

УДК 536.25

**НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СОСУДЕ ПРИ БОКОВОМ ПОДВОДЕ ТЕПЛА**

ПОЛЕЖАЕВ В. И., ЧЕРКАСОВ С. Г.

Для расчета конвекции и температурного расслоения в сосудах при подводе тепла извне применяются различные приближенные методики (см., например, [1, 2]), основанные на условном выделении некоторых зон (пограничный слой на боковой стенке, центральное ядро, область перемешивания у свободной поверхности, куда опускается прогретая жидкость из пограничного слоя) с последующим упрощением исходных уравнений и их раздельным решением для различных зон. Более полно особенности данного класса течений учитываются при численном решении нестационарных уравнений тепловой конвекции, где не делается предварительных предположений о структуре течения. Этим методом в [3] исследована конвекция в цилиндрическом сосуде при числах Грасгофа (здесь и далее имеется в виду число Грасгофа, отнесенное к заданному потоку тепла и высоте сосуда) до 10^7 , что соответствует, как правило, сосудам малых размеров или малым значениям силы тяжести (невесомость). Дальнейшее увеличение расчетного числа Грасгофа связано с большими трудностями вычислительного характера, поэтому продвижение в изучении конвекции в сосудах численными методами происходит в последние годы сравнительно медленно. Так, в [4] получены отдельные результаты при числе Грасгофа до 10^{10} .

В данной работе охвачен диапазон чисел Грасгофа от 10^8 до 10^{13} , характерный для сосудов больших размеров, что удается осуществить на основе методики численного решения нестационарных уравнений Навье — Стокса [5, 6]. Получены новые данные о режимах конвекции, влиянии числа Прандтля, тонких структурных особенностях пристенных конвективных течений и их взаимодействии с ядром. Результаты сопоставляются с экспериментальными данными [7].

1. Математическая модель. Подробная постановка задачи приведена в [3, 4]. Рассматривается нестационарная тепловая конвекция в вертикальном цилиндрическом сосуде, частично заполненном жидкостью. Поверхность жидкости предполагается плоской при отсутствии на ней трения. К боковой поверхности сосуда подводится равномерно распределенный постоянный во времени поток тепла. Дно сосуда и свободная поверхность теплоизолированы, поля скоростей и температуры осесимметричны. В начальный момент времени жидкость неподвижна и однородно прогрета.

Используя приближение Буссинеска [8], представим уравнения тепловой конвекции в переменных «вихрь, функция тока, температура», а также граничные и начальные условия в следующем безразмерном виде:

(1.1)

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + v \frac{\partial \omega}{\partial z} = Gr_R^* \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - \frac{\omega}{r^2} \left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \omega r \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial r} + v \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (1.3)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = rv, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = -ru \quad (1.4)$$

$$\omega|_{r=0}=0 \quad (1.5)$$

$$\omega|_{z=H}=0 \quad (1.6)$$

$$\psi|_{r=0}=\psi|_{r=1}=\psi|_{z=0}=\psi|_{z=H}=0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} \Big|_{r=1} = \frac{\partial \psi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=1} = 1 \quad (1.9)$$

$$\omega|_{t=0}=\psi|_{t=0}=\theta|_{t=0}=0 \quad (1.10)$$

Здесь U, v — компоненты скорости по осям r и z . $\theta = (T - T_0)\lambda(qR)^{-1}$, θ — безразмерная температура, $G_{Gr}^* = g\beta qR^4(\nu^2\lambda)^{-1}$ — число Грасгофа, $Pr = \nu/a$ — число Прандтля, g — ускорение силы тяжести, β — коэффициент теплового расширения, ν — коэффициент кинематической вязкости, a — коэффициент температуропроводности, λ — коэффициент теплопроводности, q — плотность теплового потока, T_0 — начальная температура, R — радиус сосуда, ω — вихрь, ψ — функция тока. Ось z направлена против силы тяжести; при записи (1.1) — (1.10) за характерные масштабы длины, времени и скорости принимались величины $R, R^2/\nu$ и ν/R .

Граничное условие (1.6) является следствием условий непротекания и отсутствия касательного напряжения на свободной поверхности ($z=H$). Граничные условия (1.7) и (1.8) соответствуют условию непротекания через границы области и условию прилипания на твердых поверхностях.

Отметим, что для определения функции тока из уравнения (1.2) достаточно граничных условий (1.7), тогда как условия (1.8) используются для вычисления в ходе решения задачи граничных условий для уравнения переноса завихренности (1.1).

