ротермического эффекта сильно уменьшается. Подчеркнем, что явление зависимости величины баротермического эффекта от характера изменения давления по пути движения жидкости (при нестационарной фильтрации) необходимо учитывать практически во всех экспериментальных исследованиях, постановке теоретических задач и при интерпретации экспериментальных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алишаев М. Г.* Расчет температурного поля пласта при инжекции жидкости для плоского фильтрационного течения.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1, с. 67–75.
2. *Филиппов А. И., Буевич А. С.* Способ определения распределения давления в работающем пласте. А. с. № 643630.– Опубл. в Б. И., 1979, № 3, с. 115.
3. *Филиппов А. И.* Способ определения поля давления вблизи эксплуатационной скважины. А. с. № 781330.– Опубл. в Б. И., 1980, № 43, с. 106.
4. *Чекалюк Э. Б.* Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965. 238 с.
5. *Филиппов А. И., Рамазанов А. Ш.* К расчету теплового поля дроссельного элемента установки для изучения эффекта Джоуля – Томсона.– Инж.-физ. ж., 1980, т. 38, № 2, с. 318–324.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Б. М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 567 с.

Уфа

Поступила в редакцию 24.XI.1981

УДК 532.546

МАССООБМЕН ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ ВЗВЕШЕННЫЕ И ЭМУЛЬГИРОВАННЫЕ ВЕЩЕСТВА

КАРАЧЕВЦЕВ Н. Ф., САРКИСЯН В. С.

Для очистки различных жидкостей от взвешенных (или эмульгированных) веществ может быть использована фильтрация через естественные фильтры – трещиноватые, пористые и трещиновато-пористые горные породы, обладающие большой сорбционной емкостью и проницаемостью.

В данной статье рассматривается массообмен между породами пласта-коллектора и загрязненной жидкостью при нагнетании ее в одиночную скважину. Полученные аналитические зависимости позволяют дать прогноз изменения концентрации веществ в нагнетаемых стоках, а также определить параметры массообмена по экспериментальным данным.

Рассмотрим нагнетание жидкости, содержащей взвешенные (эмульгированные) вещества, в совершенную скважину в безграничном напорном пласте мощностью m с коэффициентом фильтрации k при постоянном дебите Q. Процесс фильтрации жидкости, сопровождающийся конвективным переносом взвеси и прилипанием ее к поверхности пор пород пласта – коллектора, описывается уравнениями фильтрации, массопереноса и прилипания (сорбции), имеющими вид

$$a\left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r}\right)=\frac{\partial s}{\partial t},\qquad a=\frac{km}{\mu^*} \tag{1}$$

$$\operatorname{div}(vc)+\frac{\partial N}{\partial t}+n_0\frac{\partial c}{\partial t}=0,\qquad \frac{\partial N}{\partial t}=\gamma N_0 c \tag{2}$$

Здесь s – изменение напора в пласте; a – коэффициент пьезопроводности; μ^* – упругая водоотдача; v – скорость фильтрации; c и N – объемные концентрации взвеси в жидкой и твердой фазах; γ – коэффициент скорости массообмена; n_0 – пористость (трещиноватость) пород; N_0 – предельная сорбционная емкость; r и t – координата и время.

Изменение напора и скорость фильтрации определяются по формулам

$$s=-\frac{Q}{4\pi km}Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right),\qquad v=\frac{Q}{2\pi mr}\exp\left(-\frac{r^2}{4at}\right)$$

Для напорных пластов пьезопроводность $a=10^5-10^7$ м²/сут, и при длительном нагнетании можно считать $\exp(-r^2/4at)\approx 1$. Тогда скорость фильтрации будет $v=Q/(2\pi mr)$ и уравнение (2) примет вид

$$\frac{q}{r}\frac{\partial c}{\partial r}+\gamma N_0 c+n_0\frac{\partial c}{\partial t}=0,\qquad q=\frac{Q}{2\pi m} \tag{3}$$

Линейная одномерная задача при $\partial c/\partial t=0$ ранее рассматривалась в работах [1, 2].

