

УДК 533.6.011.8

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СТРУИ, ИСТЕКАЮЩЕЙ ИЗ ТЕЛА,
СО ВСТРЕЧНЫМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ
РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА**

ЛАРИНА И. Н.

При экспериментальном исследовании сверхзвукового обтекания сферы со струей, истекающей из лобовой точки сферы навстречу потоку, для больших [1] и умеренных [2] чисел Рейнольдса Re был обнаружен эффект экранирования встречного потока, который приводил к уменьшению коэффициента сопротивления сферы и потока энергии на сферу. Численное моделирование картины течения при сверхзвуковом обтекании сферы со звуковой струей из сопла, расположенного на оси симметрии, было выполнено для режима сплошной среды в [3]. В данной работе исследование этой задачи проводится для потоков разреженного газа на основе численного решения модельного кинетического уравнения для одноатомного газа.

1. Рассматривается следующая задача. В сверхзвуковом потоке разреженного одноатомного газа помещена сфера радиуса R . В лобовой точке сферы расположено сопло радиуса r_* , из которого навстречу потоку истекает струя того же сорта газа, что и во встречном потоке.

Полагаем, что функция распределения $f(x_j, \xi_j)$, описывающая состояние газа, удовлетворяет S -модельному кинетическому уравнению [4], которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\xi_j \frac{\partial f}{\partial x_j} = v[F - f] \quad (1.1)$$

$$v = \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{Kn} \frac{p}{\mu(T)}, \quad F = \frac{n}{(\pi T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{c^2}{T}\right) [1 - q_j a_j(T)]$$

$$a_j = \frac{4}{15} \frac{c_j}{nT^2} \left(\frac{5}{2} - \frac{c^2}{T}\right), \quad \mu(T) = \frac{T^{3/2} \psi(B)}{\psi(BT)}, \quad B = \frac{T_\infty}{T_*}, \quad T_* = \frac{\varepsilon}{k}$$

$$\psi(t) = 0,767 + 0,233t^{-1/6} \exp[-1,17(t-1)]$$

$$n = \int f d\xi, \quad nu_j = \int f \xi_j d\xi, \quad \frac{3}{2} T = \frac{1}{n} \int \frac{c^2}{2} f d\xi$$

$$q_j = \int c_j \frac{c^2}{2} d\xi, \quad p = nT, \quad c_j = \xi_j - u_j, \quad Kn = \frac{\lambda_\infty}{2R}$$

где n , u_j , T — плотность, скорость и температура газа, q_j — компоненты потока тепла, ε — глубина потенциальной ямы, k — постоянная Больцмана, λ_∞ — длина пробега молекул в набегающем потоке, Kn — число Кнудсена.

Выражение для вязкости $\mu(T)$ выбиралось в виде, аппроксимирующем зависимость вязкости от температуры для модели взаимодействия частиц Леннарда — Джонса [5].

При обезразмеривании уравнений в качестве характерных величин выбирались: плотность n_∞ и температура T_∞ газа на бесконечности, радиус сферы R и тепловая скорость $V_0 = (2kT_\infty/m)^{1/2}$. Для определения воздей-

ствия газа на сферу вычисляются нормальная P_n и касательная P_τ составляющие потока импульса, нормальная составляющая потока энергии на сферу E

$$P_n = \int f \xi_n^2 d\xi, \quad P_\tau = \int f \xi_n \xi_\tau d\xi, \quad E = - \int f \xi^2 \xi_n d\xi$$

где n — внешняя нормаль к поверхности сферы.

При постановке граничных условий для уравнения (1.1) на бесконечности для частиц, летящих к сфере, задается функция распределения невозмущенного потока

$$f_\infty = \pi^{-3/2} \exp[-(\xi - S)^2] \quad (1.2)$$

где S — безразмерная скорость набегающего потока.