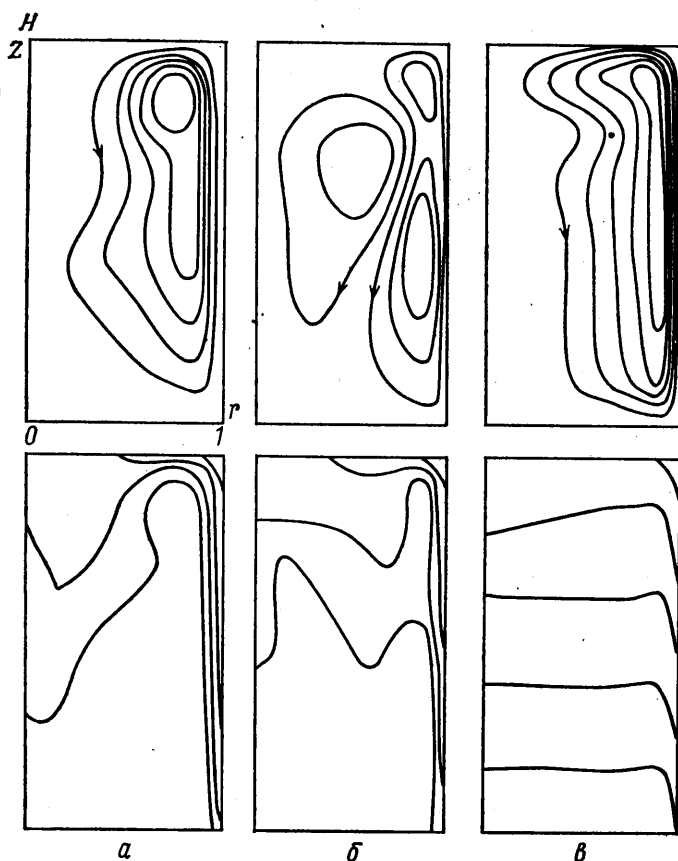
Определение вихря в виде (1.4) имеет существенное значение для постановки граничных условий на оси симметрии. В работе [3] использовались уравнения, в которых вихрь определяется по формуле

$$\omega = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1.11)$$

При этом на оси симметрии ставилось граничное условие (1.5), которое является простым следствием условий симметрии на оси, если вихрь определен по формуле (1.4). Однако при использовании вихря в форме (1.11) такое граничное условие не является строгим.

Критериями подобия в задаче являются: число Грасгофа G_{Gr}^* , число Прандтля Pr и степень заполнения сосуда H . Число Грасгофа, определенное через высоту заполненной части сосуда, упоминавшееся выше, выражается в виде $G_{Gr}^* = G_{Gr}^* \cdot H^4$. Критериальные зависимости искомых величин имеют вид $f = f(r, z, t, G_{Gr}^*, Pr, H)$. В данной работе, как и в работе [3, 4], рассматривается конвекция в сосудах со степенью заполнения $H=2$, что позволяет, используя результаты упомянутых работ, проследить некоторые общие закономерности развития конвекции при увеличении числа Грасгофа.

2. Метод численного решения. Задача (1.1) — (1.10) решается методом сеток. Применяется неявная разностная схема, основные элементы которой использовались для численного исследования плоских конвективных течений при больших числах Грасгофа в работах [6, 9]. По сравнению с разностной схемой, применявшейся ранее для численного исследования тепловой конвекции в цилиндрическом сосуде [3, 10], данная разностная схема имеет существенные отличия. Для конвективных членов на «верхнем» временном слое используется монотонная аппроксимация [11], обеспечивающая устойчивость прогонки при больших скоростях течения. Повышение устойчивости разностной схемы, позволившее проводить расчеты при больших числах Грасгофа, связано также с новым способом вычисления граничных условий для вихря на твердых поверхностях, предложенным в работе [9]. Эти модификации уже факти-



Фиг. 1

чески использовались в [4]. Существенный вклад в повышение эффективности методики численного исследования дает также применение метода разделения переменных с использованием быстрого преобразования Фурье [5] для определения функции тока из уравнения (2). При расчетах нестационарной конвекции в сосудах [3, 4, 10] ранее для этой цели использовались итерационные методы, требовавшие больших затрат машинного времени. Кроме того, в отличие от итерационных методов метод разделения переменных позволяет получать решение разностного аналога уравнения (1.2) с машинной точностью, что имеет существенное значение для численного исследования нестационарных течений при больших числах Грасгофа.