Найдем решение уравнения (3) для двух стадий фильтрации.

1) Первая стадия $0\leqslant t\leqslant t_0$, в течение которой на выходе жидкости из скважины (на наружной поверхности фильтра) еще не достигнута предельная емкость поглощения вещества ($N(r_0t)<N_0$), а концентрация этого вещества в нагнетаемой жидкости является постоянной ($c(r_0,\ t)=c_0$). Для этой стадии краевые условия будут

$$c(r,\ t)=0,\quad r>R_1;\ N(r,\ t)=0,\quad r\geqslant R_1$$
$$R_1(t)\,|_{t=0}=r_0;\quad c(r_0,\ t)=c_0 \tag{4}$$

где $R_1(t)$ – положение границы проникновения нагнетаемой жидкости в пласт (фронт поршневого вытеснения); r_0 – радиус скважины.

2) Вторая стадия $t\geqslant t_0$ начинается с момента времени t_0, когда на выходе жидкости из скважины будет исчерпана предельная сорбционная емкость N_0 и образуется зона радиусом R_2, в которой $N=N_0$, $c=c_0$. Эта зона ограничена подвижной границей, перемещающейся от скважины с некоторой скоростью. Для этой стадии краевые условия будут

$$c(r,\ t_0)=c_1(r,\ t_0),\quad N(r,\ t_0)=N_1(r,\ t_0)$$
$$c(R_2,\ t)=c_0,\quad N(R_2,\ t)=N_0,\quad N(R_1,\ t)=0 \tag{5}$$

где c_1 и N_1 – значения c и N при $t=t_0$.

Решения задач (3), (4) имеют вид

$$c=\begin{cases} c_0\exp(-\gamma N_0\xi), & t\geqslant n_0\xi \\ 0, & t<n_0\xi \end{cases} \tag{6}$$

$$N=\gamma N_0c_0\exp(-\gamma N_0\xi)(t-n_0\xi),\quad t\geqslant n_0\xi,\quad \xi=0{,}5(r^2-r_0^2)/q \tag{7}$$

Продолжительность первой стадии t_0 находим из (7), положив $\xi=0$ и $N=N_0$, $t_0=1/\gamma c_0$.

Распределение концентрации N в конце первой стадии будет

$$N(\xi,\ t_0)=N_0(1-\gamma n_0c_0\xi)\exp(-\gamma N_0\xi). \tag{8}$$

Положение границы зоны предельного насыщения R_2 определим из кинематического условия $(n_0c_0+N_0)\,dR_2/dt=qc_0/R_2$, интегрируя которое при условии $R_2(t_0)=r_0$, получим

$$0{,}5(R_2^2-r_0^2)/q=\alpha(t-t_0),\quad \alpha=c_0/(n_0c_0+N_0) \tag{9}$$

Интегрируя методом характеристик уравнение (3) с учетом (5)–(9), находим решение задачи для второй стадии в виде:

$$c^*=\frac{c}{c_0}=\begin{cases} 1, & \xi\leqslant\psi_2 \\ \exp\left[-\dfrac{\gamma N_0}{1-n_0\alpha}(\xi-\psi_2)\right], & \psi_2\leqslant\xi\leqslant(t-t_0)/n_0 \\ \exp(-\gamma N_0\xi), & (t-t_0)/n_0\leqslant\xi\leqslant t/n_0 \\ 0, & \xi>t/n_0 \end{cases} \tag{10}$$

$$\psi_2=\alpha(t-t_0)=0{,}5(R_2^2-r_0^2)\,/\,q$$

$$N^*=\frac{N}{N_0}=\begin{cases} c^*, & \xi\leqslant(t-t_0)/n_0 \\ \gamma c_0\exp(-\gamma N_0\xi)(t-n_0\xi), & (t-t_0)/n_0\leqslant\xi\leqslant t/n_0 \\ 0, & \xi>t/n_0 \end{cases} \tag{11}$$

Анализ полученных решений показывает, что распространение взвеси в пласте характеризуется наличием трех подвижных границ: 1) фронт проникновения нагнетаемой жидкости в пласт $\psi_1=t\,/\,n_0$, на этой границе $c^*=\exp(-\gamma N_0t\,/\,n_0)$, $N^*=0$; 2) граница предельного насыщения $\psi_2=\alpha(t-t_0)$, на которой $N=N_0$ и $c=c_0$; 3) подвижная граница $\psi_3=(t-t_0)\,/\,n_0$, на которой $c^*=N^*=\exp[-\gamma N_0(t-t_0)\,/\,n_0]$.

