МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 · 1983

УДК 532.526.013.4

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН ТОЛМИНА — ШЛИХТИНГА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ЗВУКОМ

ГАПОНОВ С. А.

Рассматривается взаимодействие звука со сверхзвуковым пограничным слоем. В силу зависимости основного потока от продольной координаты звуковая волна порождает внутри слоя неустойчивые колебания. Расчеты, проводимые для числа Маха $M=2{,}0$ и безразмерной частоты $2\pi f\nu_e/U_e^2=0{,}91\cdot10^{-4}$, показали, что вблизи нижней ветви кривой нейтральной устойчивости может быть возбуждена волна Толмина – Шлихтинга, превышающая по интенсивности внешнюю звуковую волну в 2–3 раза.

1. Вопрос о восприимчивости пограничного слоя к внешним возмущениям широко обсуждается в научной литературе [1–3]. В ряде работ рассмотрена возможность порождения волн Толмина – Шлихтинга на неоднородностях течения. Например, в [4] решена задача нестационарного обтекания отдельной неровности, в области которой осуществляется передача энергии звукового поля волне Толмина – Шлихтинга. Несколько раньше [5, 6] рассматривалась аналогичная возможность возбуждения гидродинамических волн в области передней кромки пластины и отдельной неровности. В силу того что в первом случае область преобразования (передняя кромка) и область усиления сильно разнесены, трудно объяснить влияние внешних возмущений на переход через этот механизм. Если же область сильно неоднородного течения (например, путем введения элемента неровности [4]) расположена в достаточно протяженной неустойчивой области, то уже в рамках линейной теории объясняется влияние звукового поля на переход.

Для дозвуковых течений эффективное порождение волн Толмина — Шлихтинга как монохроматической звуковой волной, так и внешними вихревыми возмущениями возможно только на сильных неоднородностях, так как длины и фазовые скорости этих волн сильно отличаются от собственных колебаний пограничного слоя, что продемонстрировано экспериментально в [3]. Принципиальная возможность порождения имеется и в случае слабой неоднородности потока (например, течение в пограничном слое при больших числах Рейнольдса), и в [7] предлагается соответствующий метод расчета. Теоретические данные [6], полученные на основе численного интегрирования нестационарных уравнений Навье — Стокса, в целом подтвердили вывод относительно интенсивного порождения собственных колебаний пограничного слоя на сильных неоднородностях звуком.

В случае сверхзвуковых скоростей длины звуковых волн и гидродинамических, а также их фазовые скорости могут быть близкими между собой. Поэтому для взаимного их порождения достаточна слабая неоднородность течения. Вопрос о близости непрерывного (звуковые волны) и дискретного (волны Толмина – Шлихтинга) спектров обсуждается в [8]. Возможность эффективного порождения неустойчивых волн использовалась в [9] для расчетов зависимости положения перехода от внешнего спектра звуковых колебаний. Однако в [9] не рассчитывались сами коэффициенты порождения, а предполагалось, что максимальное значение волны Толмина — Шлихтинга вблизи нижней ветви кривой нейтральной устойчивости равно амплитуде колебаний, вызванных внешней звуковой волной. При этом во многих случаях рассматривались двумерные звуковые волны (см. [2]), а собственные колебания пограничного слоя — трехмерные при совпадении (или слабом отличии) фазовых скоростей.

Ниже предлагается приближенная методика расчета скорости нарастания волны Толмина — Шлихтинга в пограничном слое на плоской пластине при воздействии монохроматической волны, произвольно ориентированной в пространстве. Взаимодействие звука со сверхзвуковым пограничным слоем в приближении плоскопараллельного течения рассмотрено в [10, 11]. Было показано, что в свободном потоке (вне пограничного слоя) кроме падающей волны $\sim\exp(i\lambda y)$ имеется отраженная $\sim\exp(-i\lambda y)$. Внутри пограничного слоя, как и во внешней его части, наблюдаются возмущения только с волновым вектором в плоскости x, z, совпадающим с волновым вектором звуковой волны (α_0, β_0). В силу непараллельности течения при таком взаимодействии возникают волны разных масштабов, в том числе и волны Толмина — Шлихтинга.

