

УДК 532.529+532.59

**ПРОХОЖДЕНИЕ ВОЛН В ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ АМОРТИЗИРУЮЩИЕ  
ПРОСЛОЙКИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИХ С ПРЕГРАДОЙ**

ЛЯХОВ А. Г.

Исследования распространения волн в пористых средах проводятся как экспериментально [1, 2], так и методами численного моделирования [3-5]. В работах [3, 4] исследовалось влияние релаксационных свойств пористых сред на закономерности распространения волн и проводилось сравнение с экспериментом. С учетом релаксационных свойств в [5] проведено исследование взаимодействия с преградой волны в воздухе, прошедшей через слой пористой среды перед преградой. В настоящей работе также с учетом релаксационных свойств проводится аналогичное исследование взаимодействия с преградой волны в жидкости, прошедшей через слой пористой среды перед преградой.

Деформация двухкомпонентной среды складывается из деформации газового и жидкого компонентов

$$V_0 - V = \alpha_{10} V_0 \left[ 1 - \left( \frac{R}{R_0} \right)^3 \right] + \frac{p - p_0}{\rho_{20}^2 c_2^2} \quad (1)$$

Здесь и далее  $\alpha_{10}$  и  $\alpha_{20}$  — начальное объемное содержание газообразного и жидкого компонентов в среде,  $\alpha_{10} + \alpha_{20} = 1$ ;  $\rho_2$ ,  $c_2$  — плотность и скорость звука в жидком компоненте;  $p$  и  $V$  — давление и удельный объем многокомпонентной среды (если пренебречь массой воздуха, то начальный удельный объем среды  $V_0 = 1/\rho_{20}\alpha_{20}$ );  $R$  — радиус пузырька газа ( $R_0$  — начальный радиус);  $p_g$  — давление газа в пузырьке (в начальный момент это давление равно давлению в среде  $p_0$ );  $\gamma$  — показатель адиабаты газа;  $\mu$  — коэффициент вязкости жидкого компонента.

Массой воздуха пренебрегаем, давление в двухкомпонентной среде считаем равным давлению в жидкости.

При воздействии нагрузки на элемент среды жидкий компонент сжимается мгновенно. Для описания деформации пузырька в уравнении Рэлея — Ламба [6, 7] отбрасывает все члены, кроме вязкого, что допустимо для вязких жидкостей, например водонасыщенного грунта или глицерина с малыми пузырьками  $R_0 = 10^{-5} - 10^{-4}$  м. Считаем, что давление газа в пузырьке меняется адиабатически. Относительная скорость сжатия пузырька

$$\frac{\dot{R}}{R} = - \frac{p - p_g}{4\mu}, \quad \frac{p_g}{p_0} = \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) дает релаксационное уравнение состояния среды

$$\dot{V} + \frac{\dot{p}}{\rho_{20} c_2^2} = G(p, V), \quad G(p, V) = \frac{3\alpha_{10} F}{4\alpha_{20} \mu \rho_{20}} \left( \frac{p_0}{F^\gamma} - p \right) \quad (3)$$

$$F = \frac{\rho_{20} \alpha_{20}}{\alpha_{10}} \left( V + \frac{p - p_0}{\rho_{20}^2 c_2^2} - \frac{1}{\rho_{20}} \right)$$

Уравнение (3) вместе с уравнениями Эйлера и неразрывности, имею-

щими в переменных Лагранжа вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_0 \frac{\partial p}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} - V_0 \frac{\partial u}{\partial a} = 0$$

составляют замкнутую систему. Решение получено методом характеристик.

Система уравнений имеет три семейства характеристик, вдоль которых выполняются соотношения

$$dp \pm \rho_{20} c_2 du = \rho_{20}^2 c_2^2 G(p, V) dt, \quad \frac{da}{dt} = \pm \frac{c_2}{\alpha_{20}}$$

$$dp + \rho_{20}^2 c_2^2 dV = \rho_{20}^2 c_2^2 G(p, V) dt, \quad \frac{da}{dt} = 0$$

Слой амортизирующей среды находится между  $a=0$  и  $a=a_1$ .