Из полученных решений следует, что при $(t-t_0)>n_0\xi$ $c\,/\,N=c_0\,/\,N_0=\text{const}$, т. е. отношение количества вещества в жидкой и твердой фазах является постоянным. Для $t-t_0<n_0\xi$ это отношение будет бо́льшим (в твердой фазе еще не достигнута концент-

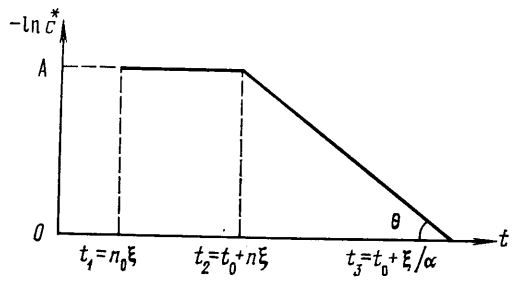
рация cN_0 / c_0). С течением времени N достигает величины cN_0 / c_0, и в дальнейшем отношение c / N остается постоянным.

Для условий, когда величина $1 / \gamma c_0$ значительно меньше общей длительности периода нагнетания, можно считать, что насыщение емкости во входном сечении потока происходит мгновенно и первая стадия отсутствует ($t_0=0$). В этом случае решение задачи будет иметь вид

$$c^*=N^*=\exp\left[-\gamma(N_0+n_0c)(\xi-\alpha t)\right], \qquad \xi\leqslant t / n_0.$$

Из этого решения следует, что значение N на фронте проникновения терпит разрыв, что является следствием из допущения о мгновенном насыщении емкости во входном сечении потока.

Для инженерных расчетов по прогнозу изменения концентрации загрязняющих веществ в фильтрующихся промстоках при их захоронении (или при нагнетании в пласт с целью очистки и последующего использования) необходимо знать параметры, характеризующие перенос и поглощение взвесей – N_0, γ, n_0. Эти параметры находятся по данным опытных нагнетаний жидкости и регистрации изменения концент-



рации c в наблюдательной скважине. Методика определения пористости (трещиноватости) n_0 широко освещена в литературе, поэтому остановимся здесь на вопросе определения параметров массообмена γ и N_0.

Наиболее надежно эти параметры определяются, если прослежено изменение концентрации в наблюдательной скважине от 0 до c_0, т. е. длительность опыта такова, что граница зоны предельного насыщения достигнет наблюдательной скважины. Логарифмируя (10), получим

$$-\ln c^*=\begin{cases} 0, & \xi\leqslant\psi_2 \\ \gamma(n_0c_0+N_0)(\xi-\psi_2), & \psi_2\leqslant\xi\leqslant(t-t_0)/n_0 \\ \gamma N_0\xi, & (t-t_0)/n_0\leqslant\xi\leqslant t/n_0 \end{cases}$$

На фигуре показан график временного прослеживания концентрации в системе $-\ln c^*-t$. На первой стадии концентрация загрязнений в наблюдательной скважине будет постоянной. Зная эту величину, находим $A=-\ln c^*$ или $\gamma N_0=A / \xi$. По углу наклона θ прямой $-\ln c^*=f(t)$ к оси t можно определить значение γ, учитывая, что $\operatorname{tg}\theta=\gamma c_0$, получим $\gamma=\operatorname{tg}\theta / c_0$.

Далее определяем значение $N_0=A / \gamma\xi=Ac_0 / (\xi \operatorname{tg}\theta)$.