2. В случае двумерного стационарного основного течения линеаризованные уравнения Навье — Стокса относительно возмущений типа $q(y, x)\exp(i\beta_0 z-i\omega_0 t)$ могут быть приведены к виду (аналогично [12])

$$\frac{\partial Z_i}{\partial y}-B_{ij}^0 Z_j-B_{ij}^1\frac{\partial Z_j}{\partial x}=0 \qquad (2.1)$$

Здесь $Z=Z(u', \partial u'/\partial y, v', w', \partial w'/\partial y, P', T', \partial T'/\partial y)$ — вектор, составленный из амплитуд возмущений скорости (u', v', w'), давления P', температуры T' и производных по y: $\partial u'/\partial y$, $\partial w'/\partial y$, $\partial T'/\partial y$, B_{ij}^e — медленно меняющиеся функции x. Повторяющиеся индексы обозначают суммирование.

Система (2.1) будет совпадать с аналогичной системой работы [12], если считать, что $B_{ij}^\circ=a_{ij}^\circ+b_{ij}/X$, где a_{ij}°, b_{ij} — коэффициенты работы [12]. Кроме того, здесь рассматриваются трехмерные возмущения и система (2.1) представляет соответствующее обобщение уравнений для двумерных возмущений, рассмотренных в [12].

В случае плоскопараллельного потока (2.1) допускает решения вида $Z(y)\exp(i\alpha x)$ и тем самым она приводится к уравнениям

$$\frac{dZ_i}{dy}-B_{ij}^0 Z_j-iB_{ij}^1\alpha Z_j=0 \qquad (2.2)$$

Вместе с граничными условиями

$$\begin{gathered} Z_1(0)=Z_3(0)=Z_4(0)=Z_7(0)=0 \\ Z_1(\infty),\quad Z_3(\infty),\quad Z_4(\infty),\quad Z_7(\infty)<B \end{gathered} \qquad (2.3)$$

(2.2) определяет задачу на собственные значения. Так как (2.2) — (2.3) определена в полуограниченной по y области, имеются дискретная и непрерывная части спектра по α при фиксированной частоте ω и волновом числе β. Существование непрерывного спектра для сверхзвуковых скоростей обсуждается в [8], а для дозвуковых течений непрерывный спектр изучался в [13].

Пусть общее решение системы (2.1) записывается в виде

$$Z=\Delta Z+Z_0^\alpha(\varepsilon, x, y)\exp(i\alpha_0 x) \qquad (2.4)$$

где Z_0^α — решение задачи (2.2) — (2.3) при $\alpha=\alpha_0$. Во внешней части пограничного слоя Z_0^α определяется падающей и отраженной звуковыми волнами. Коэффициент отражения и распределение Z_0^α внутри пограничного слоя параметрически зависят от продольной координаты в силу зависимости B_{ij}^l от x. Подстановка (2.4) в (2.1) приводит к системе уравнений с правой частью

$$\frac{\partial(\Delta Z_i)}{\partial y}-B_{ij}^{\circ}(\Delta Z_j)-B_{ij}^{1}\frac{\partial(\Delta Z_j)}{\partial x}=-\overset{1}{B_{ij}}\frac{\partial Z_{j0}{}^{\alpha}}{\partial x}\exp(i\alpha_0 x) \qquad (2.5)$$

Из-за слабой зависимости $B_{ij}{}^{l}$ от x можно искать решение в виде суммы

$$\Delta Z=\sum_{n} Z^k(\varepsilon x,y)e^{i\alpha^k x}+\int Z^{\alpha}(\varepsilon x,y)e^{i\alpha x}\,d\alpha \qquad (2.6)$$

где Z^k, Z^{α} — решения задачи (2.2)—(2.3), а интеграл берется по всей области непрерывного спектра волновых чисел α при фиксированной частоте и волновом числе в боковом направлении.

