

УДК 532.526.4

**ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ТУРБУЛЕНТНЫЕ ПОГРАНИЧНЫЕ СЛОИ
НА БИЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ТЕЛАХ, ОБТЕКАЕМЫХ ПОТОКОМ
СЖИМАЕМОГО ГАЗА ПОД УГЛОМ АТАКИ**

АЛЕКСИН В. А., ШЕВЕЛЕВ Ю. Д.

Приводятся результаты численного исследования пространственного турбулентного пограничного слоя, возникающего на биэллиптических телах при обтекании потоком сжимаемого газа под углом атаки. Исследование проведено на основе конечно-разностного метода расчета. Анализируется влияние ряда определяющих параметров на развитие пространственных течений. Найдены характерные области течения в пограничном слое: линии растекания, стекания, зоны «отрыва» и поверхности раздела потоков. Определены местоположения максимальных значений теплового потока и трения на поверхности, приводится поведение предельных линий тока на теле.

Применение численных методов позволяет исследовать широкий класс задач теории пространственного турбулентного пограничного слоя, в том числе и пограничные слои на конических телах с биэллиптическими поперечными сечениями, обтекаемых потоком сжимаемого газа под углом атаки. Образующиеся пограничные слои на таких трехмерных телах являются существенно пространственными, и для их исследования необходимо применять пространственные уравнения пограничного слоя и модели турбулентности. Известны различные модели и гипотезы турбулентности для трехмерных течений; широкое распространение получило применение некоторых вариантов турбулентной вязкости и выражений для длины пути смешения [1-3]. В данной работе применяются коэффициенты турбулентного переноса, использованные в [4] для двухмерных течений. Они апробируются путем сравнения расчетных результатов обтекания острого конуса под углом атаки сверхзвуковым потоком газа с экспериментальными данными работы [5].

1. Система уравнений для осредненных характеристик пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе относительно произвольной криволинейной системы координат ξ, η, ζ , связанной с поверхностью обтекаемого тела $\zeta=0$ (ξ и η — направлены вдоль поверхности, а ζ — по нормали к ней), имеет вид [6, 7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho \sqrt{\frac{g}{g_{11}}} u \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho \sqrt{\frac{g}{g_{22}}} w \right) + \sqrt{g} \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho v) &= 0 \quad (1.1) \\ \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial u}{\partial \eta} + v \frac{\partial u}{\partial \zeta} + A_1 u^2 + A_2 w^2 + A_3 u w &= \\ &= A_4 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \rho \langle u' v' \rangle \right) \\ \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial w}{\partial \eta} + v \frac{\partial w}{\partial \zeta} + B_1 u^2 + B_2 w^2 + B_3 u w &= \\ &= B_4 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial \zeta} - \rho \langle w' v' \rangle \right) \\ p &= \rho R T; \quad \frac{\partial}{\partial \zeta} p = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{\rho w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial h}{\partial \eta} + \rho v \frac{\partial h}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \zeta} - \rho \langle h'v' \rangle \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \zeta} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2 \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \zeta} \frac{\partial w}{\partial \zeta} + \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \right)^2 \right] + \frac{\rho_e u_e}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial h_e}{\partial \xi} + \frac{\rho_e w_e}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial h_e}{\partial \eta} - \\ - \rho \langle u'v' \rangle \left(\frac{\partial u}{\partial \zeta} + \cos \psi_0 \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) - \rho \langle w'v' \rangle \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} + \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) \\ \mu = \mu_e (h/h_e)^*, \quad \lambda = \lambda_e (h/h_e)^* \\ g_{33} = 1, \quad g_{31} = g_{32} = 0, \quad \cos \psi_0 = g_{12} / \sqrt{g_{11} g_{22}}, \quad g = g_{11} g_{22} - g_{12}^2 \end{aligned}$$

Первое уравнение системы (1.1) — уравнение неразрывности, два последующих — уравнения количества движения в проекциях на криволинейные координаты ξ, η ; ξ отсчитывается вдоль образующих тела, η — от наветренной плоскости симметрии против часовой стрелки; последнее уравнение системы — уравнение притока тепла. Статическое давление p является функцией ξ и η и постоянно поперек пограничного слоя. В расчетах принимается, что $\kappa = 0,75$; в уравнениях (1.1) g_{ij} — компоненты метрического тензора; u, v, w — компоненты скорости, направленные соответственно по осям ξ, ζ, η ; h — удельная энтальпия; ρ — плотность; T — температура. Индекс e относится к величинам на внешней границе пограничного слоя, w — на стенке, t — к характеристикам, определяющим турбулентный режим. Штрих относится к пульсационным величинам.