Граничные условия: в начальном сечении давление

$$p(0, t) = 2f(t) + p_0 - u(0, t) \rho_{30} c_3$$

где  $u(0, t)$  — массовая скорость в начальном сечении. Это условие соответствует приходу из полупространства  $a < 0$ , заполненного жидкостью с импедансом  $\rho_{30} c_3$ , волны заданной формы  $f(t)$ .

Пусть  $f(t)$  имеет один из следующих видов: бесконечная ступенька, ступенька длительностью  $\theta$ , треугольник длительностью  $\theta$ :

$$f(t) = p_{\max} (t \geq 0), \quad f(t) = 0 (t < 0)$$

$$f(t) = p_{\max} (0 \leq t \leq \theta), \quad f(t) = 0 (t < 0, t > \theta)$$

$$f(t) = p_{\max} \left[ 1 - \frac{t}{\theta} \right] (0 \leq t < \theta), \quad f(t) = 0 (t < 0, t > \theta) \quad (p_{\max} = \text{const})$$

На второй границе амортизатора задавалось или  $u(a_1, t) = 0$ , что соответствует неподвижной преграде, или  $u(a_1, t) = (p(a_1, t) - p_0) / \rho_{40} c_4$ , что соответствует при  $a \geq a_1$  жидкости с импедансом  $\rho_{40} c_4$ . При расчете в качестве всех трех жидкостей взят глицерин  $\rho_{20} = \rho_{30} = \rho_{40} = 1,26 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_2 = c_3 = c_4 = 1925$  м/с,  $\mu = 1,5$  кг/м·с.

Отметим, что  $c_2$  — скорость звука в жидком компоненте пористой среды. В самой же среде скорость звука зависит от частоты сигнала. Для низкочастотных составляющих определяемая по наклону статической диаграммы скорость звука равна

$$\left( \frac{\alpha_{10} \alpha_{20} \rho_{20}}{\gamma p_0} + \frac{\alpha_{20}^2}{c_2^2} \right)^{-1/2}$$

Результаты расчетов приведены на фиг. 1–5. По оси ординат отложена величина  $P = (p - p_0) / p_0$ . Кроме кривой VII на фиг. 3, во всех остальных случаях ширина амортизирующего слоя  $a_1 = 3 \cdot 10^{-3}$  м. На фигурах приводится для сравнения давление в сечении  $a_1$  при замене амортизирующего слоя такой же ширины слоем глицерина без пузырьков ( $\alpha_{10} = 0$ ). В этом случае давление на преграде

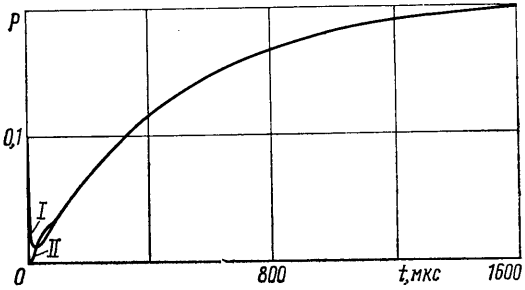
$$p(a_1, t) = 2f \left( t - \frac{a_1}{c_2} \right) + p_0, \quad t \geq \frac{a_1}{c_2}$$

где функция  $f(t)$  определена выше. В рассмотренных случаях  $a_1 / c_2 = \tau_0 = 1,56$  мкс.

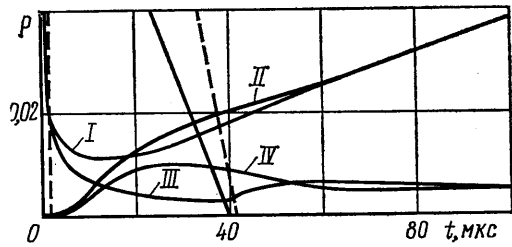
На фиг. 1 показана волна в форме бесконечной ступеньки  $\alpha_{10} = 0,02$ ;  $p_{\max} = 0,1 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>. При таком давлении статическая диаграмма сжатия жидкости с пузырьками воздуха близка к линейной. Кривая I описывает давление в начальном сечении, кривая II — на преграде. Поскольку по модели сжатие на ударном фронте происходит по динамической диаграмме, соответствующей сжатию жидкости без пузырьков, то в начальный момент волна проходит в пузырьковый слой без изменения. Затем по мере сжатия пузырьков давление в начальном сечении падает. В соответствии с этим на фиг. 1 и на всех последующих фигурах давление в начальном сечении в начальный момент равно  $p_{\max}$ .