Введем понятие скалярного произведения двух вектор-функций (ср. [7])

$$(A^k,A^m)=\int\limits_0^{\infty} A_i{}^k A_i{}^m\,dy$$

Подставляя (2.6) в (2.5) и умножая скалярно полученное уравнение на вектор-функцию сопряженной задачи φ^k, получаем

$$\left(B^1\frac{\partial Z^k}{\partial x},\varphi^k\right)e^{i\alpha^k x}=-\left(B^1\frac{\partial Z^{\alpha^\circ}}{\partial x},\varphi^k\right)e^{i\alpha_0 x} \qquad (2.7)$$

Сопряженная к (2.2)—(2.3) задача, связанная с дискретным спектром, имеет вид

$$\frac{d\varphi_i}{dy}+B_{ji}{}^{\circ}\varphi_j+i\alpha B_{ji}{}^{1}\varphi_j=0$$

$$\varphi_2=\varphi_5=\varphi_6=\varphi_8=0 \qquad (y=0,\ \infty)$$

Можно построить сопряженную задачу и для непрерывного спектра, но она не требовалась в данной работе и потому не обсуждается.

Функция $Z_0{}^{\alpha}$ полностью определяется после решения задачи о взаимодействии звуковой волны с пограничным слоем в приближении плоскопараллельного течения, а Z^k находится с точностью до произвольной функции x. Поэтому можно принять $Z^k=A^k(x)Z'^k(y)$, где Z'^k — определенным образом нормированная функция (например, $Z_2{}'^k(0)=1$), $A^k(x)$ — нуждающаяся в определении функция. С учетом введенной нормировки из (2.7) следует

$$\frac{\partial A^k}{dx}=-A^k\frac{(B^1\partial Z'^k/\partial x,\varphi^k)}{(B^1Z'^k\ \varphi^k)}-\frac{(B^1\partial Z_0{}^{\alpha}/\partial x,\varphi^k)}{(B^1Z'^k,\varphi^k)}e^{i(\alpha_0-\alpha^k)x} \qquad (2.8)$$

Первый член связан с влиянием непараллельности течения на волновое число α^k и может рассматриваться как поправка к основному приближению, которая рассчитывалась в [12]. Второй член правой части является источником волн Толмина — Шлихтинга, связанным с наличием звуковой волны $Z_0{}^{\alpha}$, и представляет особый интерес. Опуская первый член, легко получить

$$A^k=A_0{}^k+\int\limits_{x_0}^{x} K(x_1)\exp[i(\alpha_0-\alpha^k)x_1]\,d\bar{x}_1 \qquad (2.9)$$

$$K=-\frac{(B^1\partial Z_0{}^{\alpha}/\partial x,\varphi^k)}{(B^1Z'^k,\varphi^k)}$$

Если $A_0{}^k=0$, то форма волны Толмина — Шлихтинга имеет вид

$$Z^k=\exp(i(\alpha^k x-\omega_0 t+\beta_0 z))\int\limits_{x_0}^{x} K(x_1)\exp[i(\alpha_0-\alpha^k)x_1]\,dx_1$$

Пусть на интервале (x_0, x) значения K и α^k изменяются мало, тогда

$$Z^k = K(x_0)\exp(i\alpha^k x - \omega_0 t + \beta_0 z)\,\frac{\exp[(i(\alpha_0-\alpha^k)x) - \exp(i(\alpha_0-\alpha^k)x_0)]}{i(\alpha_0-\alpha^k)}$$

Если мы находимся в неустойчивой области $(\mathrm{Im}(\alpha^k)<0)$, а α_0 — реальное, то

$$Z^k = -K(x_0)\,\frac{\exp(i\alpha_0 x_0)}{i(\alpha_0-\alpha^k)}\exp\{i[(\alpha^k(x-x_0)+\beta_0 z-\omega_0 t)]\}$$

Таким образом, в потоках с медленным изменением параметров распределенное воздействие монохроматической звуковой волны в неустойчивой области, включенной в сечении $x=x_0$, равносильно сосредоточенному, порождающему волну Толмина — Шлихтинга, модуль амплитуды которой равен $|K|/|\alpha_0-\alpha^k|$. Чем меньше разница в волновых числах звуковых возмущений и волн Толмина — Шлихтинга, тем больший эффект порождения.

