**МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 · 1983**

УДК 532.5.011:538.2+538.4

СТАЦИОНАРНЫЕ МАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

ПАЦЕГОН Н. Ф., ТАРАПОВ И. Е.

Исследуются стационарные простые волны в несжимаемой, проводящей, идеальной, неоднородно и изотропно намагничивающейся жидкости, движущейся вдоль силовых линий магнитного поля. Интегрирование системы уравнений, описывающей такие волны, приведено к вычислению квадратурных формул в случае произвольного закона намагничивания. Показано, что в зависимости от магнитных свойств среды возможны различные типы стационарных волн: намагничивания – в диамагнитной жидкости и размагничивания – в парамагнитной. Приведены результаты расчетов волны размагничивания в проводящей феррожидкости. Анализируются различные возможные режимы течения проводящей намагничивающейся жидкости у вершины идеально проводящего угла.

1. Рассмотрим стационарные течения идеальной проводящей несжимаемой (ρ=const) жидкости, намагничивающейся по произвольному закону $\mu=\mu(\rho, T, H)$, где ρ – плотность, T – температура, H – напряженность магнитного поля, μ – магнитная проницаемость. Поведение такой жидкости в электромагнитном поле может быть описано системой уравнений гидродинамики намагничивающихся сред в магнитогидродинамическом приближении [1]. Эта система уравнений является гиперболической в некоторой области параметров, характеризующих жидкость и поле [2]. Этим обусловлено наличие в несжимаемой проводящей намагничивающейся жидкости стационарных простых волн (типа волн Прандтля – Майера в газовой динамике), в которых изменяются гидродинамические и магнитные параметры потока.

Для течений жидкости вдоль силовых линий магнитного поля ($\mathbf{B}=C\mathbf{v}$) в том случае, когда все переменные зависят только от угла φ, отсчитываемого в плоскости (x, y), и не зависят от координаты z, получим [3]

$$v_\varphi'+v_r=0, \quad (c_1-\mu)(v_r'-v_\varphi)=c_1v_r\mu'/\mu \tag{1.1}$$

$$(c_1-\mu)v_z'=c_1v_z\frac{\mu'}{\mu}, \quad c_1=\frac{C^2}{4\pi\rho}=\frac{A^2\mu}{v^2}=\text{const}$$

Здесь v_r, v_φ, v_z – составляющие скорости по осям цилиндрической системы координат (r, φ, z), A – альфвеновская скорость в жидкости, штрихом обозначена производная по φ.

Эту систему уравнений необходимо анализировать с привлечением следующих интегралов [3]:

$$s+s^e=\text{const} \tag{1.2}$$

$$v_\varphi^2-mB_\varphi^2\left[\mu^2+\mu_H\frac{B_\varphi^2}{B}+N\mu^2\mu_T^2T_sm(B_r^2+B_z^2)\right]=0 \tag{1.3}$$

$$U+\frac{p}{\rho}+\frac{v^2}{2}+\frac{1}{4\pi\rho}\int\limits_0^H(T\mu_T-\rho\mu_\rho)H\,dH=\text{const} \tag{1.4}$$

$$s^e=\frac{1}{4\pi\rho}\int_0^H \mu_T H\,dH, \qquad \frac{1}{m}=4\pi\rho\mu(\mu^2+\mu_H B), \qquad \frac{1}{N}=1+T_s(s_T{}^e-\mu_T{}^2 mB^2)$$

Здесь $\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$ — магнитная индукция, $\mathbf{M}=(\mu-1)\mathbf{H}/4\pi$ — намагниченность жидкости, p и s — гидродинамическое давление и энтропия соответственно, U — внутренняя энергия среды в отсутствие поля. Величина u_η, где $u=\mu$, T, s^e, $\eta=T$, s, ρ, H, обозначает частную производную величины u по параметру η при фиксированных остальных параметрах.

Из (1.2) следует, что полная энтропия жидкости сохраняется во всей области течения; уравнение (1.4) служит для определения давления в жидкости после того, как из (1.1) будет определена скорость. Интеграл (1.3) указывает, что лучи $\varphi=\mathrm{const}$ являются характеристиками в искомом решении.

Область гиперболичности системы (1.1) состоит из значений параметров, удовлетворяющих неравенствам [2]

$$\mu^2+\mu_H B\leqslant\frac{v^2}{mB^2}\leqslant\mu^2+N\mu^2\mu_T{}^2T_s mB^2 \qquad (\mu>1) \tag{1.5}$$

$$\mu^2\leqslant\frac{v^2}{mB^2}\leqslant\mu^2+\mu_H B \qquad (\mu<1) \tag{1.6}$$

(при рассмотрении течений диамагнитных жидкостей магнитокалорический эффект можно не учитывать).