На поверхности сферы предполагается диффузный закон отражения частиц с температурой T_w

$$f_w = n_w (\pi T_w)^{-3/2} \exp(-\xi^2/T_w) \quad (1.3)$$

$$n_w = -2 \left(\frac{\pi}{T_w} \right)^{1/2} \int_{(\xi, n) < 0} f \xi_n d\xi \quad (1.4)$$

Для частиц газа, истекающих из сопла, задаем функцию распределения

$$f_s = n_s (\pi T_s)^{-3/2} \exp[-(\xi - S_s)^2/T_s] \quad (1.5)$$

2. Для численного решения задачи используется интегральное представление уравнения (1.1), учитывающее граничные условия (1.2) — (1.5)

$$f(x_j, \xi_j) = f_0(x_j - b_j y_s, \xi_j) A + B \quad (2.1)$$

$$A = \exp \left[- \frac{1}{\xi} \int_0^{y_s} v(x_j - b_j y) dy \right], \quad \xi = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2}$$

$$B = \frac{1}{\xi} \int_0^{y_s} v(x_j - b_j y) F(x_j - b_j y, \xi_j) \exp \left[- \frac{1}{\xi} \int_0^y v(x_j - b_j y') dy' \right] dy$$

Здесь b_j — направляющие вектора скорости ξ , y_s — расстояние от точки x_j до границы, f_0 — функция распределения на границе.

В координатной плоскости задачи вводятся полярные координаты r, d так, что сечение сферы плоскостью симметрии является координатной кривой $r=1$, а $\alpha=0$ на оси симметрии перед сферой. Для каждого узла координатной сетки (r_i, α_i) в пространстве скоростей строятся конусы, разделяющие пространство скоростей на три области $\Omega_1, \Omega_w, \Omega_s$. Область Ω_1 образуют траектории частиц, приходящих в точку (r_i, α_i) из бесконечности, Ω_w — траектории частиц, приходящих с поверхности сферы, Ω_s — траектории частиц, приходящих из отверстия сопла.

После подстановки (2.1) в интегралы для моментов функции распределения в случае осесимметричной задачи получается система четырех (для уравнения Крукса) или шести (для S -модели) нелинейных интегральных уравнений, которая решается методом итераций.

Таким образом, решение задачи сводится к вычислению на каждой итерации для каждой узловой точки координатной плоскости интегралов вида

$$I_i^{(n)} = \int f^{(n)} \varphi_i d\xi = \int_{\Omega_1} f_i^{(n)} \varphi_i d\xi + \int_{\Omega_2} f^{(n)} \varphi_i d\xi$$

$$\Omega_2 = \Omega_w + \Omega_s, \quad \varphi_i = \{1, \xi_j, \xi^2, \xi_j \xi^2\}$$

При вычислении интегралов здесь используется численная схема, которая применялась в [6] для решения задачи обтекания сферы сверхзвуковым потоком с условием непротекания на поверхности. Особенность применяемого численного метода состоит в том, что сетка в пространстве скоростей не фиксируется для всего координатного пространства, а выбирается индивидуально для каждой координатной точки.

Это обеспечивает учет разрывов функции распределения и позволяет использовать квадратурные формулы для вычисления трехкратных интегралов с малым количеством узлов за счет выбора весовых функций, диктуемого анализом поведения функции распределения.

Необходимость учета разрывов функции распределения на поверхности сферы из-за действия струи приводит к интегрированию в пространстве скоростей по очень сложным областям. Для того чтобы свести задачу к интегрированию по более простой области, вводится фиктивная граничная функция f_w° для $\xi \in \Omega_s$.

$$f_w^\circ = n_w^\circ (\pi T_w)^{-3/2} \exp(-\xi^2/T_w)$$

где n_w° определяется из условия непротекания (1.4).

После этого интегрирование по области Ω_2 можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_2} f \varphi_i d\xi &= \int_{\Omega_w} f_w A \varphi_i d\xi + \int_{\Omega_s} f_s A \varphi_i d\xi + \\ &+ \int_{\Omega_c} B \varphi_i d\xi + \int_{\Omega_s} f_w^\circ A \varphi_i d\xi - \int_{\Omega_s} f_w^\circ A \varphi_i d\xi = \\ &= \int_{\Omega_c} (\Phi_w A + B) \varphi_i d\xi + \int_{\Omega_s} (f_s - f_w^\circ) A \varphi_i d\xi \end{aligned}$$

где $\Phi_w = f_w$ для $\xi \in \Omega_w$ и $\Phi_w = f_w^\circ$ для $\xi \in \Omega_s$.