В устойчивой области $(\mathrm{Im}(\alpha^k)>0)\,Z^k = K(x_0)\exp(i\alpha^k x_0)/(i(\alpha_0-\alpha^k))\times \times\exp(i(\beta_0 z-\omega_0 t))$. Поэтому внутри пограничного слоя не развиваются истинные волны Толмина — Шлихтинга, в направлении x отсутствует волновое движение. По-видимому, этот факт подтверждается экспериментами [14], когда удавалось возбудить волну Толмина — Шлихтинга звуком только в неустойчивой области. Учитывая, что эффективное порождение и усиление гидродинамических волн начинаются в неустойчивой области, полезно знать значение $K(x_0)$, когда x_0 соответствует нижней ветви кривой нейтральной устойчивости. При приближенных расчетах можно принять, что вблизи кривой нейтральной устойчивости под действием звука возникает волна Толмина — Шлихтинга с интенсивностью $|K(x_0)|/ /|\alpha_0-\alpha^k|$, которая независимо начинает усиливаться в неустойчивой области.

Следует отметить, что приведенные оценки — приближенные. Точное выражение для волны Толмина — Шлихтинга (2.9) более сложное из-за зависимости K и α^k от x.

3. Подробно исследовался случай пограничного слоя на плоской теплоизолированной поверхности. Аналогично [12] расчеты проводились в безразмерных координатах

$$\eta = \frac{y}{\delta(x)}, \qquad X = \frac{U_e\delta(x)}{\nu_e}, \qquad \zeta = \frac{U_e}{\nu_e}z, \qquad \tau = \frac{U_e^2 t}{\nu_e} \tag{3.1}$$

где $\delta(x) = \sqrt{x\nu_e/U_e}$, а индексом e обозначены параметры течения на границе пограничного слоя. В новых переменных параметры основного потока зависят только от η, а система (2.1) переписывается в виде

$$(Z_i)_\eta - B_{ij}{}^0 Z_j - \frac{1}{2}B_{ij}{}^1 (Z_j)_X = -\frac{1}{2X}B_{ij}{}^1 (Z_j)_\eta$$

Все рассуждения предыдущего параграфа могут быть повторены здесь с учетом того, что вместо α нужно рассмотреть величину θ_X, где θ — комплексная фаза волны. Для звуковых возмущений $Z_0{}^\alpha \sim \exp[i\theta_0(X)]$, где $\theta_0(X) = \alpha_0 x$. Аналогично для волны Толмина — Шлихтинга $Z^k \sim \exp[i\theta^k(X)]$, где $\theta^k(X) = \theta^k(X_0) + \int\limits_{x_0}^{x}\alpha^k(x_1)\,dx_1$. Разница между зависимостью фазы от x для звуковых волн и волн Толмина — Шлихтинга состоит в том, что для первых волновое число α_0 постоянно, а для собственных колебаний (волны Толмина — Шлихтинга) зависит от x параметрически. Наконец, вместо (2.8) можно записать соотношение

$$\frac{dA^k}{dX}=-A^k\frac{(B^1\partial Z'^k/\partial X,\varphi^k)}{(B^1Z'^k,\varphi^k)}-$$

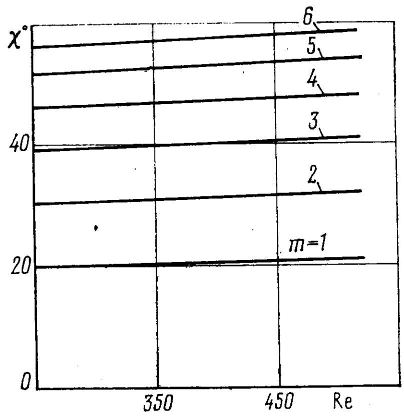
$$-\frac{(B^1(\partial Z_0^\alpha/\partial X+(\eta/2X)\partial Z_0^\alpha/\partial\eta),\varphi^k)}{(B^1Z'^k,\varphi^k)}e^{i(\theta_0-\theta^k)} \tag{3.2}$$

