

УДК 532.546

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ТЕЧЕНИЯ АНОМАЛЬНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ

ТУРЕЦКАЯ Ф. Д.

Проведено численное исследование нестационарного фильтрационного течения в слоисто-неоднородном пласте с учетом нелинейности закона фильтрации. Выявлены качественные особенности течения, возникающие вследствие взаимодействия фильтрационных аномалий с неоднородностью пласта. Полученные результаты могут быть использованы при разработке гидродинамических методов исследования пластов и скважин при нелинейном законе фильтрации.

Рассмотрим нестационарные процессы в окрестности скважины в слоисто-неоднородном пласте, выбрав в качестве модели двухслойный пласт, ограниченный круговым контуром, с центрально расположенной совершенной скважиной. Предположим, что пласт состоит из пропластков, резко различающихся по мощности и проницаемости (расчеты проводились при $H_1/H_2=4$, $k_1/k_2=0,2$), и примем, что в более проницаемом пропластке движение следует линейному закону фильтрации, а в менее проницаемом — закону фильтрации с предельным градиентом. Это, по-видимому, наиболее простая модель, позволяющая проследить особенности, порождаемые взаимодействием нелинейности и нестационарности при типичном для реальных пластов слоистом строении.

В случае линейной (следующей закону Дарси) фильтрации аналитическое решение задачи о распределении давления в двухслойном пласте получено в работах [1, 2]. Численному решению нелинейных задач фильтрации в многослойных пластах посвящена работа [3], основное внимание в которой уделено вопросам определения показателей разработки. В предлагаемой работе проведен качественный анализ работы многослойного пласта в условиях нелинейной фильтрации.

Знание структуры потока и характера изменения его параметров во времени существенно для правильной интерпретации данных исследования скважин. Картина течения в связи с нелинейностью закона фильтрации зависит от интенсивности движения и потому меняется по мере удаления от скважины и в ходе распространения возмущения.

В цилиндрической системе координат (r, z) для отыскания давления имеем задачу (см., например, [4])

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r a_s \left(\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[a_s \left(\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \quad (1)$$

$$a_s \left(\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2} \right) = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2} \leq \frac{G_s}{G_1} \\ 0, \\ \frac{k_s}{k_1} \left[1 - \frac{G_s}{G_1} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 \right)^{-1/2} \right], \\ \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2} \geq \frac{G_s}{G_1} \end{cases}$$

$s=1,2$
 $G_2=0$

$$p(r, z, 0) = 0, \quad r_0 \leq r \leq 1, \quad -(h_1 + h_2) \leq z \leq 0 \quad (2)$$

$$\left[a_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \Big|_{z=0} = 0, \quad t > 0, \quad r_0 \leq r \leq 1 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=-(h_1+h_2)} = 0 \quad (4)$$

$$p(1, z, t) = 0, \quad -(h_1 + h_2) \leq z \leq 0, \quad t > 0 \quad (5)$$

$$p(r_0, z, t) = f(t) \quad (6)$$

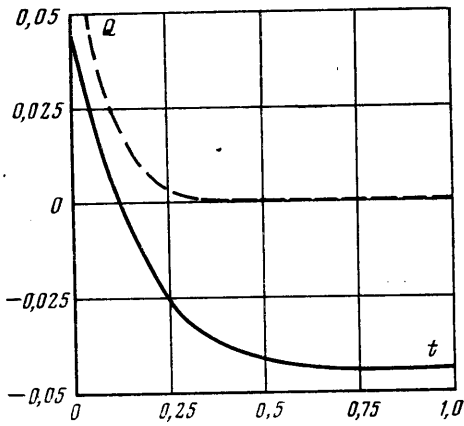
$$p(r, -h_1 + 0, t) = p(r, -h_1 - 0, t), \quad r_0 \leq r \leq 1 \quad (7)$$

$$\left[a_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right]_{z=-h_1+0} = \frac{k_2}{k_1} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=-h_1-0}$$