Известно [3] точное решение системы (1.1) для парамагнитной жидкости, намагниченной до насыщения ($M=\mathrm{const}$). Оказывается, что ее можно проинтегрировать и в случае произвольного закона намагничивания.

Поскольку из уравнения состояния $\mu=\mu(\rho, T, H)$ следует

$$\mu'=(\mu^2\mu_T T'+\mu\mu_H B')/(\mu^2+\mu_H B)$$

то, подставляя сюда T' из интеграла (1.2), получим

$$\mu'=N[4\pi\rho\mu^2\mu_H m(1+s_T{}^eT_s)-\mu\mu_T{}^2T_s mB]B'$$

Отсюда, используя уравнения (1.1), имеем

$$B'=\frac{C}{vv_r}(v_r{}'-v_\varphi)(v_r{}^2+v_z{}^2)$$

Подставляя найденные выражения μ' и B' в систему уравнений (1.1), придем к следующим выражениям:

$$v_r{}^2+v_z{}^2=v(c_1-\mu)/\{c_1CNm[4\pi\rho\mu\mu_H(1+s_T{}^eT_s)-\mu_T{}^2T_sCv]\} \tag{1.7}$$

$$v_z=\frac{c_2\mu}{c_1-\mu}, \qquad v_\varphi{}^2=v^2-v_r{}^2-v_z{}^2$$

где c_2 — постоянная интегрирования.

Теперь из (1.2) можно получить выражение для температуры как функции плотности и напряженности магнитного поля, а затем из закона намагничивания находится зависимость $B=B(\mu)$. Необходимые условия разрешимости функциональных уравнений, как следует из дальнейшего, выполнены для всех физически приемлемых законов намагничивания.

Следовательно, формулы (1.7) определяют выражения для составляющих скорости в стационарной волне в зависимости от магнитной проницаемости. Действительность компонент скорости, получаемых из (1.7), обеспечивается неравенствами (1.5), (1.6).

Зависимость $\mu=\mu(\varphi)$, используя первое уравнение (1.1), можно определить квадратурой

$$\varphi_0-\varphi=\int\limits_{\mu_0}^{\mu}\left(\frac{1}{v_r}\frac{dv_\varphi}{d\mu}\right)d\mu \tag{1.8}$$

Угол χ, образованный проекцией $\mathbf{v}_\tau$ вектора скорости на плоскость (r, φ) с некоторым фиксированным направлением в этой плоскости, определяется квадратурой

$$\chi_0-\chi=\int\limits_{\mu_0}^{\mu}\left(\frac{v_\varphi}{v_r v_\tau}\frac{dv_\tau}{d\mu}\right)d\mu \tag{1.9}$$

Линии тока в плоскости (r, φ) для рассматриваемого течения определяются уравнением $r=Kv_\varphi[\mu(\varphi)]$, $K=\mathrm{const}$.

Таким образом, формулы (1.7)—(1.9) дают решение для стационарной волны в случае течений вдоль силовых линий магнитного поля. В дальнейшем проанализируем это решение для двумерной ($v_z=0$) задачи в наиболее интересных случаях общего закона намагничивания.

2. Рассмотрим свойства стационарных магнитных волн в проводящей жидкости, намагничивающейся по закону $M=M(\rho, H)$. В парамагнитной жидкости намагниченность растет с возрастанием поля, причем обычно кривая $M=M(H)$ в плоскости (H, M) выпукла вверх [4]. Поэтому для парамагнетика ($\mu>1$) имеем

$$M_H\geqslant 0,\quad M_{HH}<0,\quad (1-\mu)/H\leqslant\mu_H<0 \tag{2.1}$$

Для диамагнитной жидкости знак неравенств в (2.1) следует поменять на противоположный.