а (2.9) принимает вид

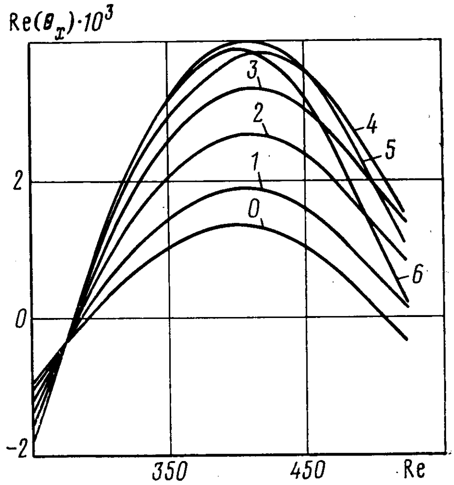
$$A^k=A_0^k+\int_{X_0}^{X}K(X_1)\exp[i(\theta_0-\theta^k)]dX_1$$

Второй член правой части (3.2) отличается от соответствующего члена в (2.8) из-за введенной замены переменных (3.1).

Расчеты проведены в пренебрежении членами $\sim 1/X$, если не понижался порядок системы (2.1). Более подробно о роли этих членов можно



Фиг. 1



Фиг. 2

прочитать в [12]. Здесь только отметим, что они вносят малую поправку в значения α^k и распределение возмущений по пограничному слою, которая может быть найдена независимо от расчетов по возбуждению волн Толмина – Шлихтинга. Влияние этих поправок на взаимодействие разного типа волн следует ожидать в последующих приближениях к точному решению задачи о взаимодействии звуковой волны с непараллельным течением в пограничном слое. Неравные нулю коэффициенты B_{ij}^l, использованные в расчетах, имеют вид

$$B_{12}^\circ=1,\qquad B_{21}^\circ=X^2\frac{\theta_\tau}{\nu},\qquad B_{23}^\circ=X\frac{U_\eta}{\nu}$$

$$B_{33}^\circ=\frac{T_\eta}{T},\qquad B_{34}^\circ=-X\theta_\tau,\qquad B_{36}^\circ=-\gamma XM^2\theta_\tau,\qquad B_{37}^\circ=X\frac{\theta_\tau}{T}$$

$$B_{44}^\circ=1,\qquad B_{54}^\circ=X^2\frac{\theta_\tau}{\nu},\qquad B_{56}^\circ=TX^2\frac{\theta_\tau}{\nu},\qquad B_{63}^\circ=-X\frac{\theta_\tau}{T}$$

$$B_{78}^\circ=1,\qquad B_{83}^\circ=\sigma X\frac{T_\eta}{\nu},\qquad B_{86}^\circ=(\gamma-1)M^2\sigma X\theta_\tau\frac{T}{\nu}$$

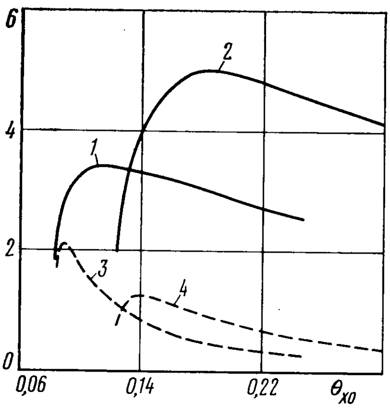
$$B_{87}^\circ=-\sigma X\frac{\theta_\tau}{\nu},\qquad B_{21}^1=X\frac{U}{\nu},\qquad B_{26}^1=X\frac{T}{\nu},\qquad B_{31}^1=-1$$

$$B_{36}^1=-\gamma M^2U,\quad B_{37}^1=\frac{U}{T},\quad B_{54}^1=X\frac{U}{\nu}$$

$$B_{63}^1=-\frac{U}{T},\quad B_{86}^1=-(\gamma-1)M^2\sigma X\frac{U}{\nu},\quad B_{87}^1=\sigma X\frac{U}{\nu}$$

Здесь U, T — скорость и температура основного течения в пограничном слое на плоской пластине, ν — вязкость, M — число Маха, γ — отношение удельных теплоемкостей, σ — число Прандтля, θ_τ, $X\theta_\zeta$ — безразмерные частота и волновое число в Z-направлении.

