

$=10 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $k=1 \text{ мкм}^2$ ,  $G_0/\rho_0=300\,000 \text{ м}^3/\text{сут}$ . В результате расчетов получено.  $\alpha_v=6,06 \text{ м}/\sqrt{\text{с}}$ ,  $v_f=120,41 \text{ р.}$  Используя формулы (4) и (7), (8), получаем соотношение между  $\alpha_v$  и  $\alpha_u$ .

$$\alpha_u^2 = \alpha_v^2 \exp\left(\frac{\alpha_v^2}{4a}\right) \quad (13)$$

Раскладывая правую часть этого равенства в ряд Тейлора и используя малость  $\alpha_v$ , получаем  $\alpha_u = \alpha_v(1 + \alpha_v^2/8a)$ . Поэтому относительная погрешность в определении положения фронта вытеснения будет равна

$$\Delta = \frac{l_u - l_v}{l_v} = \frac{\alpha_v^2}{8a} \quad (14)$$

Для расчетных данных  $\Delta < 0,001$ . Таким образом, относительная погрешность не превышает десятой доли процента. Приведенные расчеты позволяют утверждать, что нижняя оценка данной задачи с большой степенью точности аппроксимирует точное решение и может быть использована для практических расчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Веригин Н. Н.* Нагнетание вязких растворов в горные породы в целях повышения прочности и водонепроницаемости оснований гидротехнических сооружений. — Изв. АН СССР. ОТН, 1952, № 5, с. 674–687.
2. *Каримов М. Ф., Харисов М. М.* Относительные проницаемости для жидкости и газа при пенообразовании в пористой среде. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1, с. 179–182.
3. *Ентов В. М.* Теоремы сравнения для уравнений нестационарной фильтрации. — ПММ, 1965, т. 29, вып. 1, с. 200–205.
4. *Огибалов П. М., Мирзаджанзаде А. Х.* Механика физических процессов. М.: Изд-во МГУ, 1976. 367 с.
5. *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 287 с.

Уфа

Поступила в редакцию  
10.IX.1981

УДК 532.58

### ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЦИЛИНДР, ИМПУЛЬСНО ПРИВЕДЕННЫЙ В ДВИЖЕНИЕ

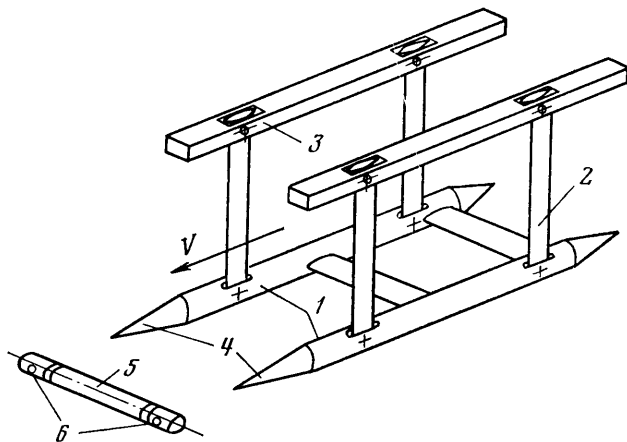
ОГНЕВ В. И., ЩЕГЛОВА М. Г.

В настоящее время имеется мало экспериментальных данных о силах, действующих на тела при импульсном возникновении движения, т. е. при приобретении телом постоянной конечной скорости за очень малое время, т. е. практически скачком. Причиной этого являются трудности, обусловленные механизмом, осуществляющим внезапно начинающееся движение, а также использованием измерительной техникой для регистрации переходных значений скорости и силы, действующей на тело.

Первые опыты по оценке сил, действующих на цилиндр при импульсном сообщении ему скорости перпендикулярно его оси, были проведены при малых числах Рейнольдса ( $Re=580$ ) и малых значениях скоростей движения ( $v=0,008 \text{ м/с}$ ) [1]. Число Рейнольдса определялось по диаметру цилиндра. Непосредственного измерения сил не проводилось. Коэффициенты сопротивления и подъемной силы цилиндра получены косвенным путем с помощью графического определения скорости в отдельных точках по фотографиям развитого вихревого течения за цилиндром (при скачкообразном изменении его скорости) и расчете распределения давления по поверхности цилиндра по этим скоростям.

