

Хашина – Штрикмана. Под эквивалентностью здесь подразумевается сколь угодно точная аппроксимация дифференциальных уравнений для скорости и поля в континуальной среде системой аналогичных соотношений, выписанных для сетки. Отсюда следует, что неравенства (2.2), (2.3) могут быть использованы для оценки вероятности перколяции произвольных двумерных и трехмерных сеток.

Приведем результаты сравнения оценок (1.2), (2.2), (2.3) с величиной вероятности перколяции, найденной с помощью прямого математического эксперимента на простых кубических и квадратных сетках [1]. На фиг. 1, 2 изображены (кривые 1, 2, 3) зависимости вероятности перколяции P , ее оценок P_* и P_* от доли проводящих звеньев кубической сетки $15 \times 15 \times 15$ и квадратной сетки 50×50 . Легко видеть, что учет информации об изотропии системы заметен, особенно в двумерном случае, улучшает нижнюю оценку вероятности перколяции.

Вернувшись вновь к рассмотрению общего случая анизотропных систем, отметим, что использование матричных неравенств (1.3) приводит к зависимости оценки вероятности перколяции от направления вектора среднего поля \mathbf{H} , что естественно лишь для случая предельной анизотропии. Используя скалярные неравенства, можно получить оценки инвариантные к направлению фильтрационного потока. Так, например, обратившись к точным неравенствам для компонент тензора эффективной проводимости двумерных систем, найденных К. А. Лурье и А. В. Черкаевым [5], можно получить оценку, не зависящую от направления \mathbf{H}

$$P \geq \frac{1}{p} \frac{\sigma_0(\sigma_*^{11} + \sigma_*^{22}) - 2\sigma_*^{11}\sigma_*^{22}}{\sigma_0^2 - \sigma_*^{11}\sigma_*^{22}} \quad (2.4)$$

Здесь σ_*^{ii} – диагональные компоненты тензора эффективной проводимости. Легко видеть, что оценка (2.4) зависит лишь от инвариантов тензора эффективной проводимости, а зависимость от σ_0 – кажущаяся, так как σ_*^{ii} пропорциональны σ_0 . В случае изотропии системы неравенство (2.4) переходит в (2.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kirkpatrick Scott. Percolation and conduction. – Rev. Mod. Phys., 1973, v. 45, № 4, p. 574. (Рус. перев.: Перколяция и проводимость. – В кн.: Теория и свойства неупорядоченных материалов. М.: Мир, 1977, с. 249.)
2. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979. 416 с.
3. Швидлер М. И. Об одной оценке вероятности перколяции в неоднородных средах. – ЖЭТФ, 1981, т. 80, вып. 2, с. 666–668.
4. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials. – J. Appl. Phys., 1963, v. 33, № 10, p. 3125–3131.
5. Лурье К. А., Черкаев А. В. Точные оценки проводимости смесей, образованных двумя материалами, взятыми в заданной пропорции (плоская задача). ДАН СССР, т. 264, № 5, 1982, с. 1128–1130.

Москва

Поступила в редакцию
30.III.1982

УДК 532.546

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ

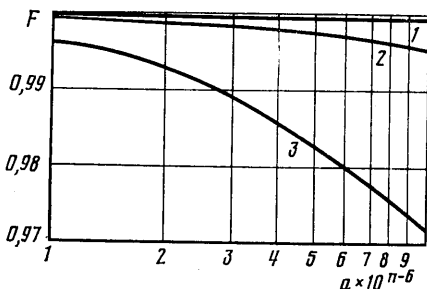
РАМАЗАНОВ А. Ш., ФИЛИПШОВ А. И.

В работе исследуются температурные поля при фильтрации жидкости в пористой среде, обусловленные перераспределением поля давления (баротермический эффект). Показано, что в нестационарном поле давления баротермический эффект зависит от характера изменения давления по пути фильтрации жидкости. Определены условия фильтрации, когда баротермический эффект близок к эффекту Джоуля – Томсона.