Из (1.2) следует, что в случае закона намагничивания $\mu=\mu(\rho, H)$ температура во всем потоке постоянная. При выполнении (2.1) из закона намагничивания однозначно определяется зависимость $B=B(\mu)$, так что формулы (1.7) дают

$$v_r^2=\frac{(c_1-\mu)(\mu^2+\mu_H B)B}{C^2 c_1\mu_H}=\frac{f(\mu)}{C^2},\qquad v_\varphi^2=\frac{B^2(\mu)-f(\mu)}{C^2} \tag{2.2}$$

В формулах (2.2) необходимо считать $v_\varphi>0$, что соответствует положительному отсчету угла φ в направлении обхода жидкостью особой линии $r=0$ (вершины угла). Кроме того, как следует из анализа диаграмм Фридрихса [2, 5], для течений жидкости вдоль силовых линий магнитного поля возмущениям, исходящим от особой линии, в парамагнитной жидкости соответствуют зависимости $\operatorname{sign} v_r=\operatorname{sign} v_\varphi$, а диамагнитной жидкости — $\operatorname{sign} v_r=-\operatorname{sign} v_\varphi$.

Условия (1.5), (1.6) гиперболичности течения имеют вид

$$\mu+\mu_H H\leqslant c_1\leqslant\mu\quad(\mu>1),\quad \mu\leqslant c_1\leqslant\mu_H H+\mu\quad(\mu<1) \tag{2.3}$$

Используя (2.2), получим

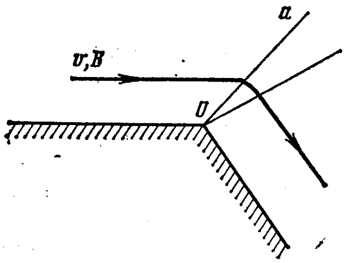
$$C^2 c_1\mu_H\frac{d(v_\varphi^2)}{d\mu}=\frac{4\pi\mu^3(c_1-\mu)M_{HH}}{\mu_H}+3\mu(\mu^2+\mu_H B)(\mu_H H+\mu-c_1)$$

Отсюда и из неравенств (2.1), (2.3) следует, что в парамагнитной жидкости $dv_\varphi/d\mu<0$, а в диамагнитной, наоборот, $dv_\varphi/d\mu>0$. Из первого уравнения (1.1) получим, что для парамагнитной жидкости магнитная проницаемость в стационарной волне монотонно возрастает с возрастанием угла φ. Кроме того, возрастает и давление, а скорость, напряженность магнитного поля, магнитная индукция и намагниченность жидкости убывают с возрастанием угла φ. Поэтому полученное решение назовем волной размагничивания.

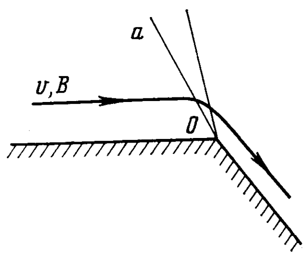
В диамагнитной жидкости изменение всех переменных с возрастанием угла φ носит противоположный характер, так что здесь возможна только стационарная волна намагничивания.

В парамагнитной жидкости при обтекании выпуклого угла стационарная волна размагничивания занимает область, ограниченную характеристиками, направленными вниз по потоку (фиг. 1). В диамагнитной жидкости характеристики, ограничивающие стационарную волну намагничивания, направлены вверх по потоку (фиг. 2).

В неравенствах (2.3) постоянная c_1 должна выбираться по значениям параметров в набегающем потоке, чтобы удовлетворить условиям гиперболичности всего течения жидкости. В диамагнитной (парамагнитной) жидкости магнитная проницаемость и функция $\zeta(\mu)=\mu+\mu_H H$ монотонно



Фиг. 1



Фиг. 2

убывают (возрастают) с возрастанием угла φ. Уравнение $\zeta(\mu)=c_1$ дает минимальное (максимальное) значение магнитной проницаемости $\mu=\mu_1$, которое может быть достигнуто в волне намагничивания (размагничивания). Формулы (1.8), (1.9) при подстановке в них $\mu=\mu_1$ определят максимальную величину сектора, занимаемого волной, и максимальный угол поворота потока в волне. На предельной характеристике, которая ограничивает стационарную волну, выполняются соотношения

$$v_r^2=B^2(\mu)/C^2, \quad v_\varphi=0 \tag{2.4}$$

Предельному переходу к немагнитной жидкости соответствует $\mu_H H\to 0$. Из условия $\zeta(\mu)=c_1$ следует, что в парамагнитной жидкости максимальное значение магнитной проницаемости и, следовательно, максимальный угол поворота потока и величина сектора, занятого стационарной волной, монотонно убывают. Указанное решение поэтому может описывать безотрывное обтекание угла, ненамного отличающегося от π. При $\mu_H H=0$ угол поворота потока становится равным нулю, направления характеристик, ограничивающих волну, вырождаются в направления альфвеновских характеристик в немагнитной жидкости, а указанное решение вырождается в стационарную вращательную волну [6], совпадающую в случае плоских течений с однородным поступательным потоком жидкости, обтекающим прямолинейную стенку.