На фиг. 2 представлены в увеличенном масштабе начальные участки тех же кривых (обозначены также I и II). Вертикальная штриховая прямая на расстоянии  $\tau_0$  от начала координат изображает фронт волны на преграде в случае  $\alpha_{10}=0$ .

Вследствие релаксационных свойств пористой среды волна подходит к преграде с размытым фронтом и хотя давление в обоих сечениях  $a=0$  и  $a=a_1$  изменяется в результате многократных отражений волн, характерного для сред без релаксации, ступенчатого возрастания давления не наблюдается. Через 80 мкс, соответствующих времени двойного прохода звука через амортизирующий слой, давление во всем слое становится приблизительно одинаковым. Через 1,6 мс, соответствующим сорока проходам звука по слою, давление возрастает до  $2p_{\max}$ . На фиг. 2 представлен также случай, когда на тот же амортизирующий слой  $\alpha_{10}=0,02$  падает волна с таким же  $p_{\max}=0,1 \cdot 10^5$  н/м, но имеющая форму треугольника с  $\theta=40$  мкс. Эта волна изображена сплошной наклонной прямой. Штриховыми прямыми изображено давление этой волны на преграду при  $\alpha_{10}=0$ . Давление в начальном сечении и на преграде изображено линиями III и IV. За время действия волны давление на преграде не превышает  $0,1p_{\max}$ .



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 3 на амортизирующий слой с  $\alpha_{10}=0,02$  падает волна в форме ступеньки длительностью 16 мкс, амплитудой  $p_{\max}=100 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>. Цифрами в верхней части чертежа отмечены моменты времени при прохождении такой волны через такой же ширины слой без пузырьков  $\alpha_{10}=0$ : 0 — передний фронт в начальном сечении, 1 — передний фронт на преграде, 2 — задний фронт в начальном сечении, 3 — задний фронт на преграде. Интервалы 0—1 и 2—3 равны  $\tau_0=1,56$  мкс. Кривые I и II изображают давление в начальном сечении и на преграде при наличии амортизирующего слоя. Штриховыми линиями обозначено прохождение заднего фронта этой волны. Давление I в сечении  $a=0$  падает от  $p_{\max}$  более чем в 2 раза. Через 4,8 мкс при взаимодействии этой волны с преградой давление II возрастает до величины, близкой к  $2p_{\max}$ . Затем через  $\tau_0$  отраженная волна приходит в начальное сечение, вызывая подъем давления несколько больший, чем в сечении  $a_1$ . Еще через  $2\tau_0$  после двойного прохода волны по амортизирующему слою, во всем слое устанавливается одинаковое давление  $2p_{\max}$ .

Таким образом, при прохождении волны из слоя с  $\alpha_{10}=0$  в слой с  $\alpha_{10}=0,02$  давление в проходящей волне  $\approx 0,45p_{\max}$  и волна распространяется по слою со скоростью  $D=625$  м/с. В сжатом этой волной слое отраженные волны распространяются со скоростью  $c_2=1925$  м/с. Растягивание фронта на преграде незначительное. Давление во всем слое достигает величины  $2p_{\max}$  после четырехкратного прохождения волны. Давление в проходящей волне разгрузки (I, штриховая) падает на величину несколько меньшую, чем  $p_{\max}$ . На преграду разгрузка (II, штриховая) приходит через время  $\tau_0$ , т. е. в сжатом амортизирующем слое волна разгрузки распространяется со скоростью  $c_2$ . Фронт разгрузки на преграде незначительно растянут, перепад давления на нем несколько меньше, чем удвоенный перепад разгрузки в начальном сечении. После прохода в обратном направлении отраженной от преграды волны разгрузки во всем слое устанавливается небольшое остаточное давление, медленно спадающее к  $p_0$ . Скорость отраженной волны разгрузки несколько меньше, чем  $c_2$ .