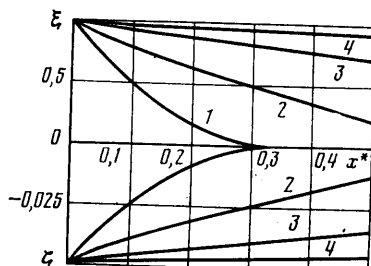
Температурный эффект вследствие перераспределения давления при фильтрации жидкостей в пористой среде по абсолютной величине намного меньше, чем для газов. Например, величина дроссельного эффекта для воды $\epsilon \sim 2 \cdot 10^{-7}$ К/Па, а для газов ϵ порядка $(3 \div 6) \cdot 10^{-6}$ К/Па. Поэтому баротермическим эффектом даже в неизоэнтальпической фильтрации жидкостей пренебрегали [1]. Однако в связи с повышением разрешающей способности термометрической аппаратуры в настоящее время появилась возможность уверенной регистрации баротермических эффектов.

Интерес к дальнейшей разработке теории переходных термогидродинамических процессов обусловлен также разработкой новых бесконтактных методов физико-технических исследований [2, 3].

Рассматривается процесс неизотермической фильтрации неидеальной жидкости. Предполагается, что изменением кинетической и потенциальной энергий фильтрационного потока можно пренебречь. Для пренебрежения влиянием краевых эффектов рассмотрим бесконечный теплоизолированный однородный стержень, температура которого в каждой точке совпадает с температурой фильтрующейся жидкости (мгновенный межфазный теплообмен).



Фиг. 1



Фиг. 2

При таких предположениях температурное поле можно определить путем решения уравнения сохранения энергии при фильтрации жидкости в упругой пористой среде [4]

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(x, t) \left[\frac{\partial T}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} \right] - \eta_s \Pi \frac{\partial p}{\partial t} = 0; \quad T|_{t=0} = 0 \quad (1)$$

в котором члены с давлением p определяются независимо из уравнения материального баланса (уравнение пьезопродности)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (\kappa = \text{const}) \quad (2)$$

с соответствующими граничными и начальными условиями. Здесь T — температура, u — скорость конвективного переноса тепла, ε — коэффициент Джоуля — Томсона, η_s — адиабатический коэффициент, $\Pi = mc$, m — пористость стержня, c — отношение теплоемкости жидкости к теплоемкости пористой среды, насыщенной жидкостью, κ — пьезопроводность среды, t — время. При записи уравнения (1) предполагалось, что вклад теплопроводности по пути фильтрации жидкости мал по сравнению с конвективным переносом [5].

Цель исследований — изучение влияния нестационарности поля давления, характерной для переходных процессов, на величину баротермического эффекта.

Решение уравнения (1) выразить в общем виде в квадратурах не удастся. В случае, когда u и p не зависят от времени, решение задачи (1) описывается формулой

$$T(x, t) = -\varepsilon [p(x) - p(x-ut)] \quad (3)$$

Видно, что температурное поле при фильтрации жидкости в стационарном поле давления потенциально, баротермический эффект однозначно определяется значениями начального $p(x-ut)$ и конечного давления $p(x)$.

В случае, когда $u = u(t)$ и $p = p(x, t)$, решение имеет более сложный вид

$$T(x, t) = -\varepsilon [p(x, t) - p(x-\lambda, 0)] + \varepsilon \int_0^t \frac{\partial_2 p[x + \lambda' - \lambda, t']}{dt'} dt' + \\ + \eta_s \Pi \int_{x-\lambda}^x p_{\lambda'}(y, \lambda - x + y) dy, \quad \lambda = \int_0^t u(\tau) d\tau \quad (4)$$

Первое слагаемое в (4) аналогично выражению (3) и описывает дроссельный разогрев жидкости, третье слагаемое представляет вклад адиабатического расширения. Второе слагаемое обусловлено только нестационарностью поля давления в среде и описывает вклад характера изменения давления по пути движения жидкости в баротермический эффект.

Оценим величину вклада нестационарности поля давления в величину баротермического эффекта на простейшей модели для фильтрационного течения жидкости в режиме заданного перепада давлений в полуограниченном пористом стержне.