Теперь для вычисления интегралов по области Ω_2 можно воспользоваться формулами из [6], заменив лишь при интегрировании по модулю скорости формулу Гаусса на формулу Симпсона.

Для вычисления интегралов по области Ω_s в пространстве скоростей вводим сферическую систему координат μ, θ, φ с осью $\theta=0$ вдоль прямой, соединяющей точку (r_i, α_i) с центром струи, и используем формулы Симпсона для интегрирования по каждой переменной.

Интегрирование в области Ω_1 проводится по квадратурным формулам, приведенным в [6]. Изменения были внесены лишь в формулы интегрирования по составляющей скорости, перпендикулярной скорости набегающего потока, а именно интегрирование по этой составляющей проводилось по формуле Симпсона.

3. Расчеты были выполнены для течений с параметрами $S=\{4, 7\}$, $\text{Kn}=\{10, 1, 0,4\}$, $T_w=T_s=4,5$, $r_s=\sin 0,125$, $B=0,5$. (Величина B принимает значение, равное 0,5 при течении азота со скоростью $S=4$ и с температурой торможения $T_0=290$ К). Средняя скорость частиц газа, вытекающего из сопла, принималась равной $S_s=1,8$, а интенсивность струи регулировалась заданием плотности n_s в условии (1.5). Для сравнения результатов проводились расчеты при тех же значениях параметров, но без струи, с условием непротекания на всей поверхности сферы.

Условия в набегающем потоке ставились на расстоянии $3R$ от поверхности сферы. Шаг сетки по координате r равнялся $0,1R$ вплоть до $1,8R$ от поверхности, а далее до границы шаг равнялся 0,5. Переменным был шаг и по углу α : $\Delta\alpha=0,0625$ вплоть до $\alpha=0,25$, а далее $\Delta\alpha=0,5$ до $\alpha=1,75$.

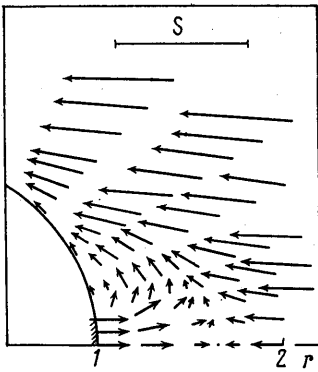
При интегрировании вдоль характеристики использовалась линейная интерполяция макропараметров, учитывался разрыв макропараметров на границе сопла в точке $\alpha_s=0,125$. Шар интегрирования вдоль характеристики $\Delta y=0,1$.

Точность вычисления макропараметров составляла $\sim 3-4\%$, а коэффициента сопротивления сферы $\sim 2-3\%$. При $\text{Kn}=0,4$ сходимость решения достигалась после шести итераций.

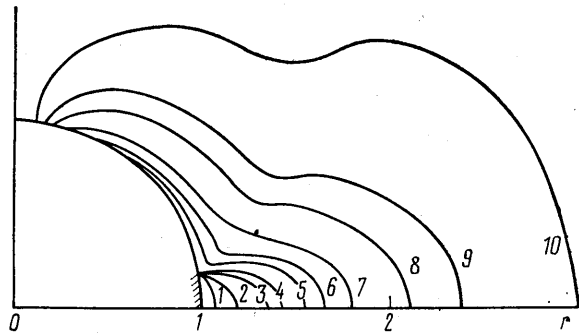
4. Для того чтобы продемонстрировать картину течения при взаимодействии набегающего потока с потоком из сопла, на фиг. 1 приводится векторное поле скорости газа при $S=7$, $\text{Kn}=0,4$, $\text{Re} \approx 30$, $n_s=30$. Расстояние δ от лобовой точки сферы до точки торможения двух потоков на оси симметрии, как показывают расчеты, слабо зависит от числа Кнудсена набегающего потока. Ниже приводятся значения величины δ при $\text{Kn}=0,4$ для различных значений плотности струи n_s и двух значений скорости S :

S	$n_s=5$	10	15	20	25	30
4	—	0,36	0,46	0,57	—	—
7	0,15	0,27	0,37	0,46	0,57	0,67

В газовой динамике для характеристики взаимодействия потока со встречной струей вводится параметр $P=p_{01}/p_{0f}$, где p_{01} — давление торможения в струе, p_{0f} — давление торможения за прямым скачком в набегаю-



Фиг. 1



Фиг. 2

щем потоке. Результаты экспериментов в [1, 2] показывают, что при фиксированных значениях r , и скорости газа в струе картина течения определяется в основном одним параметром P и слабо зависит от числа Маха в набегающем потоке, а величина δ является линейной функцией P .