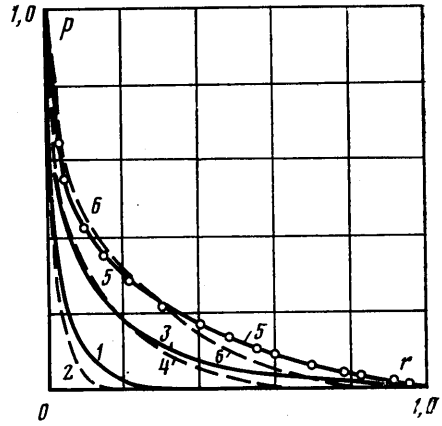
Все величины безразмерные, в качестве характерной длины используется величина R (радиус пласта), время отнесено к величине κ_1/R^2 (κ_1 — коэффициент пьезопроводности в слабопроницаемом пропластке), давление — к $G_1 R$, где G_1 — характерное значение градиента давления, например предельный градиент в менее проницаемом пропластке, r_0 — радиус скважины. Кровля и подошва пласта непроницаемы, внешняя граница — поверхность постоянного давления, на забое скважины задается режим изменения давления во времени. На линии раздела пропластков выполнены условия непрерывности давления и потока.

При численном решении сформулированной задачи возникает ряд типичных трудностей, связанных, с одной стороны, с существенной нелинейностью уравнений, что наводит на мысль об использовании явной конечно-разностной методики, и, с другой стороны, с наличием в задаче трех резко различающихся между собой масштабов (R — радиус пласта порядка сотен метров, H — мощность пласта порядка метров или десятков метров и r_0 — радиус скважины порядка 10 см.). Такое резкое различие масштабов требует применения неравномерных пространственных сеток, что делает невыгодным использование явных конечно-разностных схем, условия устойчивости которых накладывают жесткие ограничения на величины временных шагов.

Были использованы два подхода к численному решению сформулированной задачи. Первый состоит в решении конечно-разностным методом непосредственно задачи (1)–(7). Уравнения (1) аппроксимируются с помощью неявной разностной схемы, используется метод переменных направлений; возникающая при этом система нелинейных алгебраических уравнений решается итерационным методом [5]. Затраты машинного времени, необходимого для расчета одного варианта при неблагоприятном сочетании параметров, чрезвычайно велики, и потому в качестве основного был использован излагаемый ниже асимптотический численный метод.



Фиг. 1



Фиг. 2

В теории «тонких слоев» с помощью допущения о гидростатическом распределении давления по мощности пласта обычно удается понизить размерность задачи на единицу. В частности, осесимметричная задача, рассматриваемая в данной работе, — двухслойный пласт с пропластками существенно различной проницаемости, для одного из которых предельный градиент равен нулю, — сводится к изучению фиктивного одномерного течения при кусочно-линейном законе фильтрации [4, 6, 7]; для давления при этом имеют место уравнения

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \varepsilon k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right), \quad \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| \leq 1 \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial p}{\partial r} - r(1-\varepsilon) \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \right], \quad \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| > 1$$

$$\varepsilon = \frac{k_2 h_2}{k_1 h_1 + k_2 h_2}; \quad k = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2}{k_1 (h_1 + h_2)}$$

В данной работе, по существу, строится следующее приближение. Распределение давления по мощности пласта будем считать близким к гидростатическому и используем для него упрощенное представление, основанное на следующем рассуждении. В нижнем, хорошо проницаемом пропластке, где справедлив закон Дарси, вертикальную компоненту скорости фильтрации аппроксимируем линейной функцией. Тогда с учетом условия непротекания для давления в более проницаемом пропластке получаем

$$p(r, z, t) = F_2(r, t) (z + h_1 + h_2)^2 + P_2(r, t) \quad (9)$$

$$-h_1 - h_2 \leq z \leq -h_1, \quad r_0 \leq r \leq R, \quad t \geq 0$$

Воспользовавшись представлением (9) и осредняя уравнение (1) по хорошо проницаемому пропластку, получаем осредненное уравнение

$$\frac{\partial P_2}{\partial t} = \frac{k_2}{k_1} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_2}{\partial r} \right) + 2 \frac{k_2}{k_1} F_2 + \frac{h_2^2}{3} \left[\frac{k_2}{k_1} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial F_2}{\partial r} \right) - \frac{\partial F_2}{\partial t} \right] \quad (10)$$