В этом случае поле давления описывается известной формулой

$$p(x, t) = p_1 - (p_1 - p_2) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \right) \quad (5)$$

которая является решением уравнения (2) со следующими начальными и граничными условиями:

$$p|_{t=0} = p_1, \quad p|_{x=0} = p_2, \quad p|_{x \rightarrow \infty} = p_1$$

Тогда, согласно закону фильтрации Дарси, скорость конвективного переноса тепла определяется выражением [4]

$$u(x, t) = -c \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} = -c \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\sqrt{\pi \kappa t}} \exp \left(-\frac{x^2}{4\kappa t} \right) \quad (6)$$

Здесь k — проницаемость стержня, μ — вязкость жидкости. С учетом (5) и (6) решение задачи (1) имеет вид [4]

$$T(x, t) = \varepsilon [p_1 - p(x, t)] - (\varepsilon + \eta_s \Pi) \int_{x^2/4\kappa t}^{\infty} [(\pi z)^{1/2} e^z + a]^{-1} dz \quad (7)$$

$$a = c \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\kappa} = c \Delta p \beta^*$$

Здесь $\Delta p = p_1 - p_2$ — величина депрессии; β^* — упругоємкость пористого стержня. Баротермический эффект в сечении $x=0$ (на выходе из пористой среды) для всех $t > 0$ оказывается постоянной величиной

$$T(0, t) = \varepsilon \Delta p [1 - (1 + \alpha) F]$$

$$\alpha = \Pi \frac{\eta_s}{\varepsilon}, \quad F = F(a) = \int_0^{\infty} [(\pi z)^{1/2} e^z + a]^{-1} dz \quad (8)$$

Как видно из (8), максимальная величина баротермического эффекта (при $F=0$) равна величине дроссельного разогрева $\varepsilon \Delta p$. Адиабатический эффект и изменение давления по пути движения жидкости приводят к снижению баротермического эффекта. При $a=0$ (несжимаемая среда) $F=1$, баротермический эффект равен величине адиабатического охлаждения $-\eta_s \Pi \Delta p$, эффект Джоуля — Томсона в жидкости в этом случае не наблюдается. Таким образом, величина температурного эффекта существенно зависит в этом случае от свойств пористой среды. Заметим, что в классической теории стационарного дросселирования жидкости через пористую перегородку величина температурного эффекта определяется только физическими свойствами дросселирующей жидкости и не зависит от физических свойств пористой среды (т. е. от a) [6].

На фиг. 1 показана зависимость $F=F(a)$, соответствующая формуле (8) (кривым 1, 2, 3 на фиг. 1 соответствуют значения $n=1, 2, 3$). Видно, что при изменении a от 10^{-5} до 10^{-2} $F(a)$ меняется от 1 до 0,97, т. е. в баротермическом эффекте доля дроссельного разогрева не превышает 3% максимальной величины $\varepsilon \Delta p$. На фиг. 2 показаны профили депрессии $\xi = \Delta p(x^*, Fo) / \Delta p$ и температуры $\zeta = T(x^*, Fo) / \varepsilon \Delta p$ в дроссельном элементе в различные моменты времени, где $x^* = x/R$, $Fo = \kappa t / R^2$; R — некоторый характерный размер. Кривые 1, 2, 3, 4 на фиг. 2 соответствуют значениям $Fo = 0,01; 0,1; 1; 10$ и вычислены при $a = 10^{-4}$ и $\alpha = 0,05$. Видно, что после приложения депрессии изменения давления и температуры быстро распространяются в глубь дроссельного элемента и вблизи $x=0$ с течением времени происходит почти безградиентная фильтрация жидкости. Зависимость температурного эффекта от характера изменения давления по пути движения жидкости объясняется следующим образом. Жидкость после приложения депрессии вначале разряжается «на месте», затем «приходит в движение», но уже не с начальным давлением, а с давлением, меньшим начального на некоторую величину. Доля приложенной депрессии, расходуемой на «начальное разрежение» (и на преодоление гидравлического сопротивления среды), зависит от коллекторских свойств среды и свойств фильтрующей жидкости. Если основная доля приложенной депрессии идет на преодоление гидравлического сопротивления среды (например, при движении вязких жидкостей в слабопроницаемых низкопористых средах), баротермический эффект будет близок к дроссельному разогреву жидкости $\varepsilon \Delta p$, в противном случае величина ба-