Характерной особенностью конвекции при больших числах Грасгофа является малая толщина динамического и теплового пограничных слоев, поэтому в расчетах применялись сетки с неравномерным шагом по радиусу, со значительным сгущением вблизи боковой стенки сосуда. Аппроксимация производных на неравномерной сетке выполнена в соответствии с [5].

3. Особенности развития конвекции во времени ($G_{rH}^* \sim 10^8$). На фиг. 1 показаны линии тока и изотермы в различные моменты времени ($G_{rH}^* = 1,12 \cdot 10^8$, $Pr=1$, $a - t=1,1 \cdot 10^{-2}$, $б - t=1,5 \cdot 10^{-2}$, $в - t=0,2$). Развитие конвекции во времени происходит в целом аналогично случаю $G_{rH}^* = 1,6 \cdot 10^7$, подробно исследованному в работе [3]. Вместе с тем при рассматриваемом значении числа Грасгофа, приблизительно на порядок превышающем максимальное число Грасгофа в работе [3], некоторые особенности конвективного течения и теплообмена имеют ярко выраженный характер, что позволяет уточнить и дополнить результаты работ [3, 4] с учетом влияния числа Прандтля.

Рассмотрим вначале некоторые особенности развития конвекции во времени, которые мало изменяются при различных значениях числа Прандтля в диапазоне $Pr=1-27$.

В зависимости от изменения во времени параметров конвективного течения выделяются следующие характерные режимы: режим развития конвекции, режим конвективных колебаний, переходный и квазистационарный режимы.

В режиме развития конвекции происходит прогрев жидкости вблизи боковой стенки сосуда. Нагретая жидкость всплывает вдоль стенки и далее движется вдоль свободной поверхности к оси симметрии.

На боковой стенке происходит формирование пограничного слоя. Температура стенки увеличивается сначала по всей высоте. Затем в нижней части стенки появляется область, в которой рост температуры прекращается, причем верхняя граница стационарной части пограничного слоя смещается со временем к свободной поверхности. За время продвижения струи горячей жидкости к оси симметрии пограничный слой не успевает установиться по всей высоте стенки, поэтому максимальная величина функции тока, характеризующая интенсивность течения, и средняя разность температуры между боковой стенкой и осью симметрии монотонно возрастают. Эти величины достигают максимальных значений в момент окончания режима развития конвекции t_* , когда струя горячей жидкости достигает оси симметрии.

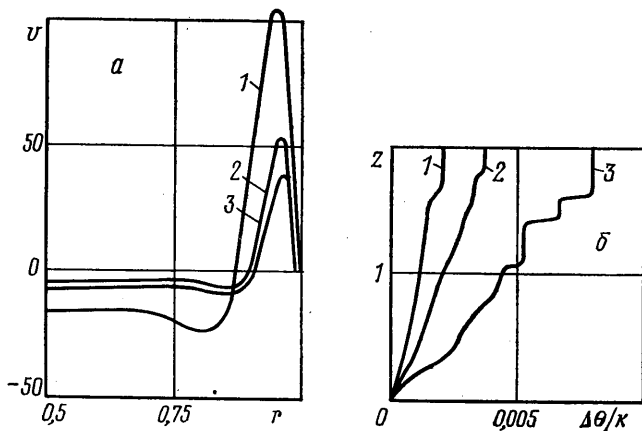
После достижения оси симметрии струя горячей жидкости начинает опускаться вниз (фиг. 1, а). Если при движении струи вдоль свободной поверхности подъемная сила была направлена перпендикулярно скорости, то по мере продвижения прогретой жидкости вдоль оси эта сила начинает препятствовать движению. В результате горячая жидкость замедляет продвижение вдоль оси, а затем всплывает к свободной поверхности, образуя возвратное течение (фиг. 1, б). По мере всплывания горячей жидкости вдоль оси возвратное течение ослабевает, что вызывает увеличение потока прогретой жидкости вдоль свободной поверхности к оси. Прогретая жидкость вновь начинает опускаться вдоль оси симметрии и колебания в поле течения повторяются.