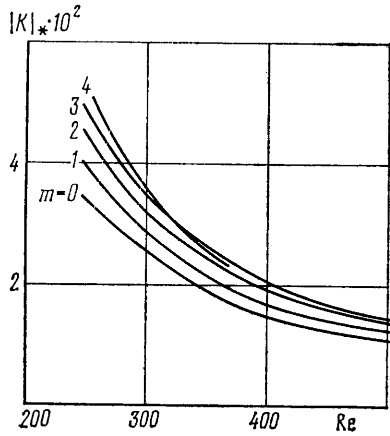
При заданных таким образом B_{ij}^l система (2.1) восьмого порядка может быть сведена к эквивалентной системе шестого порядка и второго, которые могут решаться последовательно. Для этого достаточно воспользоваться стандартными преобразованиями Дана — Линя [15]. Это существенно упрощает расчет, так как в этом случае и задача на собственные значения и сопряженная определяются системой шестого порядка.



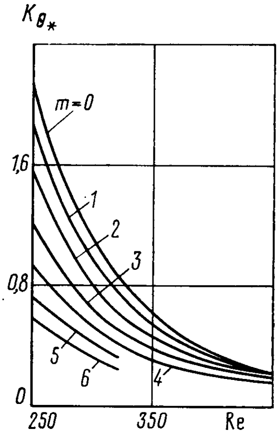
Фиг. 3

Расчеты проведены при числе Маха $M=2{,}0$; $\theta_\tau=0{,}91\cdot10^{-4}$; $\sigma=0{,}72$; $\gamma=1{,}4$ для разных значений чисел $X\theta_\zeta$, X.

В результате вычислений находились собственные значения волновых чисел волн Толмина — Шлихтинга $\theta_X{}^k=\theta_{Xr}^{m,n}+i\theta_{Xi}^{m,n}$. Индекс $m=0,\ldots,6$ соответствует расчетным значениям параметра $250\cdot\theta_\zeta=0$; 0,03; 0,05; 0,07; 0,09; 0,11; 0,13, а $n=1,\ldots,6$ — параметрам $X=250$; 320; 370; 410; 450; 520. Значения угла распространения рассчитанных волн Толмина — Шлихтинга $\chi=\mathrm{arctg}(X\theta_\zeta/\theta_{Xr})$ и соответствующие степени пространственного усиления θ_{Xi} приведены на фиг. 1 и 2. Следует отметить, что общепринятое пространственное усиление $\alpha_i=-\theta_{Xi}/2$.



Фиг. 4



Фиг. 5

Волна Толмина — Шлихтинга может возбуждаться звуковой волной с произвольным волновым числом θ_{X0} при условии $X\theta_{\zeta_0}=X\theta_\zeta{}^k$. Зависимость интенсивности источника $|K|\cdot10^2$ (линии *1*, *2*) и параметра $K_\theta=|K|/|\theta_X{}^k-\theta_{X_0}|$ (линии *3*, *4*) от θ_{X_0} приведены на фиг. 3 ($X=250$). Кривые *1*, *3* рассчитаны для $\theta_\zeta=0$; 2, 4 для $250\cdot\theta_\zeta=0{,}07$ ($m=3$). Видно, что все зависимости имеют максимумы $|K|_*$, $K_{\theta *}$, характеризующие наиболее эффективное порождение волн Толмина — Шлихтинга — либо локальное, либо интегральное. Соответствующие максимальные значения в зависимости от числа Рейнольдса X приведены на фиг. 4, 5.

Все приведенные результаты получены при условии, что амплитуда продольной скорости в падающей волне и максимальное значение амплитуды собственных колебаний массового расхода внутри пограничного слоя равны единице.

Из приведенных результатов видно, что эффективность порождения волн Толмина — Шлихтинга повышается с уменьшением числа Рейнольдса. С другой стороны, в устойчивой области (низкие числа Рейнольдса), несмотря на интенсивное локальное порождение, не формируется истинная волна Толмина — Шлихтинга. Поэтому зависимости на фиг. 5 приведены только для неустойчивой области. Вблизи нижних ветвей кривой нейтральной устойчивости возможно формирование волны Толмина — Шлихтинга большей амплитуды, чем амплитуда падающей звуковой волны.