Функции $F_2(r, t)$, $P_2(r, t)$ удовлетворяют следующим начальным и граничным условиям:

$$F_2(r, 0) = 0, \quad P_2(r, 0) = 0, \quad r_0 \leq r \leq 1$$

$$F_2(r_0, t) = 0, \quad P_2(r_0, t) = f(t), \quad t > 0 \quad (11)$$

$$F_2(1, t) = 0, \quad P_2(1, t) = 0$$

Таким образом, ищем решение сформулированной выше задачи как удовлетворяющее при $-h_1 \leq z \leq 0$ (в верхнем пропластке) уравнению (1) с начальными условиями (2), (3), (5), (6), а для $-(h_1+h_2) \leq z \leq -h_1$ (в нижнем пропластке) имеющее вид (9) с функциями $F_2(r, t)$, $P_2(r, t)$, удовлетворяющими уравнению (10) при условиях (11). Условия (7) на линии раздела пропластков переходят при этом в следующие:

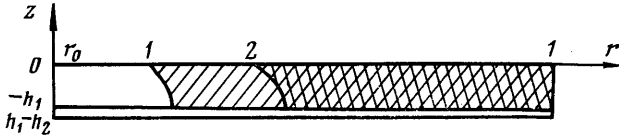
$$p(r, -h_1+0, t) = F_2(r, t) h_2^2 + P_2(r, t), \quad r_0 \leq r \leq 1 \quad (12)$$

$$\left[a_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \Big|_{z=-h_1+0} = 2 \frac{k_2}{k_1} h_2 F_2(r, t), \quad t > 0$$

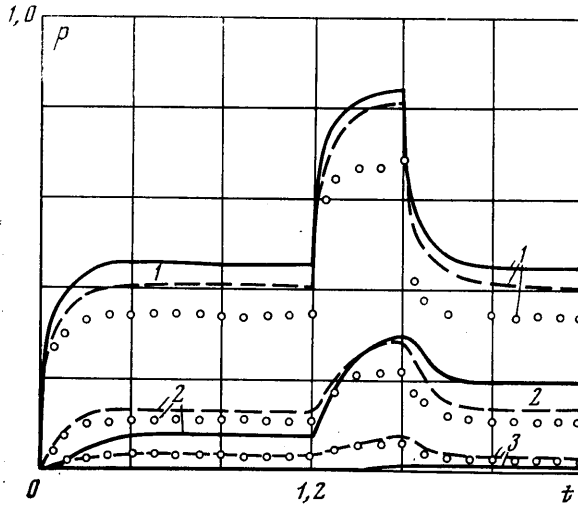
Задача решается численно конечно-разностным методом. Уравнение (1) при $-h_1 < z < 0$ аппроксимируется с помощью неявной дивергентной схемы, используется метод переменных направлений. Уравнение (10) аппроксимируется неявной разностной схемой. На каждом шаге по времени для решения получающейся нелинейной системы алгебраических уравнений используется метод итераций.

С целью выяснения границ применимости изложенной асимптотической постановки задачи при увеличении толщины пласта была рассмотрена задача о пуске скважины в первоначально невозмущенном пласте с постоянным забойным давлением для пластов различной толщины: $(H_1+H_2)/R=0,1$ и $(H_1+H_2)/R=0,5$. Сравнивались результаты численного решения задачи в осредненной постановке и исходной задачи. В случае $(H_1+H_2)/R=0,1$ погрешность в определении давления не превосходит 2% от величины забойного давления, величины межпластовых перетоков отличаются менее чем на 5% от величины дебита скважины (величина межпластового перетока составляет $\approx 25\%$ от дебита скважины). Для пласта толщины $(H_1+H_2)/R=0,5$ результаты отличаются менее чем на 4% от величины забойного давления, для значений межпластового перетока погрешность не превосходит 6% от полного дебита скважины. Проведенные численные эксперименты показывают, что предложенная методика расчета применима даже в случае значительной толщины пласта (отношение мощности пласта к его радиусу составляет 0,5). Поэтому далее эта методика применялась при исследовании нестационарных процессов при различных режимах работы скважины. Прежде всего для широкого диапазона значений забойного давления $p(r_0, z, t) = 1; 2; 5; 10; 100$ (толщина пласта $h_1+h_2 = (H_1+H_2)/R = 0,1$) был рассмотрен пуск в первоначально невозмущенном пласте скважины с постоянным давлением на ее забое. С уменьшением перепада давления усиливаются эффекты нелинейности, проявляющиеся наиболее заметно при $p(r_0, z, t) = 1$ (что отвечает в размерных переменных перепаду давления $\Delta p = GR$), случай же $p(r_0, z, t) = 100$ близок к линейному. Сравнение с решением линейной задачи показывает, что нелинейность существенно меняет структуру потока: на начальной стадии, как и в линейном случае, имеют место перетоки из хорошо проницаемого пропластка в слабопроницаемый (рассматривается режим закачки), затем происходит перестройка поля скоростей — вблизи скважины имеет место течение из верхнего, слабопроницаемого пропластка в нижний, более проницаемый, причем суммарный поток вначале положительен, затем отрицателен, что отвечает перетоку из слабопроницаемого пропластка в хорошо проницаемый. В установившемся течении нет перетока из нижнего пропластка в верхний; при линейной фильтрации в установившемся течении межпластовые перетоки отсутствуют. Кривые зависимости от времени перетока между слоями при давлении на забое скважины, равно единице, приведены на фиг. 1, пунктирная линия отвечает линейному случаю.