В работе [3] показано, что причиной возникновения конвективных колебаний является неравномерность прогрева жидкости по горизонтали в центральной части сосуда, обусловленная опусканием горячей жидкости вдоль оси симметрии. Возвратные течения переносят холодную жидкость из пространства между горячей стенкой и осью к оси, а на ее место поступает прогретая жидкость со стороны свободной поверхности, поэтому горизонтальная неоднородность температурного поля в центральной части сосуда уменьшается и колебания со временем затухают. После окончания режима конвективных колебаний в центральной части сосуда имеется сформировавшееся ядро, в котором температура постоянна по горизонтали (фиг. 1, в).

После затухания возвратных течений в переходном режиме конвекции характеристики течения и теплообмена изменяются во времени монотонно. В этом режиме происходит уменьшение скоростей и средней разности температуры между горячей стенкой и осью симметрии, в то время как вертикальное температурное расслоение (разность температуры между свободной поверхностью и дном сосуда на оси симметрии) увеличивается. В переходном режиме характеристики конвекции слабо зависят от времени, причем с течением времени эта зависимость ослабевает. При больших временах прогрева наступает квазистационарный режим, в котором течение и пространственные разности температуры не зависят от времени.

Линии тока в верхней части конвективного ядра имеют при больших временах прогрева характерную «змеевидную» форму (фиг. 1, в). Такая структура течения связана, видимо, с наличием устойчивой температурной стратификации, которая препятствует вертикальным движениям в ядре и вынуждает частицы горячей струи, поступающей в ядро из пограничного слоя, совершать колебания в горизонтальном направлении по мере охлаждения и продвижения в нижнюю часть сосуда. Результатом этих колебаний является рассеивание горячей струи по пространству ядра.

Предложенная здесь классификация нестационарных режимов конвекции основана на выделении различных структурных особенностей течения, тогда как в работе [3] нестационарные режимы выделялись по характеру теплообмена. В частности, в [3] выделялся начальный режим, в котором конвекция не оказывает влияния на поле температуры. Результаты расчетов, проведенных в данной работе, показывают, что при числе Грасгофа $Gr_H^* > 10^8$ продолжительность этого режима пренебрежимо мала по сравнению с длительностью других характерных режимов. При этом теплообмен полностью определяется конвекцией и данная классификация, видимо, более соответствует физической сущности протекающих процессов.



Фиг. 2

4. Влияние числа Прандтля в различных режимах по времени ($Gr_H^* = 1,12 \cdot 10^8$). При выбранных масштабах и фиксированном числе Грасгофа число Прандтля можно рассматривать как безразмерную теплоемкость, поэтому с увеличением числа Прандтля рост температуры в пристеночной области в режиме развития конвекции замедляется. Уменьшается также и толщина теплового пограничного слоя, в котором действует подъемная сила, и, следовательно, уменьшаются скорости, что в свою очередь приводит к увеличению длительности нестационарных режимов конвекции.

При увеличении числа Прандтля от 1 до 27 время окончания режима развития конвекции t_c увеличивается от 0,008 до 0,03. С увеличением числа Прандтля уменьшается характерный размер возвратных течений и происходит их смещение по направлению к точке пересечения оси симметрии и свободной поверхности. Уменьшается относительная интенсивность возвратных течений и их влияние на развитие основной циркуляции, так как уменьшение скорости натекания горячей струи к оси симметрии приводит к уменьшению глубины ее проникновения в холодную массу жидкости, что является причиной возникновения колебаний во времени.

При увеличении числа Прандтля разность температур горячей струи и непрогретой массы жидкости уменьшается, что также оказывает стабилизирующее влияние на колебания за счет уменьшения возвращающей силы. Уменьшение интенсивности возвратных течений и их локализация в верхней части сосуда приводят к тому, что распределение температуры по вертикали в ядре в момент начала переходного режима существенно зависит от величины числа Прандтля. В частности, при числе Прандтля $Pr=1$ увеличение температуры дна сосуда начинается задолго до окончания режима конвективных колебаний, а при числе Прандтля $Pr=27$ — только в переходном режиме конвекции.

