МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 · 1983

УДК 532.526.013.2

О ВЛИЯНИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА НЕСТАЦИОНАРНЫЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

ЛИПНИЦКИЙ Ю. М., ПЛАТОНОВ В. А., ПОКРОВСКИЙ А. Н.,
СИРЕНКО В. Н., ШМАНЕНКОВ В. Н.

Статья посвящена изучению влияния пограничного слоя на нестационарные аэродинамические характеристики затупленных конусов, колеблющихся в сверхзвуковом потоке газа относительно нулевого угла атаки. Решение задачи строится в рамках линейной теории тел конечной толщины. Применительно к уравнениям движения идеального газа такой подход был использован в [1–3], где рассчитывались нестационарные аэродинамические характеристики острых и затупленных тел различной конфигурации. Учет влияния на эти характеристики эффектов вязкости, обусловленных наличием на поверхности тела ламинарного пограничного слоя, приведен в [4–6] для тел простейшей формы (клин, конус).

В данной работе исследовано влияние на нестационарные аэродинамические характеристики конусов притупления переднего носка, ламинарного и турбулентного режимов течения в пограничном слое.

1. Рассматривается случай движения в сверхзвуковом потоке затупленного тела, совершающего гармонические колебания по закону $\alpha=\alpha_0\cos\omega t$. В задачах аэродинамики обычно с большой точностью выполняются условия $\alpha_0\ll1$, $\alpha_0\omega L/V_\infty\ll1$, обеспечивающие малое изменение угла атаки и малость скоростей перемещения точек поверхности тела в направлении нормали по сравнению со скоростью набегающего потока V_∞ (α — угол атаки, ω — частота колебаний, L — характерный размер тела).

В рамках линейной теории тел конечной толщины решение для уравнений идеального газа и пограничного слоя раскладываются в ряды [7]

$$f(t,x,r,\varphi)=f_0(x,r)+\alpha f_\alpha(x,r)\cos\varphi+\dot\alpha f_{\dot\alpha}(x,r)\cos\varphi \qquad (1.1)$$
$$f=u,\ v,\ P,\ \rho,\ J$$
$$w(t,x,r,\varphi)=\alpha w_\alpha(x,r)\sin\varphi+\dot\alpha \omega_{\dot\alpha}(x,r)\sin\varphi$$

Здесь f_0, f_α, $f_{\dot\alpha}$ — значения функций в плоскости $\varphi=0$, w_α, $w_{\dot\alpha}$ — значения функций в плоскости $\varphi=\pi/2$, u, v, w — компоненты скорости по направлениям x, r, φ соответственно, P — давление, ρ — плотность, J — полная энтальпия.

После подстановки выражений (1.1) в уравнения, описывающие нестационарное движение газа в идеальном ядре и пограничном слое, получаются нелинейные системы дифференциальных уравнений для стационарных газодинамических функций и линейные системы для возмущений в фазе с углом атаки α и угловой скоростью $\dot\alpha$. Для уравнений идеального газа решение систем с индексами 0, α, $\dot\alpha$ получены в [3]. Ниже приводятся соответствующие уравнения пограничного слоя, описывающие относительное движение в жестко связанной с телом системе координат S, n, φ для стационарного пограничного слоя и для возмущений в фазе с α

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\rho_0u_0r}{\partial S}+\frac{\partial\rho_0v_0}{\partial n}=0 \qquad (1.2)$$

$$u_0\frac{\partial u_0}{\partial S}+v_0\frac{\partial u_0}{\partial n}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{dP_0}{dS}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(\Gamma_0\frac{\partial u_0}{\partial n}\right) \tag{1.3}$$

$$u_0\frac{\partial J_0}{\partial S}+v_0\frac{\partial J_0}{\partial n}=\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(R_0\frac{\partial J_0}{\partial n}\right)+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left\{[Q_l\mu_0+\gamma_4Q_t\varepsilon_0\rho_0]u_0\frac{\partial u_0}{\partial n}\right\} \tag{1.4}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\rho_0 ru_\alpha}{\partial S}+\frac{1}{r}\frac{\partial\rho_\alpha ru_0}{\partial S}+\frac{\partial\rho_0v_\alpha}{\partial n}+\frac{\partial\rho_\alpha v_0}{\partial n}+\frac{\rho_0w_\alpha}{r}=0 \tag{1.5}$$

