Если шары не пульсируют, то e, $f=0$ и (11) приобретает вид, соответствующий найденному ранее для этого случая решению (10).

Если в начальный момент времени шары неподвижны ($\dot{y}_0=0$), то, сохраняя в (11) только важнейшие члены, имеем $y^{(2)}=y_0(1+f_0\tau)$, откуда видно, что при $f_0>0$ пульсирующие шары начнут расходиться, а при $f_0<0$ – сближаться.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bjerknes V.* Vorlesungen über hydrodynamische Fernkräfte. Leipzig, Barth, 1900, B. 1. 338 S; 1902, B. 2. 316 S.
2. Акустическая коагуляция аэрозолей. М.: Госхимиздат, 1961. 184 с.
3. *Медников Е. П.* Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 263 с.
4. Прикладная акустика. Сб. ст. Вып. 1. Таганрог, 1968. 256 с.
5. *Миронов М. А.* Силы Бьеркнесса в вязкой среде и акустическая коагуляция аэрозолей.– Акуст. ж., 1976, т. 22, № 6, с. 941–942.
6. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
7. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967. 428 с.

Ленинград

Поступила в редакцию
25.VI.1981

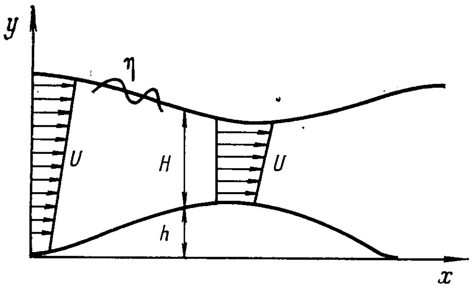
УДК 532.59.013.4

О ДЕСТАБИЛИЗАЦИИ ТЕЧЕНИЙ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВЫСОКОЧАСТОТНЫМИ ВОЛНАМИ

ЕЗЕРСКИЙ А. Б.

При распространении волновых пакетов малой, но конечной амплитуды в жидкостях и газах из-за нелинейности сред возникают средние поля (средние течения, средние смещения границ раздела разнородных жидкостей и т. д.) [1, 2], величина которых пропорциональна квадрату амплитуды волн. В настоящем сообщении исследуются такие поля, возникающие при распространении пакета поверхностных волн на горизонтально неоднородном течении. Выяснено, что индуцированные волнами средние потоки могут существенно дестабилизировать или стабилизировать основное течение.

Исследуется следующий механизм воздействия пакета поверхностных волн на основное течение. Пусть медленно изменяющийся поток возникает в результате обтекания препятствия (см. фигуру). Характер течения зависит от числа Фруда $\mathrm{Fr}=U/\sqrt{gH}$, где U – скорость течения, H – глубина потока, g – ускорение силы тяжести (предполагается, что есть только горизонтальная компонента и она однородна по глубине). Если $\mathrm{Fr}<1$, то обтекание докритическое – спокойный поток, если $\mathrm{Fr}>1$, то сверхкритическое – бурный поток [3]. Если в горизонтально неоднородном потоке распространяется волновой пакет, а максимальное число Fr близко к 1, то средние величины, обусловленные волной (поправки к H и U), могут изменить число Fr, и, следовательно, стабилизировать или дестабилизировать течение.



Рассчитаем средние величины η_c и u_c, обусловленные распространением стационарного пакета поверхностных волн $\eta=a(x)e^{i(\omega t-kx)}$. Будем считать, что поверхностные волны потенциальны: $u=\partial\varphi/\partial x$, $v=\partial\varphi/\partial y$ (φ – потенциал, x, y – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости), u_c не зависит от вертикальной координаты y, а $U=U_0+\Omega y$, Ω – завихренность основного течения. Из усредненных по фазе $\theta=\omega t-kx$ уравнений Эйлера получим

$$\frac{\partial u_c}{\partial t}+\frac{\partial(U(H_1)u_c)}{\partial x}-\Omega\frac{\partial(u_cH)}{\partial x}+g\frac{\partial\eta}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\left\langle\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right\rangle \qquad (1)$$

Здесь $\langle\ \rangle$ означают усреднения по θ, $H_1=H+h$. Отметим, что значение правой части (1) не зависит от y

$$\left\langle\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right\rangle=(\omega-kU(H_1))\frac{|a|^2}{\mathrm{sh}^2\,kH}$$

Если $\Omega=0$, то (1) может быть получено из усреднения уравнения Бернулли. Из усредненного по θ кинематического условия на поверхности жидкости η имеем

$$\frac{\partial\eta_c}{\partial t}+\frac{\partial(U(H_1))\eta_c}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}(HU_c)=-\frac{\partial}{\partial x}\left\langle\Omega\eta^2+\eta\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right\rangle \tag{2}$$

Уравнение (2) – это закон сохранения массы при распространении поверхностной волны.