Результаты опытов по измерению силы, действующей на неподвижный цилиндр во внезапно падающем вертикальном потоке жидкости, были опубликованы в [2]. Эксперименты проведены в вертикальной гидродинамической трубе, которая имела быстро открывающееся дно и клапанный механизм с соответствующим приводом. Чисто импульсного движения получить не удалось, поток двигался ускоренно на пути, равном примерно 2–6 радиусам цилиндра в зависимости от скорости движения. Для получения эффекта бесконечного удлинения, по мнению автора, необходимо было концы испытуемых цилиндров «погрузить» в стенку трубы, оставив небольшой зазор между торцевым концом цилиндра и стенкой для произведения измерений силы. Опыты были проведены при числах Рейнольдса, равных  $Re=(0,3-0,9) \cdot 10^5$ .

Авторами была предпринята попытка осуществить непосредственную запись сил (сопротивления и подъемной силы), действующих на цилиндр в условиях до-



Фиг. 1

вольно сложного нестационарного движения, когда скорость набирается практически скачкообразно из состояния покоя<sup>1</sup>.

Основой установки являлся весьма массивный физический маятник с периодом колебаний около 2 с, точка подвеса которого связана с буксировочной тележкой опытового бассейна, являющейся приводом при импульсном сообщении цилиндру постоянной скорости (фиг. 1). Собственно маятник состоял из двух удлиненных тел вращения 1 (100 кг массой каждое), симметрично расположенных около диаметральной плоскости тележки; тела с помощью ножей 2 были шарнирно связаны с буксировочной тележкой 3. В носовой части тела оканчивались конусами 4.

Цилиндр представлял собой тонкостенную дюралевую трубу 5 (фиг. 1) длиной  $L=0,7$  м и диаметром  $d=0,07$  м, которая крепилась к двум консольным силоизмерителям, установленным внутри стальной трубы – державки. Державка заканчивалась с обоих концов коническими захватами 6.

Практически ступенчатое изменение скорости цилиндра от нуля до заданного значения достигалось следующим образом. Испытуемый цилиндр устанавливался в неподвижной раме на заданной глубине. Буксировочная тележка с постоянной скоростью «наезжала» на цилиндр, носовые конуса тел вращения входили в конические захваты державки модели и фиксировали положение цилиндра относительно массивных тел вращения маятниковой установки. Для получения неупругого соударения в конические захваты державки цилиндра вкладывались кольца из пластичного материала. Размеры колец позволяли регулировать время неупругого соударения при сообщении постоянной скорости цилиндру.

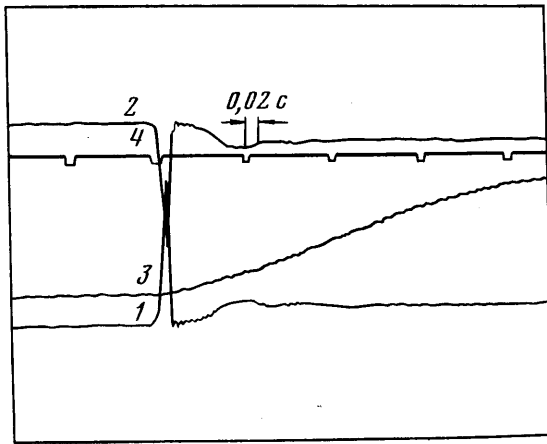
Применение шарнирно закрепленного маятника большой массы и использование неупругого соударения тел маятника с цилиндром позволило уменьшить возмущения, получаемые цилиндром при импульсном подхватывании его буксировочной тележкой с маятником.

Силоизмерителями являлись упругие пластины с наклеенными на них тензодатчиками. Пластины были расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Такое расположение давало возможность измерить подъемную силу и сопротивление, действующие на цилиндр. Частота собственных колебаний силоизмерителей вместе с цилиндром равнялась  $\sim 100$  Гц.