$$u_0\frac{\partial u_\alpha}{\partial S}+u_\alpha\frac{\partial u_0}{\partial S}+v_0\frac{\partial u_\alpha}{\partial n}+v\,\frac{\partial u_0}{\partial n}=$$

$$=-\frac{1}{\rho_0}\frac{dP_\alpha}{dS}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\rho_\alpha}{\rho_0}\frac{dP_0}{dS}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(\Gamma_\alpha\frac{\partial u_0}{\partial n}\right)-$$

$$-\frac{1}{\rho_0}\frac{\rho_\alpha}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(\Gamma_0\frac{\partial u_0}{\partial n}\right)+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(\Gamma_0\frac{\partial u_\alpha}{\partial n}\right) \tag{1.6}$$

$$u_0\frac{\partial w_\alpha}{\partial S}+v_0\frac{\partial w_\alpha}{\partial n}+\frac{u_0w_\alpha}{r}\frac{dr}{dS}=\frac{P_\alpha}{\rho_0r}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(\Gamma_0\frac{\partial w_\alpha}{\partial n}\right) \tag{1.7}$$

$$u_0\frac{\partial J_\alpha}{\partial S}+u_\alpha\frac{\partial J_0}{\partial S}+v_0\frac{\partial J_\alpha}{\partial n}+v_\alpha\frac{dJ_0}{\partial n}=\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(R_0\frac{\partial J_\alpha}{\partial n}\right)+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(R_\alpha\frac{\partial J_0}{\partial n}\right)-$$

$$-\frac{1}{\rho_0}\frac{\rho_\alpha}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left(R_0\frac{\partial J_0}{\partial n}\right)+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left[(Q_l\mu_0+\gamma_4Q_t\varepsilon_0\rho_0)u_\alpha\frac{\partial u_0}{\partial n}\right]+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\Big[(Q_l\mu_\alpha+ \tag{1.8}$$

$$+\gamma_4Q_t(\varepsilon_0\rho_\alpha+\rho_0\varepsilon_\alpha))u_0\frac{\partial u_0}{\partial n}\Big]+\frac{1}{\rho_\alpha}\frac{\partial}{\partial n}\left[(Q_l\mu_0+\gamma_4Q_t\varepsilon_0\rho_0)u_0\frac{\partial u_\alpha}{\partial n}\right]-$$

$$-\frac{1}{\rho_0}\frac{\rho_\alpha}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial n}\left[(Q_l\mu_0+\gamma_4Q_t\varepsilon_0\rho_0)u_0\frac{\partial u_0}{\partial n}\right]$$

Уравнения для возмущений в фазе с $\dot\alpha$ в основном совпадают с (1.5)—(1.8), если в них заменить индекс α на $\dot\alpha$. Кроме того, в левую часть уравнений войдут члены $V_\infty'\rho_\alpha$, $V_\infty'u_\alpha$, $V_\infty'w_\alpha$, $V_\infty'J_\alpha$, $V_\infty'\frac{P_\alpha}{\rho_0}$ соответственно ($V_\infty/L=V_\infty'$), а в уравнение для $w_{\dot\alpha}$ еще и члены, определяющие силы инерции

$$\frac{u_0}{r}\frac{\partial w_e}{\partial S}+\frac{u_0u_e}{r}+v_0\frac{\partial w_e}{\partial n}$$

Начальные и граничные условия имеют вид

$$S=0:\quad u_0=u_{00}(n),\quad J_0=J_{00}(n)$$

$$u_\alpha=u_{0\alpha}(n),\quad w_\alpha=w_{0\alpha}(n),\quad J_\alpha=J_{0\alpha}(n)$$

$$u_{\dot\alpha}=u_{0\dot\alpha}(n),\quad w_{\dot\alpha}=w_{0\dot\alpha}(n),\quad J_{\dot\alpha}=J_{0\dot\alpha}(n)$$

$$n=0:\quad u_0=u_\alpha=u_{\dot\alpha}=0,\quad v_0=v_{w0}(S)$$

$$v_\alpha=v_{w\alpha}(S),\quad v_{\dot\alpha}=v_{w\dot\alpha}(S),\quad w_\alpha=w_{\dot\alpha}=0,\quad J_0=J_{w0}(S),\quad J_\alpha=J_{w\alpha}(S),$$