В стационарном приближении $\partial/\partial t=0$ уравнения (1)–(2) интегрируются:

$$u_c=\frac{1}{\beta}\left\langle g\left(\Omega\eta^2+\frac{\partial\varphi}{\partial x}\eta\right)-U(H_1)\left(\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right)\right\rangle \tag{3}$$

$$\eta_c=-\frac{1}{\beta}\left\langle U(H_1)\left(\Omega\eta^2+\frac{\partial\varphi}{\partial x}\eta\right)-H\left(\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right)\right\rangle \tag{4}$$

$$\beta=U(H_1)^2-gH-\Omega U(H_1)$$

Из (3) и (4) следует, что при $\beta\to0$ u_c и η_c неограниченно нарастают. Этот факт можно пояснить из следующих соображений. Пусть правые части в (1) и (2) равны нулю, а u_c и η_c изменяются по гармоническому закону пропорционально $e^{i(\gamma t-qx)}$. Тогда (1) и (2) описывают длинные волны на медленно изменяющемся потоке, частоты которых равны $\gamma_{1,2}=kU(H_1)+(\Omega\pm\sqrt{\Omega^2+4gH})/2$, где плюс соответствует волне с γ_1, распространяющейся по потоку, минус – волне с γ_2, бегущей против потока. В точке, где $\beta=0$, $\gamma_2=0$. Правые части в (1), (2) – это внешние силы, возбуждающие длинные волны на потоке. Так как высокочастотные пакеты стационарны, то частота внешней силы там, где $\beta=0$, совпадает с частотой собственных волн в такой системе (резонансное возбуждение средних полей). Если основной поток однороден по глубине, $\Omega=0$, то резонанс будет в точке, где $\mathrm{Fr}=1$. Неограниченное нарастание u_c и η_c связано с тем, что не учитывается изменение амплитуды высокочастотной волны, вызванное возбуждением средних полей. Течение, представленное на фигуре, аналогично дозвуковому истечению газа из резервуара через сопло Лавалля [3]. Числу Фруда соответствует здесь число Маха $M=U/c$ (U – скорость потока, c – скорость звука). По-видимому, высокочастотные акустические волны будут существенно изменять характеристики основного потока в области, где число Маха близко к 1.

Приведем оценку изменения числа Fr для однородного по вертикали потока в случае, когда u_c и η_c малы настолько, что изменением амплитуды высокочастотной волны можно пренебречь. Считаем $u_c\ll U$, $\eta_c\ll H$:

$$\Delta\mathrm{Fr}_{1,2}=\frac{\mp\mathrm{Fr}^3}{1-\mathrm{Fr}^2}\sqrt{kH}\,\mathrm{th}\,kH\left((2+\mathrm{Fr}^2)\,\mathrm{cth}\,kH\mp3\,\mathrm{Fr}\frac{\sqrt{kH}\,\mathrm{th}\,kH}{\mathrm{sh}^2\,kH}\right)\left(\frac{a}{H}\right)^2$$

Пусть $\mathrm{Fr}=0{,}9$, $kH=1$, $a/H=0{,}1$ ($ka=0{,}1$). Тогда $\Delta\mathrm{Fr}_1=-0{,}065$, $\Delta\mathrm{Fr}_2=0{,}175$. Если волна малой амплитуды $ka=0{,}1$ распространяется против потока, то она дестабилизирует течение – в этом случае $\mathrm{Fr}_2=1{,}075$, если по потоку, то стабилизирует: $\mathrm{Fr}_1=0{,}835$. Например, если глубина потока будет 0,5 м, то $\mathrm{Fr}=0{,}9$ соответствует скорости $U=2$ м/с, а рассчитанные изменения числа Fr будут возможны при амплитуде поверхностной волны 0,05 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Островский Л. А.* Величины второго порядка в бегущей звуковой волне.– Акуст. ж., 1968, т. 14, № 1, с. 82–89.
2. *Jonsson I. G., Brink-Kjaer O., Thomas G. P.* Wave action and set-down for waves on shear current.– J. Fluid Mech., 1978, v. 87, № 3, p. 401–416.
3. *Дейли Дж., Харлеман Д.* Механика жидкости. М.: Энергия. 1971. 480 с.

Горький

Поступила в редакцию
3.VIII.1981

УДК 533.6.011:629.7.024

ДОННОЕ ДАВЛЕНИЕ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПРИ ВДУВЕ ГАЗА ЧЕРЕЗ ИХ ПОВЕРХНОСТЬ В СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК

ЗАХАРЧЕНКО В. Ф., КАРДАНОВ Ю. Х.

Одной из важных задач аэромеханики больших скоростей является исследование донного давления и течения в следе за телами вращения в условиях поверхностного массообмена.

Проведенные авторами тщательные экспериментальные исследования обтекания тел вращения при наличии на их поверхности поперечного потока массы, особенно при малой интенсивности вдува, позволили получить новые данные по зависимости донного давления от основных определяющих параметров, расширяющие и уточняю-