Коэффициенты A_i, B_i определяются геометрией поверхности обтекаемого тела и параметрами внешнего невязкого потока [6].

На поверхности задаются граничные условия

$$\zeta = 0, \quad u = w = 0, \quad \rho v = (\rho v)_w, \quad F_1 \left(\xi, \eta, h_w, \frac{\partial h}{\partial \zeta} \Big|_w \right) = 0 \quad (1.2)$$

На внешней границе пограничного слоя задаются значения компонент скорости по осям ξ и η и значение энтальпии, которые находятся из уравнений газовой динамики или определяются по данным эксперимента

$$u \rightarrow u_e, \quad w \rightarrow w_e, \quad h \rightarrow h_e, \quad \zeta \rightarrow \infty \quad (1.3)$$

Начальные условия задаются в некоторой области таким образом, чтобы обеспечить единственность решения задачи. При обтекании тел, имеющих переднюю точку торможения, начальные условия определяются из решения вблизи точки торможения. В общем случае в некоторой области задаются профили скорости и энтальпии.

2. Для замыкания системы уравнений турбулентного пограничного слоя вводятся дополнительные гипотезы полумпирического характера. В работе используется модель эффективных коэффициентов переноса, являющаяся непосредственным обобщением двухмерной модели турбулентного переноса, ранее примененной в [4].

Полные напряжения трения по осям ξ и η , включающие в себя напряжения трения и напряжения Рейнольдса, и полный тепловой поток определяются следующим образом:

$$\tau_1 = \mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \rho \langle u'v' \rangle = \mu_\sigma \frac{\partial u}{\partial \zeta}, \quad \tau_2 = \mu \frac{\partial w}{\partial \zeta} - \rho \langle w'v' \rangle = \mu_\sigma \frac{\partial w}{\partial \zeta} \quad (2.1)$$

$$q = \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \zeta} - \rho \langle h'v' \rangle = \frac{\lambda_\sigma}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \zeta} \quad (2.2)$$

При этом делается предположение об изотропности коэффициента турбулентной вязкости, из чего следует, что турбулентная вязкость есть скалярная функция координат и составляющих тензора скоростей деформации, а продольный и поперечный эффективные коэффициенты вязкости равны и направление суммарного касательного напряжения τ совпадает

с направлением результирующего вектора G с компонентами $(\partial u/\partial \xi, \partial w/\partial \xi)$. Из этого предположения также следует, что путь смещения Прандтля является скалярной функцией и не зависит от преобразования координат $l_1=l_2=l$. Тогда обобщение гипотезы Прандтля для пространственного пограничного слоя дает обобщенную формулу Прандтля [7]

$$\mu_t = \rho l^2 |G| \quad (2.3)$$

Для криволинейной неортогональной системы координат, связанной с поверхностью тела

$$|G| = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + 2 \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

Гипотеза о направлении вектора касательного напряжения в ряде случаев не подтверждается экспериментом [8], причем наибольшее отличие направлений векторов τ и G обнаруживается во внешней области пограничного слоя, в пристеночной области это различие не столь существенно, что и определяет хорошее согласование расчетных результатов с данными опыта.