Характер перетоков ясен из графика (фиг. 2), дающего распределение давления вдоль радиуса в фиксированные моменты времени (кривые 1, 2 соответствуют $t=0,25 \cdot 10^{-2}$, кривые 3, 4 — $t=0,05$, кривые 5, 6 — $t=0,6$), сплошные линии на графике отвечают нижнему, хорошо проницаемому пропластку ($z=-0,1$), пунктирные — верхнему, слабопроницаемому ($z=-0,04$). Для малых значений $t=0,25 \cdot 10^{-2}$ имеют место только перетоки из нижнего пропластка в верхний, для $t=0,05$ и $0,6$ вблизи скважины происходит переток из верхнего пропластка в нижний. Кривые, соответствующие значению $t=0,6$, близки к стационарному распределению давления



Фиг. 3



Фиг. 4

в пласте; из рассмотрения этих кривых видно, что в верхнем пропластке в установившемся течении существует застойная зона, возмущения не доходят до внешней границы пласта (кривая 6). Как и следовало ожидать, с увеличением забойного давления размеры застойной зоны уменьшаются. На фиг. 3 приведены линии уровня $|\text{grad } p|=1,01$, дающие представление о положении застойной зоны в верхнем пропластке в установившемся течении ($t>1$) для $p(r_0, z, t)=1$ (кривая 1) и $p(r_0, z, t)=2$ (кривая 2). При значениях забойного давления $p(r_0, z, t)>5$ застойная зона отсутствует.

Рассмотрим теперь импульсный режим работы скважины. Пусть в момент времени t^* значение давления на забое скважины, работавшей в стационарном режиме с постоянным забойным давлением p_0 , меняется на величину Δp^* и поддерживается равным $p^*=p_0+\Delta p^*$ в течение некоторого отрезка времени Δt^* , после чего вновь восстанавливается исходное постоянное значение давления p_0 . Функция $f(t)$, задающая закон изменения давления (см. (6)), имеет вид

$$f(t) = \begin{cases} p_0, & 0 < t \leq t^* \\ p^* = p_0 + \Delta p^*, & t^* < t \leq t^* + \Delta t^* \\ p_0, & t > t^* + \Delta t^* \end{cases} \quad (13)$$

С целью выявления влияния начальных данных на распространение возмущений рассмотрим также следующий режим работы скважины: в первоначально невозмущенном пласте осуществляется пуск скважины с постоянным забойным давлением p^* , в момент Δt^* давление на забое скважины меняется на величину $-\Delta p^*$ и поддерживается постоянным и равным $p_0 = p^* - \Delta p^*$ вплоть до выхода на стационарный режим, функцию $f(t)$ можно представить в виде

$$f(t) = \begin{cases} p^*, & 0 < t \leq \Delta t^* \\ p_0 = p^* - \Delta p^*, & t > \Delta t^* \end{cases}$$