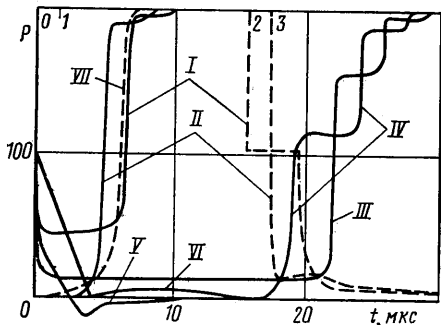
Обозначим  $\tau_1$  интервал времени от начального момента до момента, когда на преграде давление достигает величины  $0,2p_{\max}$ . Определим скорость распространения проходящей волны  $D=a_1/\tau_1$ . Разгрузка на преграде происходит в тот же момент времени 3, что и в случае  $\alpha_{10}=0$ . Нагрузка же запаздывает по сравнению с моментом 1 ( $\alpha_{10}=0$ ) на время  $T=\tau_1-\tau_0=a_1(1/D-1/c_2)=3,2$  мкс. Таким образом, воздействие волны на преграду при наличии амортизирующего слоя сокращается на величину  $T$ , которую мы назовем «время действия амортизатора». Вследствие нелинейности статической диаграммы амортизирующего слоя с уменьшением  $p_{\max}$  должно увеличиваться  $\tau_1$  и соответственно  $T$ .

Кривые III и IV изображают давление в начальном сечении и на преграде в случае  $\alpha_{10}=0,1$ ;  $p_{\max}=100 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>, волна в форме бесконечной ступеньки. По сравнению с предыдущим случаем давление в проходящей волне значительно меньше — приблизительно  $0,15p_{\max}$ . Приблизительно в 4 раза увеличивается время прохождения

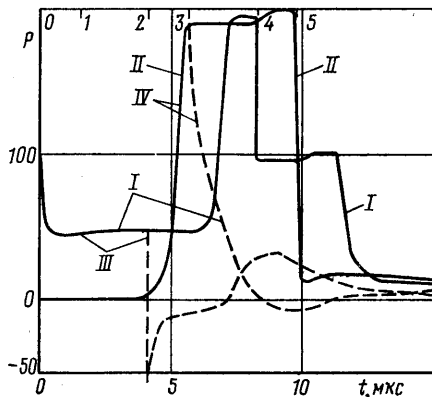
волны через амортизирующий слой и соответственно увеличивается время действия амортизатора:  $T=17$  мкс. Уменьшается амплитуда подъема давления на преграде после первого прохода волны через слой. Увеличивается число проходов волны по слою до установления стационарного давления  $2p_{\max}$  во всем слое; здесь это число равно шести.

На фиг. 3 также представлен случай прохождения через амортизирующий слой  $\alpha_{10}=0,02$  волны с  $p_{\max}=100 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup> треугольной формы длительностью  $\theta=4$  мкс. немного большей, чем время действия амортизатора  $T=3,2$  мкс. Падающая волна изображена наклонной прямой. В начальном сечении (кривая V) некоторое время существует разрежение. Хотя  $\theta$  несколько больше, чем  $T$ , благодаря спадающей форме волны, амортизатор гасит ее почти полностью: амплитуда давления на преграде (кривая VI) меньше  $p_{\max}$  приблизительно в 15 раз.

Фигура 4 иллюстрирует прохождение волн в форме ступеньки длительностью



Фиг. 3



Фиг. 4

$\theta=4$  и 8 мкс амплитудой  $p_{\max}=100 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup> через амортизирующий слой  $\alpha_{10}=0,02$ ;  $T=3,2$  мкс. Цифрами в верхней части чертежа отмечены моменты времени при прохождении этих волн через такой же ширины слой с  $\alpha_{10}=0$ : 0, 1 — передний фронт в начальном сечении и на преграде; 2, 3 — задний фронт волны  $\theta=4$  мкс в начальном сечении и на преграде; 4, 5 — задний фронт волны  $\theta=8$  мкс в начальном сечении и на преграде. Профиль волны  $\theta=8$  мкс в начальном сечении I и на преграде II имеет такой же характер, как и волны длительностью  $\theta=16$  мкс, изображенной на фиг. 3. Профиль волны  $\theta=4$  мкс изображен штриховыми линиями: III в начальном сечении и IV на преграде. До прихода разгрузки давление в волнах  $\theta=4$  и 8 мкс совпадает. Разгрузка в начальном сечении III происходит до прихода отраженной от преграды волны. Амплитуда скачка разгрузки в начальном сечении равна  $p_{\max}$ , давление после скачка разгрузки становится отрицательным. На преграду разгрузка приходит в момент времени  $t=5,6$  мкс  $> t_1=4,6$  мкс, давление на преграде успевает приблизиться к величине  $2p_{\max}$ . Пузырьки еще не успевают сжаться до стационарного при этом давлении размера, вследствие этого фронт разгрузки заметно растянут по сравнению с предыдущим случаем. Разгрузка происходит до отрицательной величины давления. Таким образом, в рассмотренных случаях  $\theta=4$  и 8 мкс, так же как и ранее в случае  $\theta=16$  мкс, основной эффект амортизирующей прослойки при прохождении через нее волн в форме ступеньки заключается в том, что время действия волны на преграду сокращается на величину  $T$ . В данных случаях  $T=3,2$  мкс.