Интересно сопоставить амплитуды колебаний массовых расходов наведенной звуковым полем (см. [10]) и порожденной волны Толмина — Шлихтинга. Например, для $m=0$ вблизи нижней ветви кривой нейтральной устойчивости амплитуда наведенных возмущений массового расхода превышает амплитуду падающей звуковой волны примерно в 7 раз. Поэтому интенсивность волны Толмина — Шлихтинга, сформированная вблизи нейтральной точки (с учетом данных фиг. 5), примерно в 5 раз ниже интенсивности наведенных звуковым полем возмущений в отличие от предположения Мэка [9] о их равенстве.

С другой стороны, при слабом внешнем звуковом поле положение перехода x_{tr} слабо зависит от начального уровня возмущений. Действительно, $x_{tr}-x_0 \sim \ln(A/\varepsilon)$, где x_0 — положение потери устойчивости, A — характерная амплитуда возмущений в области переходов, ε — начальный уровень волны Толмина — Шлихтинга. При $A \gg \varepsilon$ x_{tr} — медленно меняющаяся функция ε. Этим объясняется удовлетворительное предсказание положения перехода в [9, 16] для аэродинамической трубы с низким уровнем возмущений, несмотря на приближенность значения ε и произвольность направления распространения звуковых волн, принятых Мэком.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Morkovin M. V.* Critical evoluation of transition from laminar to turbulent shear laeyers with emphasis on hypersonically travelling bodies.— AFFDL TR-68-149, 1969, 140 p.
2. *Решотко Э.* Устойчивость ламинарного пограничного слоя и его переход в турбулентный.— В кн.: Механика (Новое в зарубежной науке). Т. 21. М.: Мир, 1979, с. 11—57.
3. *Довгаль А. В., Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я., Максимов В. П.* Возникновение возмущений в пограничном слое.— В кн.: Развитие возмущений в пограничном слое. Новосибирск, 1979, с. 4—22.
4. *Айзин Л. Б., Поляков Н. Ф.* Генерация волны Толмина — Шлихтинга звуком на отдельной неровности поверхности, обтекаемой потоком. Новосибирск, 1979. (Препринт № 17, ИТПМ СО АН СССР).
5. *Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я., Максимов В. П.* Преобразование внешних возмущений в волны пограничного слоя.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1978, т. 9, № 2, с. 49—59.
6. *Максимов В. П.* Возникновение волн Толмина — Шлихтинга в осциллирующих пограничных слоях.— В кн.: Развитие возмущений в пограничном слое. Новосибирск, 1979, с. 68—75.
7. *Жигулев В. Н., Сидоренко Н. В., Тумин А. М.* О генерации волн неустойчивости в пограничном слое внешней турбулентностью.— ПМТФ, 1980, № 6, с. 43—49.
8. *Гапонов С. А., Маслов А. А.* Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
9. *Mack L. M.* Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition.— AIAA Journal, 1975, v. 13, № 3, p. 278—289.
10. *Гапонов С. А.* Взаимодействие сверхзвукового пограничного слоя с акустическими возмущениями.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 6, с. 51—56.

11. *Гапонов С. А., Дрыжов А. С.* Возбуждение возмущений в пограничном слое звуком.— В кн.: Развитие возмущений в пограничном слое. Новосибирск, 1979, с. 118–126.
12. *Гапонов С. А.* Влияние непараллельности течения на развитие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 2, с. 26–31.
13. *Grosch C. E., Salwen H.* The continuons spectrum of the Orr-Sommerfeld equation. Pt 1. The spectrum and the eigenfunctions.— J. Fluid Mech., 1978, v. 87, № 1, p. 33–54.
14. *Довгаль А. В., Козлов В. В.* Влияние акустических возмущений на структуру течения в пограничном слое с неблагоприятным градиентом давления. ИТПМ СО АН СССР, Новосибирск, 1981. 19 с. (Препринт Ин-та теорет. и прикл. механики, № 8).
15. *Линь Цзяцзяо.* Теория гидродинамической устойчивости. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 194 с.
16. *Mack L. M.* A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory.— In: Aerodynamic Analysis Requiring Advances Computers. Pt 1. Washington, 1975, p. 101–123.

Новосибирск

Поступила в редакцию
4.I.1982