Параметры γ и N_0 могут быть получены на основе значений t_1, t_2 и t_3 (считаем, что n_0 известно). Продолжительность первой стадии $t_0=t_2-t_1$ определяется по графику прослеживания и находится значение $\gamma=1 / t_0c_0$. По времени прихода границы предельного насыщения в точку ξ находим

$$N_0=c_0(t_3-t_0-n_0\xi) / \xi$$

Для определения γ и N_0 могут быть использованы значения для двух моментов времени (считаем, что процесс миграции достиг второй стадии). Пусть известны $c_1(t_1)$ и $c_2(t_2)$. Тогда из решения (10) можно получить формулы для определения γ и N_0

$$\gamma=\frac{1}{c_0(t_2-t_1)}\ln\frac{c_2}{c_1}, \qquad N_0=\frac{1}{\gamma\xi}\left[\gamma c_0(t_1-n_0\xi)-\ln c_1^*-1\right]$$

$$N_0=\frac{1}{\gamma\xi}\left[\gamma c_0(t_2-n_0\xi)-\ln c_2^*-1\right]$$

$$N_0 = \frac{[\gamma c_0(t_1 - n_0\xi) - 1]\ln c_2^* - [\gamma c_0(t_2 - n_0\xi) - 1]\ln c_1^*}{\gamma\xi \ln c_2/c_1}$$

Если слежение за концентрацией осуществляется по двум наблюдательным скважинам, находящимся на расстояниях ξ_1 и ξ_2 от нагнетающей, то из (10) легко могут быть получены соответствующие зависимости для определения γ и N_0 по значениям концентрации c_1 и c_2 в некоторый момент времени t.

Следует отметить здесь, что величина $t_0 = 1/\gamma c_0$ в ряде случаев может быть весьма большой, т. е. в полевом опыте не представится возможность проследить всю выходную кривую $-\ln c^* = f(t)$, а только получить ее первую часть, соответствующую первой стадии миграции. В этом случае по результатам опыта можно определить только произведение γN_0. Для определения каждого из параметров необходимы дополнительные лабораторные исследования (если представится возможным смоделировать в лабораторных условиях структуру и свойства пород пласта-коллектора) или длительные полевые испытания, близкие к эксплуатационным.

Зная параметры γ, n_0 и N_0, можно, используя полученные решения, составить прогноз об изменении концентрации загрязняющих веществ в фильтрующихся промстоках, а также определить границы зон предельного насыщения пород пласта-коллектора и проникновения нагнетаемых промстоков в пласт.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Веригин Н. Н.* О растворении и вымыве солей при фильтрации воды в грунтах.– Науч. доклады высш. школы. Строительство, 1958, № 2, с. 211–219.
2. *Веригин Н. Н.* Основы теории растворения и вымыва солей при фильтрации воды в горных породах.– В кн.: Инж.-геол. свойства горных пород и методы их изучения. М.: Изд-во АН СССР, 1962, с. 59–70.

Москва

Поступила в редакцию 5.IV.1982

УДК 533.6.011

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗВЕЗДЧАТЫХ ТЕЛ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

БУНИМОВИЧ А. И., КУЗЬМЕНКО В. И.

Поиск формы тела, оптимального по своим аэродинамическим характеристикам, привел к исследованию звездчатых тел. В многочисленных теоретических и экспериментальных работах [1–3] показано преимущество таких тел по сравнению с эквивалентными телами вращения при движении в плотном газе в широком диапазоне сверхзвуковых скоростей. Так как складчатая поверхность звездчатых тел по площади значительно превосходит поверхность сравниваемых тел вращения, а в разреженном газе порядок сил вязкого трения и сил давления примерно одинаков, становится актуальной задача исследования оптимальности звездчатых тел при полете с гиперзвуковыми скоростями в разреженном газе на различных высотах.

В работе в предположениях «гипотезы локальности» [4] определяются основные аэродинамические и тепловые характеристики тел, имеющих передний торец в форме правильной звезды с n лучами, гладко сопрягающимися с кормовым круговым торцом способом, предложенным в [3]. Проводится детальный анализ основных характеристик и устанавливается диапазон изменения удлинения и числа лучей оптимальной звездчатой конфигурации при различной степени разреженности земной атмосферы.