Коэффициент эффективной вязкости μ_σ зависит от локального числа Рейнольдса Re_Δ ($Re_\Delta = \mu_t/\mu$) и от локального критического числа Рейнольдса Re_* [4]

$$\mu_\sigma = \varphi_* \mu = 1/2 \mu Re_\Delta^{-1} (Re_\Delta^2 - Re_*^2 + \sqrt{(Re_*^2 - Re_\Delta^2)^2 + 4 Re_*^2 Re_\Delta}) \quad (2.5)$$

По аналогии с коэффициентом эффективной вязкости для пространственного пограничного слоя вводится коэффициент эффективной теплопроводности

$$\lambda_\sigma = \lambda \varphi_* F(Re_\Delta, Re_*, Pr, Pr_t) \quad (2.6)$$

$$F = 1 + \left(\frac{Pr}{Pr_t} - 1 \right) Re_\Delta^2 \left[Re_*^2 \left(1 + \varphi_* \frac{Re_\Delta}{Re_*^2} \right) \right]^{-1}$$

Числа Прандтля Pr, Pr_t определяются по коэффициентам молекулярного и турбулентного переноса: $Pr = c_p \mu/\lambda$, $Pr_t = c_p \mu_t/\lambda_t$. В расчетах принято $Pr = 0,7$; $Pr_t = 0,9$. Длина пути смещения задается эмпирической формулой ($k=0,4$ — константа Кармана)

$$l = \beta_* \delta \Phi \left(\beta_*, k, \frac{\xi}{\delta} \right), \quad (2.7)$$

$$\Phi = \left[1 - \exp \left(- \frac{2k}{\beta_*} \frac{\xi}{\delta} \right) \right] \left[1 + \exp \left(-0,75 \frac{2k}{\beta_*} \frac{\xi}{\delta} \right) \right]^{-1}$$

Вблизи стенки эта формула дает закон $l \sim k\xi$, при $\xi \rightarrow \infty$, $\Phi \rightarrow 1$; $\beta_* = \text{const}$. В расчетах принимается $\beta_* = 0,1$. Толщина пограничного слоя определяется по профилю полной скорости U . Величина Re_* в пространственном пограничном слое зависит аналогично двумерному случаю от параметров градиента давления, проницаемости, чисел Маха и Рейнольдса

$$Re_* = Re_*(Re_{e1}, P^+, U_w^+, \Gamma_e), \quad P^+ = \left(\frac{U_e}{|U_e|} \nabla p_e \right) \frac{v_e}{\rho_w U_*^3} \quad (2.8)$$

$$U_w^+ = \frac{U_w}{U_*}, \quad \Gamma_e = (\gamma - 1) M_e^2, \quad U_* = \sqrt{\tau_w/\rho_w}, \quad U_e = (u_e^2 + w_e^2 + 2 \cos \psi_0 u_e w_e)^{1/2}$$

Зависимость (2.8) используется в виде, ранее примененном при численных расчетах двумерных течений [9] в случае значительных продольных градиентов давления и проницаемости.

Число Рейнольдса Re_{e1} определяется через пространственный аналог

толщины потери импульса θ_1 формулой

$$\text{Re}_e = \frac{U_e \theta_1}{\nu_e}, \quad \theta_1 = \int_0^{\infty} \frac{\rho U}{\rho_e U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e}\right) d\xi, \quad U^2 = u^2 + w^2 + 2 \cos \psi_0 uw$$

В пространственном пограничном слое в отличие от двухмерного, где толщины вытеснения определяются через конечные формулы, они находятся в результате решения уравнений в частных производных. Зависимость Re_* от Re_e , определяет переход от ламинарного режима течения к турбулентному вдоль поверхности тела. При развитом турбулентном течении и $P^+ = U_w^+ = \Gamma_e = 0$ $\text{Re}_* \sim 10$.

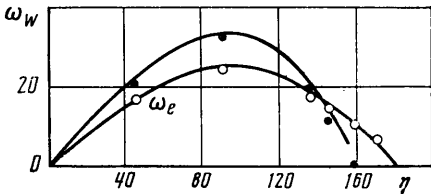
Для численного интегрирования уравнений пространственного турбулентного пограничного слоя в настоящей работе развит конечно-разностный метод повышенной степени точности [10]. Численный метод обеспечивает четвертый порядок точности интегрирования по нормальной к поверхности координате, причем сетка задается неравномерной в зависимости от структуры турбулентного пограничного слоя; граничные условия используются общего вида, при этом порядок точности интегрирования и вычислительный алгоритм остаются однородными. В направлениях касательных к поверхности задаются также неравномерные интервалы интегрирования в зависимости от интенсивности перестройки течения [11]. Конечно-разностная схема основывается на двух- и трехслойных пространственных шаблонах. Производные по продольной и поперечной координатам аппроксимируются с учетом направления скорости потока, что позволяет в процессе счета выделить характерные области течения, линии стекания и растекания, поверхности раздела потоков.

