвольной формы в плане.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1974, № 4, с. 100–108.

Москва

Поступила в редакцию
24.XII.1981