$$J_{\dot\alpha}=J_{w\dot\alpha}(S)$$

$$n\to\infty:\quad u_0=u_{\delta 0}(S),\quad u_\alpha=u_{\delta\alpha}(S),\quad u_{\dot\alpha}=u_{\delta\dot\alpha}(S)$$

$$w_\alpha=w_{\delta\alpha}(S),\quad w_{\dot\alpha}=w_{\delta\dot\alpha}(S)$$

$$J_0=J_{\delta 0}(S),\quad J_\alpha=J_{\delta\alpha}(S),\quad J_{\dot\alpha}=J_{\delta\dot\alpha}(S)$$

$$\Gamma_0=\mu_0+\gamma_4\varepsilon_0\rho_0,\quad \Gamma_\alpha=\mu_\alpha+\gamma_4(\rho_0\varepsilon_\alpha+\rho_\alpha\varepsilon_0)$$

$$R_0=\frac{\mu_0}{\mathrm{Pr}}+\gamma_4\frac{\varepsilon_0\rho_0}{\mathrm{Pr}_t},\quad R_\alpha=\frac{\mu_\alpha}{\mathrm{Pr}}+\gamma_4\frac{\varepsilon_0\rho_\alpha+\rho_0\varepsilon_\alpha}{\mathrm{Pr}_t}$$

$$Q_l=1-\frac{1}{\mathrm{Pr}},\quad Q_t=1-\frac{1}{\mathrm{Pr}_t}$$

Здесь ε_0, ε_α, $\varepsilon_{\dot\alpha}$ — соответственно стационарный коэффициент турбулентной вязкости и возмущения в фазе с α, $\dot\alpha$, γ_4 — коэффициент перемежаемости, Pr, Pr_t — ламинарное и турбулентное числа Прандтля (в данной работе Pr=0,72, Pr_t=0,9), индекс w соответствует параметрам на поверхности тела, а индекс δ — на верхней границе пограничного слоя, u_e, w_e — компоненты переносной скорости, которая определяется формулой $\mathbf{V}=\dot\alpha\times\times|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|$.

2. Для приведения уравнений к виду, удобному для численного интегрирования, введем обобщенные параболические переменные в следующей форме [8]:

$$S=S\quad \eta=\frac{\mathrm{Re}_*^{1-1/\gamma_1}}{\gamma_1^{1/\gamma_1}\xi^*}\int\limits_0^n\frac{\rho_0}{\rho_{\delta_0}}\,dn$$

$$\xi^*=\int\limits_0^s r^{\gamma_1}\rho_{\delta 0}u_{\delta 0}\mu_{\delta 0}^{(\gamma_1-1)}\,dS/(r^{\gamma_1}\rho_{\delta 0}u_{\delta 0}\mu_{\delta 0}^{(\gamma_1-1)})$$

$$\mathrm{Re}_*=\frac{\rho_{\delta 0}u_{\delta 0}\xi^*}{\mu_{\delta 0}}$$

$$\psi(S,n)=\gamma_1^{1/\gamma_1}\frac{\xi^*}{\mathrm{Re}_*^{1-1/\gamma_1}}r\rho_{\delta_0}u_{\delta_0}f(S,n)$$

Здесь $\gamma_1=2$ соответствует ламинарному режиму течения, $\gamma_1=5/4$ — турбулентному режиму течения.

Для определения турбулентной вязкости в пограничном слое используется двухслойная модель [9], в которой учитывается зависимость давления от времени

$$\varepsilon_i=k_1^2y^2\left\{1-\exp\left[-\frac{y}{26\nu}\left(\frac{\tau_w}{\rho}+\frac{dP}{dx}\frac{y}{\rho}\right)^{1/2}\right]\right\}\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|$$

$$\nu=\frac{\mu}{\rho},\qquad \tau=\mu\frac{\partial u}{\partial y},\qquad k_1=0{,}4$$

$$\varepsilon_0=K_2u_\delta\delta_1^*\gamma_2$$

$$K_2=0{,}0168,\qquad \gamma_2=\left[1+5{,}5\left(\frac{y}{\delta}\right)^6\right]^{-1}$$

$$\delta_1^*=\int\limits_0^\infty\left(1-\frac{u}{u_0}\right)dy$$

Условием перехода от расчета по одной вязкости к расчету по другой служит равенство $\varepsilon_i=\varepsilon_0$. В области перехода коэффициент перемежаемости определяется выражением

$$\gamma_4=1-\exp\left(-8{,}33\cdot 10^4\,\mathrm{Re}_t^{0{,}66}u_{\delta 0}\frac{x-x_t}{x_t^2}\int\limits_{x_t}^x\frac{dx}{u_{\delta 0}}\right)$$