3. При исследовании турбулентных течений в пограничных слоях возникает необходимость в проверке принятых моделей и гипотез турбулентности, которая осуществляется путем сопоставления результатов расчета с экспериментальными данными. Рассматривается существенно пространственное течение, образующееся при обтекании конусов под углом атаки. Метод расчета и применяемая модель турбулентности апробируются путем сравнения результатов с экспериментальными данными работы [5], в которой исследовано обтекание острого конуса с углом полураствора при вершине $12^\circ 30'$ и диаметром $D=457$ мм под углом атаки $15^\circ 39'$ сверхзвуковым потоком газа $M_\infty=1,8$ при значении числа Рейнольдса $\text{Re}_\infty=2,5 \cdot 10^7$ ($T_*=294$ К, $p_*=1,724$ н/м²), температура поверхности невозмущенного потока характеризуются набегающего потока T_* . Параметры турбулентности, в расчетах предполагалось, что переход к турбулентному режиму заканчивался при $z/L=0,06$ и течение на остальной части конуса имело турбулентный режим.

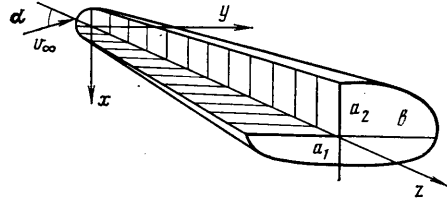
Для численных расчетов выбрана система координат, связанная с поверхностью конуса. Внешнее невязкое течение на остром конусе, как показывают экспериментальные данные [5], является коническим $\partial p / \partial \xi = 0$ и задано в соответствии с данными работы [2]. Аппроксимация производных в касательной плоскости осуществлялась по двум и трем расчетным узлам. Расчеты показали, что использование трехслойных разностных шаблонов позволяет получить результаты с большей точностью, чем двухслойные схемы, и значительно сократить число расчетных узлов; шаг интегрирования $\Delta \eta = 5^\circ$ дает приемлемую точность почти во всем поле течения, за исключением области, близкой к области отрыва. Интегрирование по координате ξ производилось на существенно неравномерной сетке, шаг интегрирования значительно изменялся от поверхности до внешней границы. Высокий порядок точности аппроксимации производных в нормальном к поверхности направлении и неравномерная сетка позволили получить численное решение, хорошо согласующееся с экспе-

риментальными данными, на сравнительно небольшом числе расчетных узлов $E=48$.

На фиг. 1 расчетные значения угла $\omega_w = \arctg(w'_z|_w/u'_z|_w)$, $w'_z = \partial w / \partial \xi$, $u'_z = \partial u / \partial \xi$ сравниваются с экспериментальными данными. Наибольшее значение ω_w течение имеет при $\eta=90^\circ$ ($\omega_w - \omega_e \approx 7^\circ$), с увеличением значений η под действием положительного градиента давления в поперечном направлении на подветренной стороне конуса происходит отеснение потока и образуется отрывная область. В предотрывной области резко возрастает толщина пограничного слоя. Поперечная составляющая величины трения τ_z обращается в нуль при подходе к «линии отрыва» $\omega_w=0$, и течение разворачивается вдоль образующих конусов. В экспериментах от-



Фиг. 1



Фиг. 2

теснение потока происходило при $\eta=159^\circ$, в расчетах это значение заключалось в диапазоне $\eta=160-165^\circ$.

Сопоставление расчетных направлений линий тока внутри пограничного слоя, характеризующихся углом $\omega = \arctg(w/u)$, с данными опыта [5] для значений координаты $\eta=45, 90, 135^\circ$ показывает, что на наветренной стороне наблюдается удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных значений угла ω , на подветренной стороне при приближении к области отеснения потока согласование ухудшается.