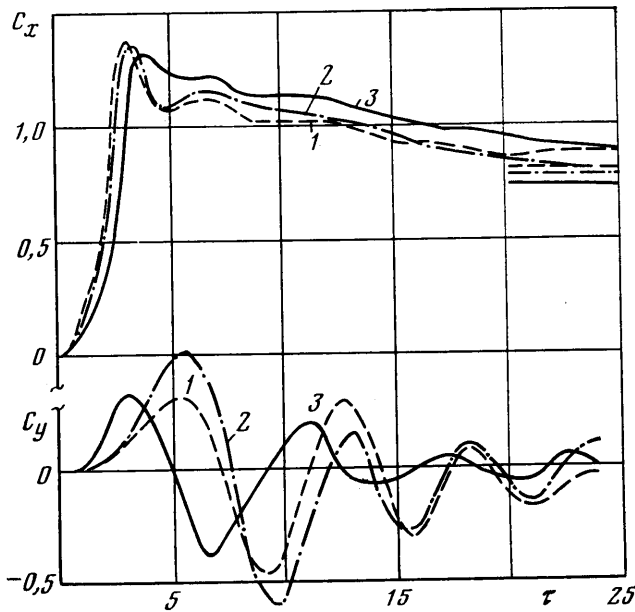
Цилиндр приобретал скорость, равную скорости тележки, через  $t=0,02-0,03$  с. Инерционные силы, появляющиеся при наборе скорости цилиндром, фиксировались при записи сил. Осциллограмма силы сопротивления цилиндра при импульсном возникновении движения с записью инерционной силы на участке возникновения скорости давала возможность контролировать начало движения цилиндра с постоянной скоростью (фиг. 2). Кривые 1 и 2 представляют запись силы сопротивления двумя силоизмерителями, кривая 3 – угла отклонения установки, кривая 4 – пути, пройденного цилиндром. Кроме того, для определения начала движения цилиндра с постоянной скоростью был использован потенциметрический датчик перемещения.

Оценка погрешностей, связанных с колебаниями установки, показывает, что эти колебания приводили к периодическим изменениям величины скорости на 5–10% при скоростях движения цилиндра 1–2 м/с. Поправка на скорость вводилась в результате расшифровки, однако на начальном участке она незначительна.

<sup>1</sup> Первые попытки непосредственного измерения сопротивления, действующего на цилиндр при импульсном возникновении движения, были проведены авторами в 1965–1966 гг. [3].



Фиг. 2



Фиг. 3

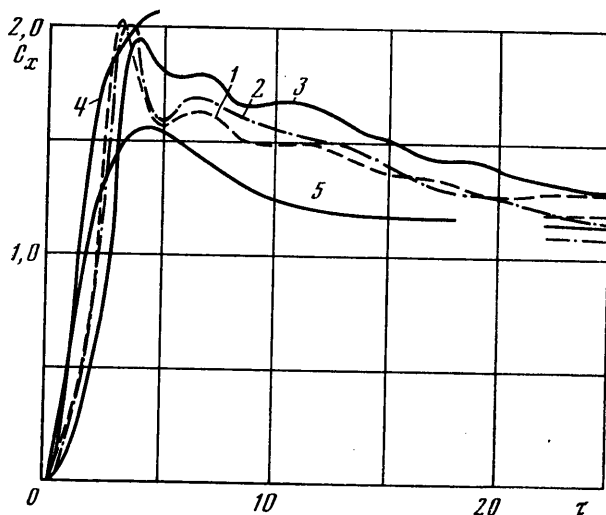
Оценка инерционных сил, возникающих при колебаниях установки, на основании записи углов ее отклонения показала, что они не превышают 3% измеряемой величины силы на режиме установившегося движения.

Результаты измерения сил. Сопротивление и подъемная сила цилиндра измерялись при скорости  $v=1; 1,5$  и  $2$  м/с, что соответствовало числам Рейнольдса  $Re \approx (0,6-1,3) \cdot 10^5$ .