Для расчетных параметров данной работы параметр P изменялся от 1,5 до 15. Сравнение результатов расчета при одной и той же скорости газа в струе и для разных скоростей набегающего потока ($S=4$ и 7) показало, что параметр P для течений разреженного газа не является параметром, определяющим динамическое подобие течений. Например, величина δ оказывается линейной функцией от P , но ее значения для разных скоростей S при фиксированном значении P различаются в 2 раза.

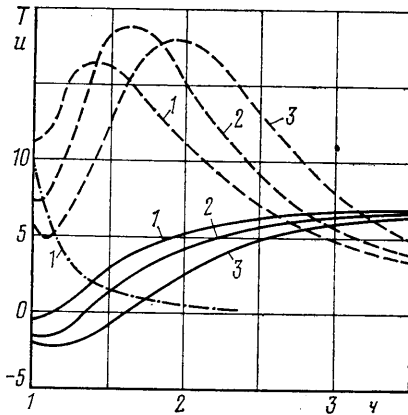
Для течения с параметрами $S=7$, $Kn=0,4$, $n_s=30$ на фиг. 2 представлены линии равной плотности. Значения плотности $n=20; 15; 5; 4; 3; 2,5; 1,5; 1,3; 1,1$ обозначены соответственно цифрами 1–10. Характерным оказывается «провал» в кривизне линий равной плотности.

На фиг. 3 нанесены профили температуры T (сплошные кривые), составляющей скорости вдоль оси симметрии u (штриховые кривые) и плотности n (штрихпунктирные кривые) газа на оси симметрии перед телом при $S=7$, $Kn=0,4$ для значений $n_s=10, 15, 30$ (цифры 1–3 соответственно). Все профили изменяются плавно. Интересным является характер поведения профилей скорости и температуры в зависимости от интенсивности струи. Так, при $n_s=10$ струя, входя во встречный поток, затормаживается и температура газа увеличивается, однако при $n_s=30$ поведение газа в струе соответствует режиму истечения звуковой струи из сопла: сначала поток газа в струе ускоряется и температура газа падает, а затем струя затормаживается.

Струя, вытекающая из тела навстречу потоку, оказывает экранирующее действие на набегающий поток и уменьшает поток импульса, присосымаемый на сферу. С другой стороны, действие струи на тело вызывает реактивную силу, увеличивающую сопротивление сферы, причем величина этой силы пропорциональна плотности n_s . В свободномолекулярном потоке, при отсутствии взаимодействия встречных потоков, коэффициент сопротивления сферы растет пропорционально n_s . При уменьшении числа Кнудсена может наступить режим обтекания, при котором действие этих двух противоположных факторов уравнивается, и начиная с некоторого числа Кнудсена экранирующее действие струи становится преобладающим над реактивным действием струи.

На фиг. 4 представлена зависимость коэффициента сопротивления сферы C_D от плотности газа в струе при $S=7$ (сплошные кривые) и при $S=4$ (штриховые кривые) для чисел Кнудсена $Kn=10$ (цифра 1), $Kn=1$

(цифра 2), $Kn=0,4$ (цифра 3) ($T_w=T_s=4,5$, $S_s=1,8$). Для вычисления значения C_D при $n_s=0$ уравнение (1.1) решалось с граничным условием (1.3) для всей поверхности сферы. На графике можно проследить три