Рассматриваются пространственные течения на телах с эллиптическими поперечными сечениями, обтекаемых сжимаемым потоком газа под углом атаки. Уравнение поверхности рассматриваемых тел в цилиндрической системе координат $\{z, r, \varphi\}$ имеет вид

$$r(z, \varphi) = \left(\frac{\cos^2 \varphi}{a_j^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2} \right)^{-1/2} \quad (j=1, 2)$$

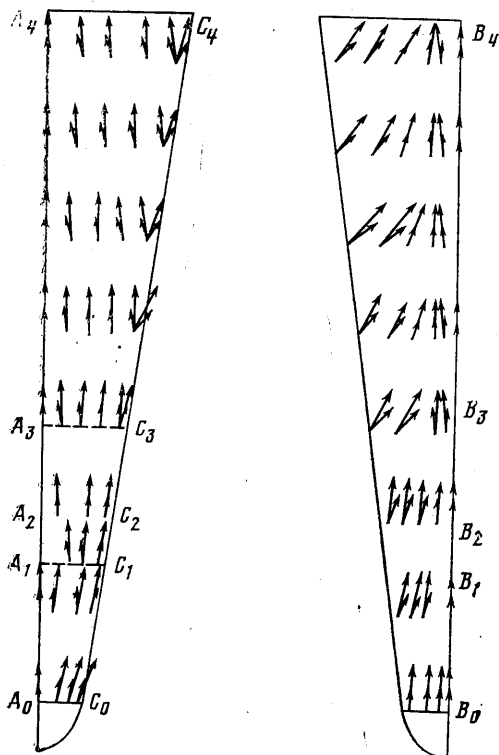
Поперечные сечения тел состоят из двух эллипсов с полуосями $a_1(z)$, $b(z)$ и $a_2(z)$, $b(z)$ (см. фиг. 2). Функция, описывающая поверхность тела, имеет непрерывные первые производные и кусочно-непрерывные вторые производные. В уравнения поверхности входят параметры $\theta, \delta_1, \delta_2$, которые определяют форму тела. Внешнее невязкое обтекание рассматриваемого семейства тел взято из работы [12]. Пересчет данных внешнего невязкого течения из цилиндрической системы координат в систему, нормально связанную с поверхностью обтекаемого тела, производился по формулам перехода. Система координат, связанная с поверхностью обтекаемого тела, задается следующим образом: ξ — координата, отсчитываемая вдоль образующих тела; η — угол между меридиональной плоскостью, проходящей через данную точку, и наветренной линией симметрии; ζ — координата, направленная по нормали к поверхности тела. Компоненты метрического тензора g_{ij} в системе координат $\{\xi, \eta, \zeta\}$ определяются по значениям $r_0, r_{0\xi}, r_{0\eta}$, где r_0 — расстояние от точки поверхности до оси z . Уравнение поверхности представляется в виде $r=r_0(z, \varphi)$.

Численные расчеты пространственного пограничного слоя проведены для тела с параметрами $\theta=15^\circ, \delta_1=0, \delta_2=0,5$, обтекаемого под углом атаки $\alpha=10^\circ$ сжимаемым потоком воздуха при $M_\infty=20$. Течение исследовалось при ламинарном и турбулентном режимах. Ниже приводятся ре-

результаты расчетов обтекания поверхности биеллиптического тела со значением температурного фактора 0,3. В случае турбулентного режима течения $Re_\infty = 2,5 \cdot 10^7$.

При обтекании тела биеллиптической формы под углом атаки $\alpha = 10^\circ$ возникает вызванное значительными градиентами давления и геометрией тела сложное пространственное течение, характеризующееся наличием линий растекания и стекания, поверхностей раздела потоков.

Поле давления на теле носит довольно сложный характер. Абсолютный максимум давления достигается в критической точке. Имеются локальные максимумы и минимумы в распределении давления, что определяет изменение градиентов давления по знаку и по величине в про-



Фиг. 3

дольном и поперечном направлениях. Так, на наветренной стороне тела локальные максимумы давления имеют место вблизи боковых кромок ($\eta \approx 80^\circ$), локальный минимум образуется на линии симметрии при $z \approx 6$, затем при увеличении z изменение давления незначительно.