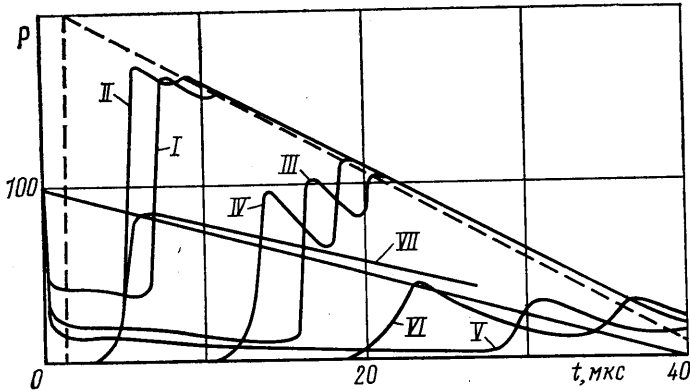
Рассмотрим теперь прохождение через амортизирующие прослойки волны треугольной формы с  $\theta > T$ . На фиг. 5 представлено прохождение такой волны  $p_{\max}=100 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>,  $\theta=40$  мкс через прослойки с  $\alpha_{10}$ , равными 0,02; 0,06; 0,1. Давление в начальном сечении и на преграде обозначено соответственно I и II; III и IV; V и VI. Падающая волна изображена сплошной наклонной прямой. Давление на преграде в случае  $\alpha_{10}=0$  изображено пунктирной прямой. Как и в рассмотренных ранее случаях, амортизирующий слой сокращает время действия волны на преграду. Вместе с тем из этого рисунка видно, что гасится передняя, более интенсивная часть волны.

Первый максимум давления на преграде после первого прохода волны по амортизирующему слою не превышает давления при  $\alpha_{10}=0$  в тот же момент времени.

В случае  $\alpha_{10}=0,02; 0,06$  после четырехкратного прохода волны по амортизирующему слою давление во всем слое становится одинаковым и равным давлению при  $\alpha_{10}=0$ . При  $\alpha_{10}=0,1$  число таких проходов увеличивается до шести. Скорость проходящей волны  $D$  с увеличением  $\alpha_{10}$  падает,  $T$  соответственно увеличивается. При  $\alpha_{10}=0,02$  скорость  $D$  треугольной волны и ступеньки одинакова, соответственно одинаково  $T$ . При  $\alpha_{10}=0,1$  скорость  $D$  треугольной волны ниже, чем ступеньки, что объясняется меньшим давлением в проходящей волне.

Кривая VII изображает давление в сечении  $a_1$  в случае прослойки с  $\alpha_{10}=0,02$ , если при  $a > a_1$  находится глицерин без пузырьков. В этом случае давление в 2 раза меньше, чем при неподвижной преграде (кривая II).

В сравнении со случаем ступенчатой волны с  $p_{\max}=100 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>;  $\alpha_{10}=0,02$ ;  $a_1=3 \cdot 10^{-3}$  м рассчитаны еще три варианта волны в форме ступеньки с тем же  $p_{\max}$  и с той же величиной  $\alpha_{10}$ :  $a_1=6 \cdot 10^{-3}$  м;  $\alpha_{10}=0,1$ ,  $a_1=0,6 \cdot 10^{-3}$  м;  $\alpha_{10}=0,2$ ,  $a_1=0,3 \cdot 10^{-3}$  м;  $\alpha_{10}=0,4$ ,  $a_1=0,15 \cdot 10^{-3}$  м. На фиг. 3 пунктирная кривая VII изображает давление на преграде в последнем из этих вариантов. Кривая VII несколько запаздывает по сравнению с II, и давление на преграде достигает величины  $2p_{\max}$  после однократного возрастания. Но в целом обе кривые довольно близки. В случаях  $\alpha_{10}=0,1$  и  $0,2$  форма давления на преграде такая же, как и для VII, а давление еще в большей степени близко к давлению II. Фронт разгрузки во всех трех вариантах приходит