ротермического эффекта сильно уменьшается. Подчеркнем, что явление зависимости величины баротермического эффекта от характера изменения давления по пути движения жидкости (при нестационарной фильтрации) необходимо учитывать практически во всех экспериментальных исследованиях, постановке теоретических задач и при интерпретации экспериментальных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алишаев М. Г. Расчет температурного поля пласта при инъекции жидкости для плоского фильтрационного течения. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1, с. 67–75.
2. Филиппов А. И., Буевич А. С. Способ определения распределения давления в работающем пласте. А. с. № 643630. — Оpubл. в Б. И., 1979, № 3, с. 115.
3. Филиппов А. И. Способ определения поля давления вблизи эксплуатационной скважины. А. с. № 781330. — Оpubл. в Б. И., 1980, № 43, с. 106.
4. Чекалюк Э. В. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965. 238 с.
5. Филиппов А. И., Рамазанов А. Ш. К расчету теплового поля дроссельного элемента установки для изучения эффекта Джоуля – Томсона. — Инж.-физ. ж., 1980, т. 38, № 2, с. 318–324.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Б. М. Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 567 с.

Уфа

Поступила в редакцию
24.XI.1981

УДК 532.546

МАССООБМЕН ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ ВЗВЕШЕННЫЕ И ЭМУЛЬГИРОВАННЫЕ ВЕЩЕСТВА

КАРАЧЕВЦЕВ Н. Ф., САРКИСЯН В. С.

Для очистки различных жидкостей от взвешенных (или эмульгированных) веществ может быть использована фильтрация через естественные фильтры – трещиноватые, пористые и трещиновато-пористые горные породы, обладающие большой сорбционной емкостью и проницаемостью.

В данной статье рассматривается массообмен между породами пласта-коллектора и загрязненной жидкостью при нагнетании ее в одиночную скважину. Полученные аналитические зависимости позволяют дать прогноз изменения концентрации веществ в нагнетаемых стоках, а также определить параметры массообмена по экспериментальным данным.

Рассмотрим нагнетание жидкости, содержащей взвешенные (эмульгированные) вещества, в совершенную скважину в безграничном напорном пласте мощностью m с коэффициентом фильтрации k при постоянном дебите Q . Процесс фильтрации жидкости, сопровождающийся конвективным переносом взвеси и прилипанием ее к поверхности пор пород пласта – коллектора, описывается уравнениями фильтрации, массопереноса и прилипания (сорбции), имеющими вид

$$a \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \frac{\partial s}{\partial t}, \quad a = \frac{km}{\mu^*} \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(vc) + \frac{\partial N}{\partial t} + n_0 \frac{\partial c}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial N}{\partial t} = \gamma N_0 c \quad (2)$$

Здесь s – изменение напора в пласте; a – коэффициент пьезопроводности; μ^* – упругая водоотдача; v – скорость фильтрации; c и N – объемные концентрации взвеси в жидкой и твердой фазах; γ – коэффициент скорости массообмена; n_0 – пористость (трещиноватость) пород; N_0 – предельная сорбционная емкость; r и t – координата и время.

Изменение напора и скорость фильтрации определяются по формулам

$$s = - \frac{Q}{4\pi km} Ei \left(- \frac{r^2}{4at} \right), \quad v = \frac{Q}{2\pi mr} \exp \left(- \frac{r^2}{4at} \right)$$

Для напорных пластов пьезопроводность $a = 10^5 - 10^7$ м²/сут, и при длительном нагнетании можно считать $\exp(-r^2/4at) \approx 1$. Тогда скорость фильтрации будет $v = Q/(2\pi mr)$ и уравнение (2) примет вид

$$\frac{q}{r} \frac{\partial c}{\partial r} + \gamma N_0 c + n_0 \frac{\partial c}{\partial t} = 0, \quad q = \frac{Q}{2\pi m} \quad (3)$$