Продольная составляющая скорости u для значений z из диапазона $1 \leq z \leq 15$ положительна, компонента трения τ_1 в нуль не обращается и знака не меняет, поэтому используются аппроксимации производных по z по потоку для $u \geq 0$.

Качественная картина направлений предельных линий тока представлена на фиг. 3. Течение на наветренной и подветренной сторонах тела в зависимости от характера течения разделяется на следующие области. Область регулярного обтекания $1 \leq z \leq z_1$ ($z_1 \approx 3$), линии тока в пограничном слое распределяются от наветренной линии растекания A_0A_1 до под-

ветренной линии стекания B_0B_1 . В этой области поперечная составляющая скорости положительна $w \geq 0$ и имеет D-образный профиль. Градиенты давления в этой области отрицательны. При значениях $z \approx z_1$, $0 \leq \eta \leq \eta_1$ на наветренной стороне тела под действием поперечного градиента давления предельные линии тока на поверхности разворачиваются и имеют отрицательные углы ω_w , при этом внешнее невязкое течение сохраняет положительные значения угла ω_e между линиями тока на внешней границе и координатными линиями $\eta = \text{const}$. В пограничном слое существует линия L_p , где $w(\zeta_p) = 0$, $\zeta_p \neq 0$, $\zeta_p \neq \zeta_E$, т. е. компонента скорости w имеет S-образный профиль. При увеличении z от z_1 до z_2 ($z_2 \approx 4$) компонента скорости w_e внешнего течения уменьшается до нуля ($w_e \approx 0$ при $z = z_2$) и меняет знак ($w_e < 0$, $z > z_2$). Поперечная компонента скорости w в пограничном слое становится отрицательной и при этом образуется линия растекания C_2C_4 .

Для турбулентного режима течения ($Re_\infty = 2,5 \cdot 10^7$) значения z_1 близки к 3, в случае обтекания с ламинарным режимом $z_1 \approx 2$. Координата линии растекания в пограничном слое η_1 равна приблизительно 80° . Линия

симметрии поверхности тела A_2A_4 является линией стекания, поток направлен против возрастания координаты η ($\partial w/\partial \eta < 0$, $w=0$), т. е. направлен к наветренной плоскости симметрии. В этой области ($z_2 \leq z \leq z_4$, $z_4 = 15$) поперечный градиент давления положительный. На подветренной стороне тела выделяются следующие области течения: область регулярного течения $C_0C_3B_3B_0$ ($1 \leq z \leq z_3$, $\eta_1 \leq \eta \leq 180^\circ$) и область $C_3C_4B_3B_4$, имеющая особую линию $\eta = \eta_2$ ($\eta_2 \approx 135^\circ$).

В окрестности этой линии поперечный градиент давления меняет отрицательное значение на положительное, поток разворачивается и возникает поверхность раздела потоков. Поперечная составляющая скорости w изменяется от положительных значений на внешней границе до отрицательных и имеет S-образный профиль. Поверхность раздела ограничивает область течения в пограничном слое, потоки которого направлены от поверхности $\eta = 180^\circ$ к линии стекания $\eta = 135^\circ$ и потоки, имеющие одинаковое направление с вязким внешним течением. Линия B_3B_4 на поверхности тела является линией растекания. Поверхность раздела потоков определяется значением координаты ζ_p , где $w(\zeta_p) = 0$, в этой точке составляющая скорости w меняет знак.

Наличие в потоке при обтекании тел сложной формы линий стекания и растекания, поверхностей раздела потоков определяет выбор конечно-разностных схем и пространственных шаблонов для расчета характеристик пограничного слоя. В каждой из характерных областей течения поток определяется профилем поперечной составляющей скорости w . Интегрирование уравнений пограничного слоя производится с учетом направлений линий тока. Отметим, что это особенно важно при ламинарном режиме в областях вблизи наветренной и подветренной линий симметрии. В этих областях течение может иметь значительные поперечные скорости w и поток в ряде случаев направлен к плоскости симметрии. Тогда производные по η вычисляются по потоку в зависимости от знака w . Подобные области возникают около плоскости симметрии треугольного крыла [13].