Следовательно, в случае слабых магнитных свойств жидкости можно считать $H_1=H_0(1+\delta)$, где H_0, H_1 — значения магнитных полей в набегающем потоке и минимальное значение в стационарной волне соответственно, δ — малый параметр. Используя равенство (2.4) и условие $\zeta(\mu)=c_1$, на предельной характеристике из (1.8), (1.9) получим

$$\varphi_{\max}=O(|\delta|^{1/2}), \quad \chi_{\max}=O(|\delta|^{3/2})$$

Отсюда, в частности, видно, что $\varphi_{\max}\gg\chi_{\max}$.

Следуя [5], можно показать, что при обтекании вогнутого угла парамагнитной жидкостью поворот потока осуществляется в плоскополяризованной ударной волне намагничивания, отходящей от вершины угла и направленной вниз по потоку, а в диамагнитной возникает ударная волна размагничивания, направленная вверх по потоку.

3. Электропроводные суперпарамагнитные жидкости (феррожидкости) создаются диспергированием частиц ферромагнетика в жидком металле [7–9]. Намагниченность таких жидкостей с достаточной точностью [7] может быть описана формулой Ланжевена

$$M=M_0L(\xi), \qquad L(\xi)=\operatorname{cth}\xi-\xi^{-1}, \qquad \xi=\frac{m_0H}{kT} \tag{3.1}$$

Здесь M_0 — намагниченность насыщения феррожидкости, m_0 — магнитный момент диспергированных частиц ферромагнетика, k — постоянная Больцмана.

Уравнение состояния жидкости примем в виде [10]

$$s=c\ln T+\text{const}$$

где c — теплоемкость жидкости.

Набегающий поток жидкости характеризуется температурой $T=T_0$ и параметром $\xi=\xi_0$. Введем следующие безразмерные параметры:

$$\alpha=\frac{kM_0}{\rho m_0 c}, \qquad \beta=\frac{4\pi m_0 M_0}{kT_0\tau_0}, \qquad \tau_0=\exp\left\{\alpha\left(\ln\frac{\operatorname{sh}\xi_0}{\xi_0}-\xi_0\operatorname{cth}\xi_0\right)\right\}$$

Тогда для безразмерной температуры $\tau(\xi)=T/T_0$ и магнитной проницаемости имеем

$$\tau(\xi)=\exp\left\{\alpha\left(\xi\operatorname{cth}\xi-\ln\frac{\operatorname{sh}\xi}{\xi}\right)\right\} \tag{3.2}$$

$$\mu(\xi)=1+\frac{\beta}{\tau\xi^2}(\xi\operatorname{cth}\xi-1) \tag{3.3}$$

Формулы (1.7) определяют составляющие скорости как функции параметра ξ в следующем виде:

$$v_r=\left[\frac{k^3T^3\xi^4\mu^2(c_1-\mu)}{16\pi^2\rho c_1^2m_0^3M_0}\frac{A_2}{A_3}\right]^{1/2}, \qquad v_\varphi=\left[\frac{k^3T^3\xi^4\mu^3}{16\pi^2\rho c_1^2m_0^3M_0}\frac{A_1}{A_3}\right]^{1/2} \tag{3.4}$$

$$A_1=1-c_1+f_2\left[\alpha(1-c_1)+\frac{\beta}{\tau\xi^2}\right], \qquad A_2=1+f_2\left(\alpha+\frac{\beta}{\tau\xi^2}\right)$$

$$A_3=f_3-\alpha f_2f_1, \qquad f_1=\xi\operatorname{cth}\xi-1, \qquad f_2=1-\frac{\xi^2}{\operatorname{sh}^2\xi}$$

$$f_3=f_2-f_1, \qquad f_4=1-\frac{\xi^3\operatorname{cth}\xi}{\operatorname{sh}^2\xi}$$

Условие (1.5) гиперболичности течения состоит в выполнении неравенства

$$1+\frac{\beta}{\tau\xi^2}\frac{f_2}{1+\alpha f_2}\leqslant c_1\leqslant\mu \tag{3.5}$$

Это неравенство непротиворечиво при любых $\alpha>0$, $\beta>0$ и $0<\xi<\infty$ [2]. Отметим, что в области неотрицательных значений ξ имеет место неравенство $A_3<0$. Кроме того, в силу (3.5) $A_1<0$, $A_2<0$.