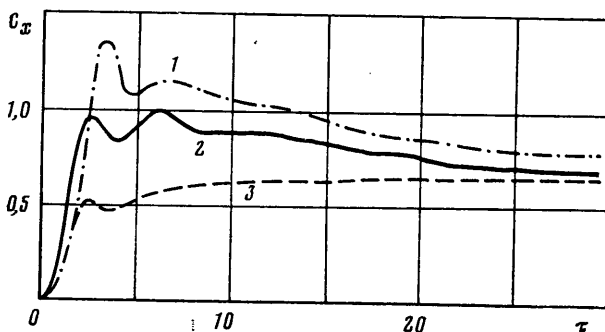
На фиг. 3 представлены результаты непосредственного измерения сопротивления  $P_x$  и подъемной силы  $P_y$  гладкого цилиндра с удлинением  $\lambda=12$ , отнесенные к  $\frac{1}{2}\rho S v^2$ , в зависимости от безразмерного параметра времени  $vt/d=\tau$  ( $S=Ld$ ,  $\rho$  — плотность воды) при значениях чисел  $Re=0,64 \cdot 10^5$  (кривая 1),  $0,95 \cdot 10^5$  (кривая 2) и  $1,27 \cdot 10^5$  (кривая 3). На этой же фигуре приведены значения  $C_x$  при установившемся стационарном движении цилиндра. Силы  $P_x$  и  $P_y$  взяты без инерционной составляющей, возникающей при импульсном наборе скорости.

Коэффициент сопротивления цилиндра, приведенный к бесконечному удлинению, показан на фиг. 4 (кривые 1, 2, 3 соответственно для тех же чисел Рейнольдса, что и на фиг. 3).

Отсутствие сопротивления на начальном участке движения, равном  $0,3-0,4d$ , связано с наличием здесь потенциального обтекания цилиндра. Отрыв пограничного слоя и развитие пары симметричных вихрей приводят к росту коэффициента сопротивления до максимального значения, равного  $C_x \approx 2$  на пути  $\tau=3-3,5$ . Затем в связи



Фиг. 4



Фиг. 5

со смещением одного из вихрей по потоку и его распадом коэффициент сопротивления начинает медленно уменьшаться; до достижения стационарного значения кривая  $C_x$  имеет несколько колебаний небольшой амплитуды.

Непрерывная запись сопротивления на пути, равном  $\tau \approx 300$ , показала, что коэффициент сопротивления асимптотически приближается к стационарному значению, но практически достигает его только на пути  $\tau > 50-60$ .

На фиг. 4 представлены также коэффициенты сопротивления цилиндра по опытам [1] (кривая 4) и [2] (кривая 5), полученные, как считают авторы, в условиях бесконечного удлинения.

Характер изменения сопротивления по безразмерному параметру времени, полученный в опытах с набегающим потоком [2], соответствует аналогичной кривой, полученной в настоящих опытах при импульсном возникновении движения цилиндра, однако численные значения сопротивления меньше, чем в настоящих опытах. Кривые подъемной силы имеют колебательный характер; амплитуда колебаний затухает со временем (фиг. 3). Период колебаний  $T$  (кроме первого) практически совпадает с периодом формирования вихрей в дорожке Кармана при установившемся обтекании цилиндра.  $T = l / (v - U)$ , где  $l$  — расстояние между вихрями, равное  $4,3d$  по опытам Кармана и Рубаха,  $U$  — собственная скорость вихрей, равная  $0,14v$ . Значения периода отрыва вихрей по экспериментам данной работы  $T_e$  и по расчету в соответствии с приведенной формулой  $T_r$  представлены ниже:

Re	$T_r, c$	$T_e, c$
$0,64 \cdot 10^5$	0,35	0,35—0,42
$0,95 \cdot 10^5$	0,23	0,23—0,26
$1,27 \cdot 10^5$	0,18	0,21—0,23

Безразмерное значение периода колебаний равно  $\tau = 5-6$ . Величина максимального значения подъемной силы составляет 30—40% от максимального значения сопротивления. При значениях  $\tau > 25-30$  подъемная сила мала и является величиной другого порядка малости по отношению к сопротивлению при тех же значениях

безразмерного параметра  $\tau$ . Уменьшение подъемной силы свидетельствует о том, что с течением времени ( $t$  е. после прохождения цилиндром пути, равного 25–30 диаметрам цилиндра, от момента возникновения импульсного движения) при  $Re = (0,6-1,3) \cdot 10^5$  за цилиндром перестает образовываться течение типа вихревых дорожек, а происходит турбулентное перемешивание потока в следе [5].