Здесь Re_t — число Рейнольдса начала перехода, x_t — точка начала перехода.

Решение системы (1.2)–(1.4) строится с применением метода квазилинеаризации [10]. Полученные линейные уравнения для возмущений в фазе с α и $\dot\alpha$ решаются на основе неявной конечно-разностной схемы второго порядка точности с применением пятиточечной скалярной прогонки.

В качестве начальных условий берутся профили скорости и энтальпии и их возмущений в фазе с углом атаки и угловой скоростью из автомодельных решений в критической точке.

3. Определение газодинамических параметров в пограничном слое позволяет найти его влияние на аэродинамические характеристики тела. Это влияние проявляется через поверхностное трение и толщину вытеснения. Выражения для коэффициентов поверхностного трения в продольном и окружном направлениях и толщины вытеснения [11] имеют вид

$$c_f = \frac{2\mu_w(\partial u/\partial n)_w}{\rho_\infty V_\infty^2}, \quad c_\varphi = \frac{2\mu_w(\partial w/\partial n)_w}{\rho_\infty V_\infty^2}$$

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_\delta u_\delta}\right) dn + \frac{1}{\rho_\delta u_\delta r} \int_0^S \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[r\rho_\delta \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho}{\rho_\delta}\right) dn - r\rho_\delta \delta^* \right] \right\} dS$$

При определении влияния параметров пограничного слоя на аэродинамические характеристики коэффициенты трения и толщина вытеснения раскладываются в ряды согласно (1.1).

Учет вязкого взаимодействия может быть осуществлен решением задачи о внешнем обтекании тела с новой эффективной подвижной формой поверхности

$$r = r(S) + \delta_0^*(S) + \alpha\delta_\alpha^*(S)\cos\varphi + \dot\alpha\delta_{\dot\alpha}^*(S)\cos\varphi$$

В этом случае граничные условия при решении уравнений идеального газа ставятся на подвижной поверхности и для возмущений в фазе с $\dot\alpha$ учитывается скорость ее перемещения в направлении по нормали к телу.

Для приближенной оценки индуцированного давления можно воспользоваться формулами

$$\Delta P_\alpha = \frac{dP_\alpha}{d\Theta_k}\frac{d\delta_0^*}{dx} + \frac{dP_0}{d\Theta_k}\frac{d\delta_\alpha^*}{dx}$$

$$\Delta P_{\dot\alpha} = \frac{dP_{\dot\alpha}}{d\theta_k}\frac{d\delta_0^*}{dx} + \frac{dP_0}{d\Theta_k}\left(\frac{d\delta_{\dot\alpha}^*}{dx} + \frac{\delta_\alpha^*}{u_\delta\sqrt{1+(dr/dx)^2}}\right)$$

где Θ_k — угол полураствора конуса.

Обычно в нестационарной аэродинамике возмущения аэродинамических сил и моментов принято выражать через вращательные производные, которые вычисляются по формулам

$$C_n^{\,i} = \frac{a_i}{r^2}\int_0^S r\Phi_i(S)\,dS$$

$$m_z^{\,i} = \frac{a_i}{r^2 S}\int_0^S r\left[-rF_i(S) + \left(\int_0^S \sqrt{1-\left(\frac{dr}{dS}\right)^2}\,dS - x_0\right)\Phi_i(S)\right]dS$$