Фиг. 5

к преграде в момент  $\theta + \tau_0$  и по форме близок к разгрузке II. Таким образом, при  $\alpha_{10} a_1 = \text{const}$  время действия амортизатора  $T$  остается приблизительно постоянным во всем рассмотренном диапазоне от  $\alpha_{10}=0,02$  до  $\alpha_{10}=0,4$ . Соответственно, если  $a_1$  постоянно,  $T$  должно быть пропорционально  $\alpha_{10}$ .

Ниже представлены результаты расчетов для случая  $p_{\max}=100 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>.  $D = a_1 / \tau_1$  — скорость проходящей волны, где  $\tau_1$  — интервал времени от начального момента до момента, когда в сечении  $a_1$  давление достигает величины  $0,2p_{\max}$ ;  $T/a_1$  — время действия амортизатора, отнесенное к его ширине (назовем эту величину «эффективность амортизирующего материала»)

$$\frac{T}{a_1} = \frac{(\tau_1 - \tau_0)}{a_1} = \frac{1}{D} - \frac{1}{c_2}$$

Сделаем следующие выводы:

$\alpha_{10}$	0,02	0,04	0,06	0,1	0,2	0,4
$D$ , м/с	625	360	250	180	100	50
$T/a_1 \cdot 10^{-3}$ , с/м	1,1	2,2	3,5	5,0	9,5	19,5

При падении на амортизирующую прослойку слабой стационарной ударной волны фронт проходящей волны размывается. Давление по всей толщине прослойки сравнительно быстро (за 2 прохода звука) выравнивается и относительно медленно (за 40 проходов) возрастает до удвоенного давления в падающей волне. Давление в прослойке возрастает плавно, без скачков по экспоненциальному закону.

Волны, длительность которых не превышает  $T$  — время действия амортизатора, практически полностью гасятся: давление на преграде ниже давления в падающей волне на порядок и более.

При прохождении через амортизирующий слой волны длительностью  $\theta > T$  гасится передняя часть волны в интервале времени  $0 \leq t \leq T$ . Для треугольной волны это ее более интенсивная часть. Подъем давления на преграде состоит из нескольких ступеней, соответствующих прохождению волн через амортизирующий слой. С увеличением содержания воздуха амплитуда первой ступени падает, число их возрастает.

Эффективность амортизирующего материала  $1/D - 1/c_2$  в интервале приведенных расчетов  $\alpha_{10}=0,02-0,4$  приблизительно пропорциональна

содержанию воздуха  $\alpha_{10}$  и почти не зависит от толщины слоя. Время действия амортизатора  $T = a_1(1/D - 1/c_2)$  приблизительно пропорционально ширине слоя  $a_1$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гребенкина Л. Г., Дружинин Г. А., Токман А. С. Искажение формы импульсов сжатия при распространении в пористой жидкости. — В кн.: 9-я Всес. акуст. конф., Москва, 1977. Секц. Б. М., 1977, с. 43–46.
2. Дружинин Г. А., Остроумов Г. А., Токман А. С. Нелинейное отражение ударных волн и ударные кривые жидкостей с пузырьками газа. — В кн.: Нелинейные волны деформации. Т. 2. Таллин, 1977, с. 66–69.
3. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Волны в жидкости с пузырьками газа при учете объемной вязкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 1, с. 52–58.
4. Ляхов А. Г., Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Волны в средах с переменной и постоянной объемной вязкостью. — ПМТФ, 1981, № 3, с. 103–109.
5. Ляхов А. Г. Взаимодействие волны в многокомпонентной двухфазной среде с преградой. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 3, с. 183–187.
6. Вейнгарден Л. Одномерные течения жидкостей с пузырьками газа. — В кн.: Реология суспензий. М.: Мир, 1975, с. 68–103.
7. Нигматулин Р. И. Эффекты и их математическое описание при распространении волн в пузырьковых средах. — В кн.: Избранные вопросы современной механики. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ, 1981, с. 65–89.

Москва

Поступила в редакцию  
20.X.1981