Используя (3.4), из первого уравнения (1.1) получим

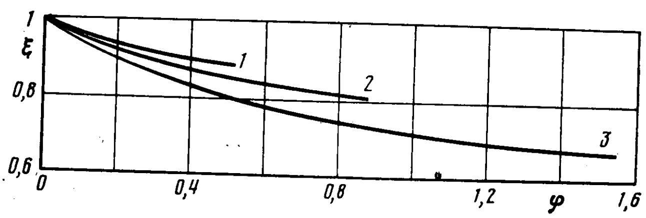
$$\frac{d\xi}{d\varphi}=\frac{2\xi A_3\sqrt{\mu(c_1-\mu)A_1A_2}}{Q} \tag{3.6}$$

$$Q=(1-c_1)(F_1+F_2)+F_3, \qquad F_1=2f_4\left(1+\frac{\beta}{\tau\xi^2}f_1\right)$$

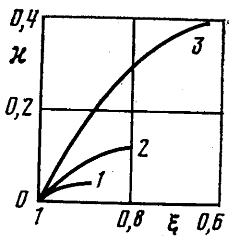
$$F_2=3f_3+9\alpha f_2 f_3+\alpha^2 f_2^2(4f_2-9f_1)-3\alpha^3 f_1 f_2^3+\frac{\beta}{\tau\xi^2}(3\alpha f_2^2 f_3-2\alpha^2 f_1 f_2^3+3f_2 f_3)$$

$$F_3=\frac{\beta}{\tau\xi^2}\left\{3\alpha f_2^2 f_3-2\alpha^2 f_1 f_2^3+\frac{\alpha\beta}{\tau\xi^2}f_1 f_2^2(\alpha f_1 f_2-3f_3)+3f_3^2+f_1(3f_3+2f_4)+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta}{\tau\xi^2}[3f_2 f_3^2-2f_1 f_3 f_4+3f_1 f_2 f_3+2f_1 f_2 f_4]\right\}$$

Элементарно доказываются неравенства: $f_1\geqslant 0$, $f_2\geqslant 0$, $f_3\leqslant 0$, $f_4\geqslant 0$. Тогда $F_1\geqslant 0$, а $F_2\leqslant 0$, так как каждое из слагаемых, входящих в F_2, неположительно. Проводя поэтому в выражении для Q оценку каждого из сомножителей при $(1-c_1)$ с использованием (3.5), получим $Q\geqslant 0$. Следовательно, параметр ξ монотонно убывает в стационарной магнитной волне. Кроме того, имеют место следующие равенства:



Фиг. 3



Фиг. 4

$$\operatorname{sign}\xi'=\operatorname{sign}T'=\operatorname{sign}B'=\operatorname{sign}H'=\operatorname{sign}v'=\operatorname{sign}M'=-\operatorname{sign}p'=-\operatorname{sign}\mu'$$

Таким образом, решение (3.4) – (3.6) описывает стационарную простую волну размагничивания, в которой монотонно убывают намагниченность, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, температура и скорость. Давление и магнитная проницаемость монотонно возрастают с возрастанием угла φ.

Введем декартову систему координат (x, y, z), совместив ось x с направлением скорости в набегающем потоке, а ось z – с ребром угла. Уравнения характеристик, исходящих от вершины угла, запишутся в виде

$$y=\left[\frac{\mu}{c_1-\mu}\frac{\tau\xi^2(1-c_1)(1+\alpha f_2)+\beta f_2}{\tau\xi^2(1+\alpha f_2)+\beta f_2}\right]^{1/2} \tag{3.7}$$

Для получения уравнения начальной характеристики Oa (фиг. 1), разделяющей поступательный поток и волну размагничивания, в (3.7) необходимо положить $\xi=\xi_0$. Примем, что на этой характеристике $\varphi=\chi=0$. Тогда углы $\varphi=\varphi(\xi)$ и $\chi=\chi(\xi)$ определятся следующими квадратурами:

$$\varphi=\int\limits_{\xi_0}^{\xi}\frac{Q}{2\xi A_3\sqrt{\mu(c_1-\mu)A_1A_2}}d\xi,\qquad \chi=-\int\limits_{\xi_0}^{\xi}\frac{1}{\xi}\sqrt{\frac{A_1A_2}{\mu(c_1-\mu)}}d\xi \tag{3.8}$$