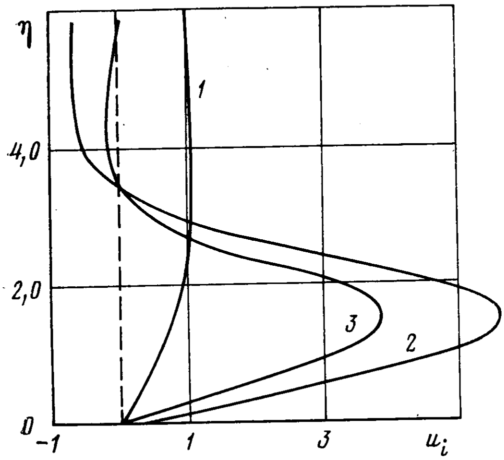
$$\Phi_i(S) = c_{fi}\frac{dr}{dS} - 2(p_i + \Delta p_i)\sqrt{1-\left(\frac{dr}{dS}\right)^2} - c_{\varphi i}$$

$$F_i = c_{fi}\sqrt{1-\left(\frac{dr}{dS}\right)^2} + 2(p_i+\Delta p_i)\frac{dr}{dS}$$

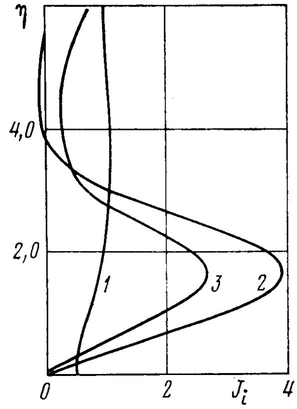
$$i = \alpha, \dot\alpha, \ p_i = \frac{p_i}{\rho_\infty V_\infty^2}, \quad a_\alpha = 1, \quad a_{\dot\alpha} = \frac{V_\infty}{L}$$

где x_0 — координата центра колебаний.

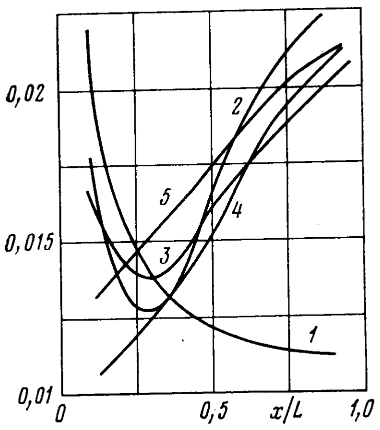
4. На фиг. 1, 2 изображены профили скорости $u_0(\eta)$, энтальпии $J_0(\eta)$, добавок $u_\alpha(\eta)$, $J_\alpha(\eta)$, и $J_{\dot\alpha}(\eta)$, $u_{\dot\alpha}(\eta)$ (кривые 1–3 соответственно) при обтекании затупленного конуса с углом полураствора $\Theta_k = 10°$, с удлинением $L/r = 20$ при следующих



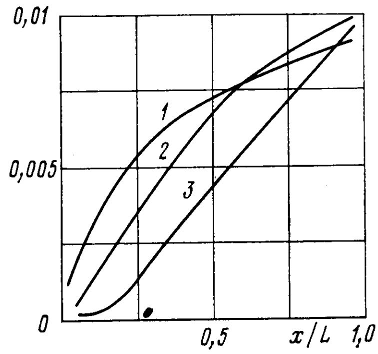
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

условиях: $M_\infty=20$, $\mathrm{Re}_\infty=10^6$, $T_w/T_{00}=0{,}5$ (T_w – температура поверхности, T_{00} – полная температура торможения). Внутри пограничного слоя имеют место максимумы функций в фазе с углом атаки и угловой скоростью. Поведение скорости и энтальпии аналогично профилям этих функций, полученным в [5] для колеблющегося клина.

x/r_0	2	4	8	12	16	20
C^{α}_{n0}	−0,83	−0,85	−0,79	−0,83	−0,97	−1,12
$C^{\alpha}_{n\tau}$	−0,02	−0,027	−0,031	−0,033	−0,037	−0,04
$C^{\alpha}_{n\delta}$	0,07	0,14	0,26	0,35	0,38	0,42
$C^{\dot\alpha}_{n0}$	−0,50	−0,42	−0,38	−0,37	−0,39	−0,40
$C^{\dot\alpha}_{n\tau}$	−0,025	−0,027	−0,024	−0,021	−0,02	−0,019
$C^{\dot\alpha}_{n\delta}$	0,01	0,06	0,15	0,20	0,18	0,16
m^{α}_{z0}	−0,44	−0,377	−0,382	−0,472	−0,603	−0,732
$m^{\alpha}_{z\tau}$	−0,0144	−0,0194	−0,0218	−0,0248	−0,0295	−0,033
$m^{\alpha}_{z\delta}$	0,043	0,080	0,169	0,230	0,250	0,270
$m^{\dot\alpha}_{z0}$	−0,249	−0,238	−0,235	−0,249	−0,279	−0,285
$m^{\dot\alpha}_{z\tau}$	−0,0136	−0,0165	−0,0171	−0,0164	−0,0164	−0,016
$m^{\dot\alpha}_{z\delta}$	0,013	0,048	0,109	0,151	0,128	0,109