Интенсивность пространственного течения в пограничном слое характеризуется разностью величин углов $\omega_w - \omega_e$, кривые распределения ω_e и ω_w приводятся (ω_w — штриховая линия, ω_e — сплошная) на фиг. 4, а для турбулентного режима течения и на фиг. 4, б — для ламинарного режима. Для турбулентного режима течения (фиг. 4, а) максимальное значение разности $\omega_w - \omega_e$ достигается для $1 \leq z \leq 6$ при $\eta \approx 60, 110^\circ$; для $z > 6$ при $\eta \approx 60, 110, 140^\circ$. С увеличением значений продольной координаты z вторичные течения в пограничном слое возрастают. Направления линий тока внешнего течения и предельных линий тока будут при этом противоположными относительно координатных линий $\eta = \text{const}$.

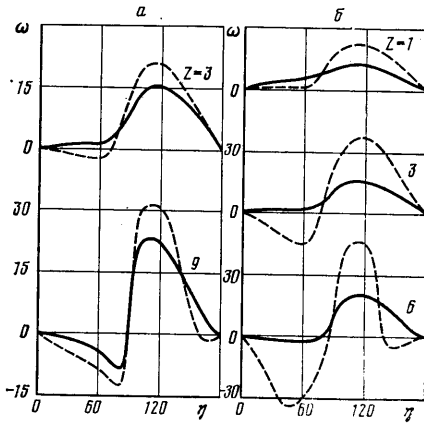
Ламинарный режим течения на телах биеллиптической формы характеризуется значительно большей интенсивностью вторичных течений, чем турбулентный режим. На фиг. 4, б приводятся кривые распределения углов ω_w, ω_e в зависимости от координаты η для различных значений z ($1 \leq z \leq 7$).

Распределение полного локального трения характеризуется коэффициентом $c_{f,\infty} = 2\tau_w(\rho_\infty U_\infty^2)^{-1}$ и приводится на фиг. 5, а для $Re_\infty = 2,5 \cdot 10^7$, $T_w/T_* = 0,3$; $1 - z = 3$; $2 - z = 6$; $3 - z = 9$; $4 - z = 15$. Максимальное значение локального трения достигается при $\eta = 80^\circ$ для всех значений z , т. е. максимальное трение определено на линии растекания C_0C_4 . Минимальное значение трения достигается для $6 \leq z \leq 14$ при $\eta = 135^\circ$, т. е. на линии стекания и на границе образования поверхности раздела потоков. Имеется также локальный минимум на линии стекания A_2A_4 для значений z из интервала $4 \leq z \leq 14$. С увеличением продольной координаты z ($10 \leq z \leq 14$) значения $c_{f,\infty}$ незначительно уменьшаются, решение выходит на решение, близкое к автомодельному по координате z .

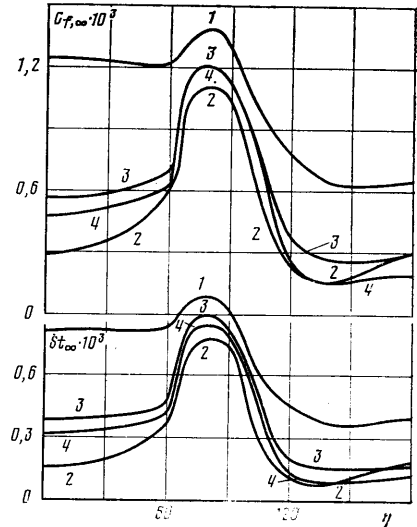
Величина локального теплового потока определяется числом Стантона

$St_\infty = q_w (H_w - H_*)^{-1} \rho_\infty^{-1} U_\infty^{-1}$, кривые изменения которого приведены на фиг. 5, б для тех же значений z , что и на фиг. 5, а. Максимум теплового потока достигается так же, как и трения, при $\eta = 80^\circ$ для всех z , локальные минимумы имеют место на линиях растекания и на поверхности раздела потоков при $\eta = 0; 135^\circ$. Для значений продольной координаты $z \geq 10$ величина теплового потока меняется незначительно с увеличением z до 15.