Величина числа Прандтля оказывает существенное влияние на характеристики конвекции и при больших временах прогрева. На фиг. 2, а показаны профили вертикальной составляющей скорости в сечении $z=1$ в момент времени $t=0,2$ ($1 - Pr=1$, $2 - Pr=7$, $3 - Pr=27$). При увеличении числа Прандтля скорость и толщина пограничного слоя уменьшаются, как и в случае конвекции около вертикальной пластины с заданным потоком тепла [12]. Однако в отличие от конвекции около пластины профиль скорости имеет минимум на внешней границе пограничного слоя. Эта особенность течения подтверждается экспериментальными данными [7]. Профиль температуры в пограничном слое также имеет минимум, причем в той точке, где скорость обращается в нуль. Наличие относительно холодного слоя между горячей стенкой и ядром видно по расположению изотерм (фиг. 1, в). Отметим, что указанные особенности течения и теплообмена имеют место лишь при достаточно больших временах прогрева, когда в центральной части сосуда появляется вертикальное температурное расслоение. При этом холодные частицы жидкости на внешней границе пограничного слоя, движущиеся достаточно далеко от горячей стенки, не успевают существенно нагреться и, попадая в верхнюю часть сосуда с повышенной температурой, начинают тонуть, образуя встречное течение на внешней границе пограничного слоя.

При больших временах прогрева температура на большей части свободной поверхности изменяется по линейному закону, причем при увеличении числа Прандтля размер этой области увеличивается за счет уменьшения толщины теплового погра-

ничного слоя у горячей стенки. При этом уменьшается величина и неоднородность в распределении скорости на свободной поверхности, а точка, в которой скорость принимает максимальное значение, смещается к горячей стенке. Уменьшается также неоднородность температурного поля. В частности, в момент времени $t=0,2$ разность температуры между свободной поверхностью и дном сосуда на оси симметрии (температурное расслоение) составляет 0,208 ($Pr=1$), 0,092 ($Pr=7$) и 0,041 ($Pr=27$).

5. Структура тепловой конвекции при больших числах Грасгофа ($G_{гн}^*=10^{11}-10^{13}$). Увеличение числа Грасгофа — основного параметра, определяющего интенсивность конвекции, приводит, как показано в работах [3, 4], к значительным изменениям характеристик течения и теплообмена. На фиг. 3 показаны линии тока и изотермы в пристеночной части сосуда ($0,8 \leq r \leq 1$) при малом и большом времени прогрева ($G_{гн}^*=1,6 \cdot 10^{13}$, $Pr = 1$, $a - t = 10^{-4}$, $b - t = 1,65 \cdot 10^{-3}$). Характерной особенностью конвекции при малых временах прогрева является развитие неустойчивости пограничного слоя. В нижней части пограничного слоя образуются волны, амплитуда которых нарастает по высоте стенки. С течением времени, по мере увеличения скоростей, область неустойчивости увеличивается: усиление возмущений при этом начинается на меньшем расстоянии от дна сосуда. С некоторого момента времени в верхней части пристеночной области появляются выбросы горячей жидкости из пограничного слоя, сопровождающиеся притоком в пограничный слой холодной жидкости из центральной части сосуда. В результате на внешней границе пограничного слоя образуются вихри сравнительно небольшого размера (фиг. 3, а).

При числе Грасгофа $G_{гн}^*=1,6 \cdot 10^{11}$ развитие пограничного слоя происходит аналогично, возмущения начинают развиваться на большем расстоянии от дна, неустойчивая часть пограничного слоя уменьшается. Кроме того, при числе Грасгофа $G_{гн}^*=1,6 \cdot 10^{13}$ неустойчивость пограничного слоя возникает задолго до того момента времени, когда струя горячей жидкости достигает оси, а при $G_{гн}^*=1,6 \cdot 10^{11}$ развитие неустойчивости пограничного слоя приблизительно совпадает по времени с началом образования возвратных течений у оси симметрии. Аналогичный процесс образования волн и вторичных течений в пограничном слое имеет место в случае тепловой конвекции около плоской вертикальной пластины в области перехода из ламинарного режима течения в турбулентный, который, согласно [13], происходит при $G_{гн}^* \sim 10^{11}-10^{13}$, однако в отличие от конвекции около пла-

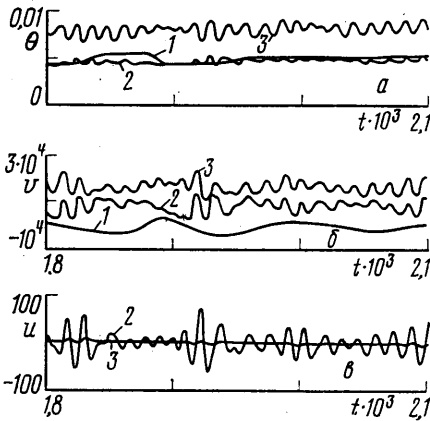


Фиг. 3

стины рассмотренное выше течение вблизи боковой стенки цилиндрического сосуда имеет кратковременный характер.