На фиг. 3 представлено распределение коэффициента трения $0{,}3C_{f\alpha}$ и соответствующих добавок $C_{f\alpha}$, $C_{\varphi\alpha}$, $C_{f\dot{\alpha}}$, C_{φ} (кривые *1–5* соответственно). Поведение кривых $C_{f\alpha}$, $C_{\varphi\alpha}$ отвечает соответствующему распределению давления. Условия обтекания были те же, что и для фиг. 1, 2. На фиг. 4 дано распределение функций δ_0^*, δ_α^*, $\delta_{\dot{\alpha}}^*$ (кривые *1–3* соответственно) вдоль образующей тела при $\mathrm{Re}_\infty=2\cdot10^9$, когда пограничный слой на значительной части тела является турбулентным.

В таблице представлены значения аэродинамических характеристик, полученные в приближении идеального газа (индекс 0) и добавки из-за трения (индекс τ) и вязкого взаимодействия (индекс δ). Из таблицы видно, что добавка из-за трения увеличивает значения аэродинамических характеристик, а добавка из-за вязкого взаимодействия уменьшает C_n^α, $C_n^{\dot{\alpha}}$, m_z^α, $m_z^{\dot{\alpha}}$. Причем по абсолютной величине добавки из-за трения составляют всего 10% от добавки из-за взаимодействия, что говорит об определяющем значении последних.

В данной работе все расчеты проводились для $x_0=0$, т. е. за центр колебаний принималась передняя критическая точка.

Полученные результаты могут быть обобщены на случай обтекания конуса при наличии вдува с поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Полянский О. Ю.* О некоторых особенностях нестационарного обтекания тел сверхзвуковым потоком газа.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 4, с. 30–36.
2. *Теленин Г. Ф.* Исследование обтекания колеблющегося конуса сверхзвуковым потоком. М.: Оборонгиз, 1959. 61 с.
3. *Липницкий Ю. М.* Теоретическое исследование сверхзвукового нестационарного обтекания затупленных тел.– Докл. АН СССР, 1968, т. 178, № 1, с. 59–62.
4. *Телионис Д. П.* Отрывные и безотрывные нестационарные пограничные слои. Обзор. Теоретические основы инженерных расчетов.– Труды американского общества инженеров-механиков. М.: Мир, 1979, № 1, с. 142–161.
5. *Степанов Г. Н.* Ламинарный пограничный слой на колеблющемся клине.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 4, с. 146–151.
6. *Корниенко Е. С., Шманенков В. Н.* О влиянии вдува на характеристики нестационарного пограничного слоя на колеблющемся клине в сверхзвуковом потоке.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 171–175.
7. *Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П.* Нестационарное сверхзвуковое обтекание конуса с округленной вершиной.– Изв. АН СССР. Мех. и маш., 1961, № 2, с. 97.
8. Программы, составленные на алгоритмическом языке ФОРТРАН, для численного интегрирования уравнений двумерного пограничного слоя.– Тр. ЦАГИ, 1973, вып. 1482. 64 с.
9. *Себеси Т., Смит А. И.* Конечно-разностный метод расчета сжимаемых ламинарного и турбулентного пограничных слоев.— Теор. основы инж. расчетов, 1970, № 3, с. 121–133.
10. *Беллман Р., Кабала Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. М., 1968. 183 с.
11. *Moore F. K., Ostrach S.* Displacement thickness of the unsteady boundary layer.– J. Aeronaut. Sci., 1957, v. 24, № 1, p. 77–78.

Москва, Днепропетровск

Поступила в редакцию
18.XI.1981