Фиг. 3

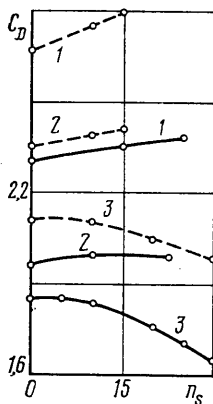
отмеченных выше режима течения: близкий к свободномолекулярному течению при $Kn=10$ (цифра 1), «переходный режим» при $Kn=1$ (цифра 2) и режим с эффективной экранировкой при $Kn=0,4$ (цифра 3). Оказывается, что при $S=7$ и $n_s \geq 20$ действие экранирующей струи уменьшает коэффициент сопротивления сферы на величину, которая примерно в 1,5 раза превосходит коэффициент реактивной тяги струи C_F

$$C_F = \frac{n_s T_s r_s^2}{S^2 \sqrt{\pi}} [ae^{-a^2} + \sqrt{\pi}(1 + \operatorname{erf} a) \times (0,5 + a^2)], \quad a = \frac{S_s}{\sqrt{T_s}}$$

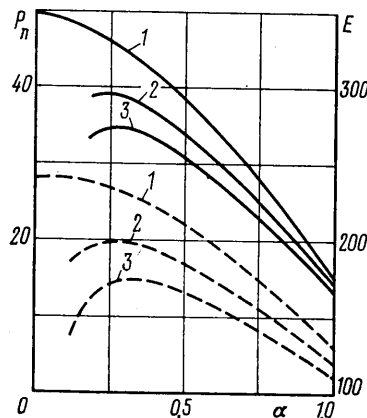
Численные расчеты задачи при $Kn=0,4$ находятся в согласии с выводами экспериментальных работ [1, 2], в которых проводились измерения давления по поверхности сферы для аналогичной задачи в режиме сплошной среды.

На фиг. 5 приводятся профили распределения нормальной составляющей потока импульса P_n по поверхности сферы для $S=7$, $Kn=0,4$ при $n_s = \{0, 20, 30\}$ (сплошные кривые). Они обозначены соответственно цифрами 1-3. Как видно из фиг. 5, общий уровень P_n уменьшается с возрастанием n_s . При больших значениях n_s вокруг струи образуется «застойная» зона, которая аналогична застойной зоне в экспериментальных данных [1]. Существование этой зоны и объясняет провал в кривизне линий равной плотности на фиг. 2. Результаты вычислений показывают, что с возрастанием n_s уменьшается также и касательная составляющая потока импульса P_t на сферу.

Представляет интерес возможность использования потоков, подаваемых из носовой части тела, для уменьшения теплопередачи к обтекаемому затупленному телу. На фиг. 5 приводятся профили распределения по сфере нормальной составляющей потока энергии на поверхность E при $S=7$, $Kn=0,4$, $T_w=T_s=4,5$ (штриховые кривые). Для различных значений плот-



Фиг. 4



Фиг. 5

ности газа в струе $n_s = \{0, 20, 30\}$ они обозначены соответственно цифрами 1–3. Как видно из графика, истечение струи обеспечивает некоторую тепловую защиту поверхности тела даже при довольно высокой температуре газа в струе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Finley P. J.* The flow of a jet from a body opposing a supersonic free stream.— *J. Fluid Mech.*, 1966, v. 26, № 2, p. 337–368. (Рус. перев.: *Финлей П. Дж.* Струя, истекающая из тела против внешнего сверхзвукового потока.— *Механика*. Перевод. сб. пер. ин. статей, 1967, № 5, с. 70–102).
2. *Сухнев В. А.* Исследование обтекания и аэродинамического сопротивления тела со струей, направленной против сверхзвукового потока разреженного газа.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1973, № 6, с. 166–170.
3. *Belotserkovskii O. M., Davydov Yu. M.* Numerical experiments for supersonic and hypersonic flows.— *Acta Astronautica*, 1974, v. 1, № 11–12, p. 1467–1474.
4. *Шахов Е. М.* Об обобщении релаксационного кинетического уравнения Крука.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1968, № 5, с. 142–145.
5. *Ларина И. Н., Рыков В. А.* Исследование обтекания сферы двухатомным разреженным газом.— В кн.: *Численные методы в динамике разреженных газов*. Вып. 4. М.: ВЦ АН СССР, 1979, с. 52–68.
6. *Ларина И. Н.* Исследование обтекания холодной сферы потоком разреженного газа при очень больших числах Маха.— В кн.: *Численные методы в динамике разреженных газов*. Вып. 4. М.: ВЦ АН СССР, 1979, с. 39–50.

Москва

Поступила в редакцию
2.XII.1981