При больших временах прогрева скорости и пространственные разности температуры колеблются около некоторых средних значений, что позволяет говорить о существовании квазистационарного режима относительно средних значений. На квазистационарном режиме (фиг. 3, б) в поле течения выделяются три области: ядро в центральной части сосуда, состоящее из крупномасштабных вихревых образований; тонкий вязкий подслой вблизи горячей стенки, течение в котором близко к плоскопараллельному; мелкомасштабная вихревая структура на внешней границе пограничного слоя между вязким подслоем и ядром.

Мгновенные структуры течения на внешней границе пограничного слоя в различные моменты времени значительно различаются. В частности, при числе Грасгофа $G_{гн}^* = 1,6 \cdot 10^{11}$ наблюдаются два типа течения.



Фиг. 4

В первом случае имеется замкнутый контур циркуляции жидкости по периферии ядра, причем вблизи стенки жидкость в ядре движется навстречу течению в вязком подслое. В результате взаимодействия двух встречных потоков на внешней границе пограничного слоя образуется цепочка вихрей с одинаковым направлением вращения. Второй тип течения реализуется в том случае, когда течения в вязком подслое и на периферии ядра образуют единый контур циркуляции и интенсивное встречное течение вблизи стенки отсутствует. В этом случае течение в пограничном слое сходно по структуре с течением в вертикальном слое в турбулентном режиме конвекции [6]. Сравнительно мелкие вихри на внешней границе пограничного слоя чередуются с «выбросами», характерной особенностью которых является выпуклость линий тока в сторону ядра. Как правило, структура течения в пограничном слое является комбинацией рассмотренных типов. Например, в момент времени $t = 1,65 \cdot 10^{-3}$ (фиг. 3, б) в верхней части пристеночной области реализуется первый, в нижней — второй тип течения.

На фиг. 4 показано изменение во времени мгновенных значений температуры (а), вертикальной составляющей скорости (б) и горизонтальной составляющей скорости (в) на квазистационарном режиме конвекции в некоторых характерных точках: на оси симметрии ($r=0$), в области мелкомасштабной вихревой структуры на внешней границе пограничного слоя ($r=0,983$) и в вязком подслое ($r=0,998$) в сечении $z=1$ ($G_{гн}^* = 1,6 \cdot 10^{11}$, $Pr=1$, $1-r=0$, $2-r=0,983$, $3-r=0,998$). Изменение скорости и температуры на оси симметрии сравнительно медленное, что связано с медленными крупномасштабными движениями в ядре.

В вязком подслое имеются значительные пульсации температуры и вертикальной составляющей скорости. Пульсации горизонтальной составляющей скорости в вязком подслое малы, причем с увеличением расстояния от стенки эти пульсации увеличиваются, достигая максимальных значений на внешней границе пограничного слоя. В этой части пограничного слоя пульсации вертикальной составляющей скорости близки по величине к пульсациям в вязком подслое, причем, как правило, пульсации горизонтальной и вертикальной составляющих скорости имеют противоположный знак. Пульсации температуры на внешней границе пограничного слоя малы и менее регулярны, чем в вязком подслое. Все эти особенности изме-

нения мгновенных характеристик аналогичны тем, которые отмечались для вертикального слоя [6].

Интересными особенностями отличаются мгновенные профили температуры на оси симметрии на квазистационарном режиме (фиг. 2, б). Здесь $Pr=1$, $\Delta\theta = \theta|_{r=0} - \theta|_{r=0, z=0}$, k — масштабный множитель, $1 - Gr_H^* = 1,12 \cdot 10^8$, $k=100$; $2 - Gr_H^* = 1,6 \cdot 10^{11}$, $k=10$; $3 - Gr_H^* = 1,6 \cdot 10^{13}$, $k=1$. В верхней части сосуда профили имеют ступенчатый характер, при этом зоны с почти постоянной температурой чередуются с областями большого температурного градиента. С увеличением числа Грасгофа количество ступенек увеличивается, а сами ступеньки становятся более отчетливыми. Указанная особенность в распределении температуры характерна для устойчиво стратифицированных течений, хотя конкретный механизм до конца не ясен [14].