Расчеты проводились для значений $p_0 = 1$, $p^* = 2$ и 5 , и $p_0 = 5$, $p^* = 7$. Величины дебита скважины и дебитов, поступающих в отдельных пропластках, в установившемся течении до и после приложенного импульса совпадают. Этот результат, а также отсутствие зависимости межпластового перетока в установившемся течении от возмущения следует из единственности стационарного распределения скоростей [4]. На фиг. 4 приведены зависимости от времени давления для точек пласта, находящихся на различном расстоянии от скважины: $r = 0, 1$ — кривые 1, $r = 0,5$ — кривые 2, $r = 0,825$ — кривые 3 (на верхней границе пласта ($z = 0$) — сплошные линии, на нижней ($z = -0, 1$) — пунктирные линии) при импульсном режиме работы скважины (13) в случае $p_0 = 1$, $p^* = 2$, $t^* = 1, 2$, $\Delta t^* = 0,4$, точки отвечают решению линейной задачи. Стационарное распределение давления до и после приложенного импульса совпадает в обоих пропластках только вблизи скважины ($r = 0, 1$ — кривые 1), при удалении от скважины совпадение имеет место только в нижнем пропластке (где $G_2 = 0$), в верхнем пропластке стационарное распределение давления после приложенного импульса отличается от исходного и, как показывают проведенные расчеты, зависит от величины импульса. Случай $p_0 = 5$ близок к линейному, стационарное распределение давления незначительно меняется по мощности пласта (при фиксированном расстоянии от скважины) и почти не зависит от предистории — только для достаточно удаленных от скважины точек ($r = 0,825$) несколько сказывается влияние приложенного импульса.

Результаты двумерных расчетов сравнивались также с решением одномерного уравнения (8) — точки на фиг. 2 отвечают решению осредненного уравнения (8) в момент времени $t = 0,6$. Решение одномерного уравнения удовлетворительно приближает решение двумерной задачи в хорошо проницаемом пропластке. Для установившегося течения, отвечающего работе скважины с постоянным забойным давлением $p(r_0, z, t) = 1$, сравнивались величины межпластового перетока и суммарного по обоим пропласткам дебита скважины, полученные при решении двумерной задачи и с использованием решения уравнения (8). В случае толщины пласта $h_1 + h_2 = 0, 1$ погрешность в значении межпластового перетока не превосходит 6% от величины дебита скважины, различие величин суммарного дебита не превосходит 5%. При проведении аналогичных сравнений для пласта большей толщины ($h_1 + h_2 = 0,5$) оказалось, что погрешность величины дебита скважины не превосходит 0,5%, в то время как величину межпластового перетока удается получить лишь с 20%-ной точностью, т. е. в случае $h_1 + h_2 = 0,5$ приближенный подход, состоящий в замене двумерного течения фиктивным одномерным, при соответствующем законе фильтрации, неприменим.

Автор признателен В. М. Ентову и Л. А. Чудову за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Харин О. Н., Карпычева З. Ф. Аналитическое исследование работы скважины в двухслойном продуктивном пласте с учетом поперечного перетока. — В кн.: Подземная гидротермодинамика. М., 1979, с. 49–62. (Тр. Моск. ин-та нефтехим. и газ. пром-ти, вып. 143).

2. Карпычева З. Ф., Харин О. Н. Упрощение гидродинамических расчетов пластового давления в ограниченном двухслойном пласте.— В кн.: Подземная гидротермодинамика. М., 1979, с. 62–67. (Тр. Моск. ин-та нефтехим. и газ. пром-ти, вып. 143).
3. Мухидинов Н. Газогидродинамическое исследование нелинейной фильтрации жидкости и газа. Ташкент: Фан, 1977. 152 с.
4. Бернадинер М. Г., Енгов В. М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
6. Малахова Т. А. Исследование фильтрации в слоисто-неоднородных пластах: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. М.: Ин-т пробл. механики АН СССР, 1978, 21 с.
7. Мингареев Р. Ш., Валиханов А. В., Вахитов Г. Г., Мирзаджанзаде А. Х., Зайцев Ю. В., Енгов В. М., Грайфер В. И., Дияшев Р. Н. Гидродинамические особенности разработки слоистых пластов с проявлением начального градиента давления. Казань: Татарск. кн. изд-во, 1973. 111 с.

Москва

Поступила в редакцию
18.IX.1981