Интегрирование в формулах (3.8) необходимо производить для значений $\xi<\xi_0$. Поскольку при убывании ξ функция в левой части неравенства (3.5) монотонно возрастает, то в волне размагничивания достигается минимальное значение параметра ξ, равное ξ_1, где ξ_1 – единственный неотрицательный корень уравнения

$$1-c_1+\left(1-\frac{\xi^2}{\operatorname{sh}^2\xi}\right)\left[\alpha(1-c_1)+\frac{\beta}{\tau\xi^2}\right]=0$$

Отметим, что особенность при $\xi=\xi_1$ в подынтегральном выражении (3.8) является интегрируемой при всех допустимых значениях c_1. Следовательно, в волне размагничивания достигаются максимально возможные значения углов φ и χ: $\varphi_{max}=\varphi(\xi_1)$, $\chi_{max}=\chi(\xi_1)$.

В набегающем потоке примем следующие характерные значения параметров для слабоконцентрированных (1–2% по весу частиц железа в ртути) проводящих феррожидкостей на основе ртути [7, 8]: $\rho=13\,500$ кг/м^3, $c=0{,}14$ Дж/г·град, $kT=4\cdot10^{-23}$ Дж/град, $M_0=5\cdot10^{-2}$ А·м, средний диаметр частиц диспергированного ферромагнетика $d=45$ Å. Тогда получаем $\alpha=1{,}015\cdot10^{-5}$, $\beta=3{,}62\cdot10^{-2}$. Предполагая для величины магнитного поля в поступательном набегающем потоке $H=1{,}4$ А·м, получим $\xi_0=1$, $\mu_0=1{,}01133$, $\tau_0=1{,}00001$. Течение будет гиперболическим при $1{,}01025\leqslant c_1\leqslant1{,}01133$.

Графики кривых $\varphi=\varphi(\xi)$ и $\chi=\chi(\xi)$, построенные по (3.8), для указанных значений α, β, ξ_0 приведены на фиг. 3, 4 соответственно. Цифрой i обозначена кривая для $c_1=1{,}010089+k\cdot1{,}33\cdot10^{-4}$, причем $k=i(i-1)$ для $i\leqslant2$ и $k=5$ для $i=3$.

Изменения магнитной проницаемости и температуры в стационарной волне незначительны. Так, при $c_1=1{,}01119$ минимальное значение ξ равно $\xi_1=0{,}63$, $|\tau_{min}-\tau_0|=10^{-8}$, $|\mu_{max}-\mu_0|=10^{-5}$, $\varphi_{max}=1{,}53$, $\chi_{max}=0{,}58$.

Однако напряженность магнитного поля и магнитная индукция в волне размагничивания могут быть понижены примерно на 30%.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тарапов И. Е.* К гидродинамике поляризующихся и намагничивающихся сред.– Магнитная гидродинамика, 1972, № 1, с. 3–11.
2. *Пацегон Н. Ф.* Слабые разрывы в электропроводной намагничивающейся жидкости.– ПМТФ, 1980, № 2, с. 28–37.
3. *Пацегон Н. Ф.* Стационарные простые волны в электропроводной намагничивающейся жидкости.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 136–143.
4. *Пацегон Н. Ф., Половин Р. В., Тарапов И. Е.* Простые волны и сильные разрывы в намагничивающейся среде.– ПММ, 1979, т. 43, № 1, с. 57–64.
5. *Tarapov I. Ye., Patsegon N. F.* Nonlinear waves in conductive magnetizable fluid.– IEEE Trans. Magn., 1980, v. 16, № 2, p. 309–316.
6. *Куликовский А. Г., Любимов Г. А.* Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962. 246 с.
7. *Charles S. W., Popplewell J.* The magnetic properties of ferromagnetic liquids containing iron particles in mercury.– IEEE Trans. Magn., 1976, v. 12, № 6, p. 795–797.
8. *Свиклис Б. Б.* Строение и физические свойства жидкометаллических намагничивающихся жидкостей.– В кн.: Всесоюзный симпозиум. Гидродинамика и теплофизика магнитных жидкостей. Юрмала, 1980. Саласпилс, 1980, с. 29–34.
9. *Каган И. Я., Рыков В. Г., Янтовский Е. И.* Ферромагнитные электропроводные жидкости.– Магнитная гидродинамика, 1970, № 3, с. 155–157.
10. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1970, 492 с.

Харьков

Поступила в редакцию 26.X.1981