В рассматриваемом случае причиной образования ступенек является то, что линии тока в верхней части ядра имеют «змеевидную» форму и течение вблизи оси симметрии представляет чередование областей с большими и малыми значениями вертикальной составляющей скорости. Такая слоистая структура течения и является, видимо, причиной ступенчатого распределения температуры на оси. Поскольку с увеличением числа Грасгофа увеличивается скорость струи, вытекающей из пограничного слоя, то для ее торможения и рассеивания в ядре требуется большее количество радиальных колебаний. Соответственно возрастает и количество ступенек в температурном профиле. Этот факт указывает на то, что увеличение числа Грасгофа приводит к усложнению структуры конвекции не только в пограничном слое, но и в ядре.

Результаты, полученные в данной работе и в работе [3], позволяют сделать вывод о том, что по характеру прогрева жидкости существуют два режима конвекции, существенно различающиеся характером теплообмена и структурой поля температуры. При $Gr_H^* < 10^7$ в процессе прогрева основной массы жидкости существенную роль играет перенос тепла в радиальном направлении. В режиме «интенсивной» конвекции ($Gr_H^* > 10^7$), который изучается здесь, основная масса жидкости сосредоточена в центральном ядре, изотермичном по горизонтали, что указывает на определяющее влияние конвекции на теплообмен. Прогрев ядра происходит преимущественно за счет вертикального переноса тепла со стороны свободной поверхности, куда поступает прогретая жидкость из пограничного слоя.

6. Критериальные зависимости. Сопоставление с результатами теоретических и экспериментальных исследований. Результаты, полученные в данной работе при $Gr_H^* = 1,12 \cdot 10^8$, качественно согласуются с результатами работ [3, 4] для числа Грасгофа $Gr_H^* = 1,6 \cdot 10^7$. Значение числа Нуссельта на квазистационарном режиме, полученные в настоящей работе при числах Грасгофа Gr_H^* от $1,12 \cdot 10^8$ до $1,6 \cdot 10^{13}$ при различных значениях числа Прандтля, описываются с точностью около 10% зависимостью

$$Nu_H = \frac{H}{\langle \Delta\theta \rangle} = 0,87 \cdot (Ra_H^*)^{0,2}$$

Здесь Nu_H — число Нуссельта, $\langle \Delta\theta \rangle$ — средняя разность температуры между боковой стенкой сосуда и осью симметрии, $Ra_H^* = Gr_H^* Pr$ — число Рэлея. Для чисел $Gr_H^* < 10^8$ и числа Прандтля $Pr=1$ эта зависимость была получена в работе [3].

Время установления максимальной интенсивности конвекции (соответствующее моменту окончания режима развития конвекции), полученное в данной работе при $Pr=1$ и различных значениях числа Грасгофа, а также в работе [3], аппроксимируется с точностью около 10% формулой

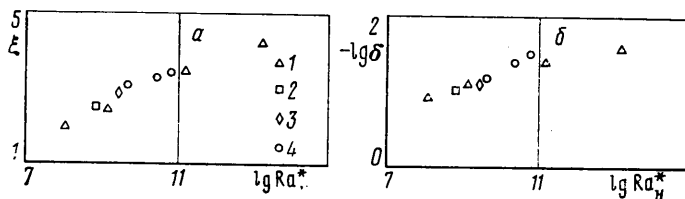
$$t_* = 4 \cdot (Gr_H^*)^{-1/2}$$

На основе полученных в данной работе результатов могут быть предложены также следующие критериальные зависимости:

$$\text{Pr} |u|_{\max} = 0,03 (\text{Ra}_H^*)^{0,44}, \quad \Delta\theta_s = 25 (\text{Gr}_H^*)^{-1/4}$$

Здесь $|u|_{\max}$ — максимальная величина скорости на свободной поверхности на квазистационарном режиме конвекции, $\Delta\theta_s$ — разность температур свободной поверхности и дна на оси симметрии (температурное расслоение) на квазистационарном режиме. Первая из этих формул аппроксимирует результаты, полученные при различных значениях числа Прандтля, последняя — только результаты, полученные при $\text{Pr}=1$.

Отметим, что в работах [3, 4] аналогичные данные получены обработкой результатов, не являющихся строго квазистационарными. Поэтому в указанных работах значения скорости на свободной поверхности зави-



Фиг. 5

шены, а температурное расслоение занижено по сравнению с приведенными выше формулами. Это утверждение согласуется со сделанным выше выводом о том, что в переходном режиме происходит уменьшение скоростей и увеличение температурного расслоения.