С целью определения влияния турбулентного потока на коэффициент сопротивления цилиндра при импульсном возникновении движения были проведены опыты с шероховатым цилиндром и с цилиндром, снабженным двумя турбулизующими проволоками. Отношение высоты элементов шероховатости к радиусу цилиндра  $r$  составляло  $\varepsilon/r \approx 0,017$ . Две турбулизующие проволоки ( $d_n/r = 0,004$ ) располагались на гладком цилиндре на относительном расстоянии от передней критической точки  $x/r \approx 1,4$  ( $\theta = \pm 80^\circ$ ) по обе стороны. На шероховатом цилиндре, а также при наличии турбулизующей проволоки на цилиндре наблюдается более ранний отрыв пограничного слоя, чем в случае гладкой поверхности его.

На фиг. 5 приведены коэффициенты сопротивления гладкого цилиндра (кривая 1), шероховатого (кривая 2) и цилиндра с турбулизующей проволокой (кривая 3). Удлинение цилиндра равнялось  $\lambda = 12$ , число  $Re = 0,95 \cdot 10^5$ . В связи с турбулизацией потока уменьшается и максимальное значение коэффициента сопротивления после отрыва пограничного слоя по сравнению с его значением для гладкого цилиндра.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Schwabe M. Pressure distribution in nonuniform two-dimensional flow.— NASA, TM, 1943, № 1039.
2. Сарпкая Т. Separated flow about lifting bodies and impulsive flow about cylinders.— AIAA Journal, 1966, v. 4, № 3, p. 414–420.
3. Щеглова М. Г., Огнев В. И. Результаты экспериментального исследования по формированию силы, действующей на цилиндр, при импульсивном и ускоренном движении.— Тр. ЦАГИ, 1971, вып. 1379. 23 с.
4. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. 520 с.
5. Bienk H., Fuchs D., Liebers L. Über die Messung von Wirbelfrequenzen.— Luftfahrtforschung, 1936, v 12, S. 38–41.

Москва

Поступила в редакцию  
11.V.1981

УДК 532.58

### О ДВИЖЕНИИ ДВУХ ПУЛЬСИРУЮЩИХ ШАРОВ В ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

БУРОВ А. В.

Задача о взаимодействии двух пульсирующих шаров в идеальной несжимаемой жидкости впервые подробно исследована Бьеркнесом [1]. Однако в указанной и последующих работах на эту тему [2–5] изучались только силы взаимодействия между шарами, в то время как закон их движения не рассматривался из-за гораздо большей сложности последней задачи. Целью настоящей работы является нахождение приближенного аналитического решения задачи о движении двух пульсирующих шаров в идеальной несжимаемой жидкости, заполняющей всю внешнюю по отношению к шарам область пространства, в предположении потенциального характера течения жидкости.

*Система уравнений движения.* Пусть два шара с массами  $m_k$  (здесь и далее  $k = 1, 2$ ), радиусы которых  $a_k$  могут зависеть от времени  $t$ , движутся вдоль их линии центров, которую примем за ось координат, и обозначим через  $x_k$  координаты центров шаров, а через  $b$  — расстояние между центрами. Предположим, что шары могут совершать малые пульсации, причем во все время движения  $a_k \ll b$  и внешние силы отсутствуют. Движение шаров будем приближенно описывать системой уравнений [6]

$$\frac{d}{dt} (L_1 \dot{x}_1 - M \dot{x}_2) + 6\pi \rho a_1^3 a_2^3 b^{-4} \dot{x}_1 \dot{x}_2 = 0 \quad (1)$$

$$L_k = m_k + \frac{2}{3} \pi \rho a_k^3, \quad M = 2\pi \rho a_1^3 a_2^3 b^{-3}$$

(второе уравнение получается перестановкой индексов с изменением знака последнего слагаемого), где  $\rho$  — плотность жидкости, точка означает дифференцирование по  $t$ . Точность описания зависит от параметра  $\varepsilon = [\max_{(k,t)} \{a_k b^{-1}\}]^3$ , который уже при умеренных величинах отношения  $a_k$  к  $b$  может быть весьма малым (например, для