На фиг. 5 показаны максимальные значения вертикальной составляющей скорости (а) и толщины пограничного слоя (б) в центральной по высоте части сосуда, полученные в эксперименте [7] и в данной работе (1 — $\text{Pr}=1$, 2 — $\text{Pr}=7$, 3 — $\text{Pr}=27$, 4 — экспериментальные данные). Толщина пограничного слоя δ определялась как расстояние от стенки до точки, в которой вертикальная составляющая скорости обращается в нуль, $\xi = \lg(\text{Pr} v_{\max})$. В эксперименте использовался вертикальный цилиндрический сосуд, полностью заполненный водой, подогреваемый сбоку при степени заполнения 1, 9.

Некоторое отличие условий эксперимента и расчета состоит, по-видимому, в наличии перетоков тепла по боковой стенке, выполненной из алюминия, что не учитывается в расчете. Отметим, что переток тепла по стенке должен приводить к увеличению скоростей за счет уменьшения стратификации в ядре.

Результаты расчета и эксперимента, в котором был реализован только ламинарный режим течения ($4,5 \cdot 10^9 \leq \text{Ra}_H^* \leq 6,4 \cdot 10^{10}$), удовлетворительно согласуются при числах Рэлея Ra_H^* до 10^{11} . При числах Рэлея $10^{11} - 10^{13}$, реализованных в расчете, происходит заметное утолщение пограничного слоя в соответствии с изменением его структуры, описанным выше.

Для более детального анализа структуры течения и возможностей численного моделирования конвекции при больших числах Рэлея необходимы более подробные экспериментальные данные. В частности, требуют экспериментальной проверки представления о тонкой структуре тепловых и динамических полей в пограничном слое и вблизи оси симметрии. В известных авторам экспериментах эти вопросы не исследовались, за исключением визуализации течения [15], подтверждающей наличие змеевидного течения в верхней части ядра¹.

¹ В самом тексте указанной работы этот факт, однако, не был отмечен.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кларк Д. А.* Криогенная теплопередача.— В кн.: Успехи теплопередачи. М.: Мир, 1971, с. 361—567.
2. *Teller D. M., Harper E. Y.* Approximate analysis of propellant stratification.— AIAA Journal, 1963, v. 1, № 8, p. 1954—1956.
3. *Полежаев В. И., Вальциферов Ю. В.* Численное исследование нестационарной тепловой конвекции в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла.— В кн.: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. 3. М., 1971, с. 137—174.
4. *Вальциферов Ю. В., Полежаев В. И.* К расчету конвективного теплообмена и температурного расслоения в цилиндрическом сосуде при заданном потоке тепла.— Числ. методы механики сплош. среды, 1981, т. 12, № 1, с. 10—19.
5. *Бунз А. В., Грязнов В. Л., Дубовик К. Г., Полежаев В. И.* Методика и комплекс программ численного моделирования гидродинамических процессов на основе нестационарных уравнений Навье—Стокса. М., 1981. 70 с. (Препринт Ин-та пробл. мех. АН СССР, № 173).
6. *Дайковский А. Г., Полежаев В. И., Федосеев А. И.* Исследование структуры переходного и турбулентного режимов конвекции в вертикальном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 6, с. 66—75.
7. *Hess C. F., Miller C. W.* Natural convection in a vertical cylinder subject to constant heat flux.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1979, v. 22, № 3, p. 421—430.
8. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953. 788 с.
9. *Полежаев В. И., Грязнов В. Л.* Метод расчета граничных условий для уравнений Навье—Стокса в переменных «вихрь, функция тока».— Докл. АН СССР, 1974, т. 219, № 2, с. 301—304.
10. *Полежаев В. И.* Конвективное взаимодействие в цилиндрическом сосуде, частично заполненном жидкостью, при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям и дну.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 4, с. 77—88.
11. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
12. *Sparrow E. M., Gregg J. L.* Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux.— Trans. ASME, 1956, v. 78, № 2, p. 435—440.
13. *Влит, Лайю.* Экспериментальное исследование турбулентных пограничных слоев в условиях естественной конвекции.— Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Теплопередача, 1969, т. 91, № 4, с. 73—96.
14. *Тернер Дж.* Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977. 431 с.
15. *Evans L. B., Reid R. C., Drake E. M.* Transient natural convection in a vertical cylinder.— A. I. Ch. E. Journal, 1968, v. 14, № 2, p. 251—259.

Москва

Поступила в редакцию
26.I.1982