Толщина пограничного слоя и интегральные толщины заметно различаются на наветренной, подветренной и боковых сторонах тела. Для оценки интегральной толщины вытеснения δ^* определялась толщина вы-



Фиг. 4



Фиг. 5

теснения

$$\delta_1^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) d\xi = \frac{\mu_e}{\rho_e u_e} \sqrt{\text{Re}_\alpha} \int_0^\infty (I - E) d\lambda = \frac{\alpha}{\text{Re}_\alpha} \text{Re}_{\delta_1^*}$$

$$I = \frac{h}{h_e}, \quad E = \frac{u}{u_e}, \quad \lambda = \left(\frac{u_e}{\alpha \mu_e \rho_e} \right)^{1/2} \int_0^\xi \rho d\xi$$

$$\text{Re}_{\delta_1^*} = \frac{\rho_e u_e \delta_1^*}{\mu_e}, \quad \text{Re}_\alpha = \frac{\rho_e u_e \alpha}{\mu_e}$$

Максимальные значения относительная толщина вытеснения δ_1^*/r_0 имеет на наветренной и подветренной сторонах вблизи линий симметрии. При $z=10$ эти величины соответственно равны 0,04 и 0,03; относительная толщина вытеснения δ_1^*/r_0 на боковой кромке на порядок меньше и приблизительно равна 0,003. Для большего значения продольной координаты $z=15$ значения δ_1^*/r_0 возрастают; при $\eta=0$ имеем $\delta_1^*/r_0 \sim 0,07$ и при $\eta=180^\circ$ величина $\delta_1^*/r_0 \sim 0,04$, и несколько уменьшается на боковой кромке: $\delta_1^*/r_0 \sim 0,002$. Следовательно, для $z > 15$ возникает необходимость в учете вязкого и невязкого взаимодействия потоков в областях вблизи линий симметрии на наветренной и подветренной сторонах тела [13, 14].

Затупление носовой части тела в значительной степени влияет на особенности течения и теплообмена на подветренной стороне тела [15, 16], где возможно образование областей повышенного вихревого течения,

взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем и отрыва потока, и приводит к искривлению головной ударной волны, что в итоге оказывает влияние на возникновение неравномерности невязкого потока и образование тонкого энтропийного слоя. Кроме того, при больших значениях продольной координаты ($z > 15$) возможно заметное утоньшение энтропийного слоя и поглощения его пограничным слоем, тогда возникает необходимость в учете неравномерности внешнего невязкого потока [14, 17].

Приведенные результаты численных расчетов характеристик пространственного пограничного слоя на телах биаэллиптической формы, обтекаемых под углом атаки потоком сжимаемого газа, показывают сложный пространственный характер перетекания потоков в пограничном слое и образование значительных вторичных течений, которые в значительной степени определяют величины трения и тепловых потоков на поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Driest E. R., van.* On turbulent flow near a wall.— *J. Aeronaut. Sci.*, 1956, v. 23, № 11, p. 1007–1011.
2. *Adams J. C., Jr.* Three-dimensional compressible turbulent boundary layer on a sharp cone at incidence in supersonic flow.— *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 1974, v. 17, № 5, p. 581–593.
3. *Bontoux P., Roux B.* Compressible turbulent boundary layer on a vawed cone.— *AIAA Journal*, 1976, v. 14, № 5, p. 545–546.
4. *Алексин В. А., Совершенный В. Д.* Численный расчет турбулентного пограничного слоя с резким изменением граничных условий.— В сб.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1977, с. 55–63.
5. *Rainbird W. J.* Turbulent boundary-layer growth and separation on a vawed cone.— *AIAA Journal*, 1968, v. 6, № 12, p. 2410–2416.
6. *Шевелев Ю. Л.* Разностные методы расчета пространственного ламинарного пограничного слоя.— В сб.: Новые применения метода сеток в газ. динамике. Вып. 1. М.: Моск. ун-т, 1974, с. 100–195.
7. *Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В.* Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973. 256 с.
8. *Johnston J. P.* Measurements in a three-dimensional turbulent boundary layer induced by a swept forward-facing step.— *J. Fluid Mech.*, 1970, v. 42, № 4, p. 823–844.
9. *Kays W. M.* Heat transfer to the transpired turbulent boundary layer.— *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 1972, v. 15, № 5, p. 1023–1044.
10. *Петухов И. В.* Численный расчет двумерных течений в пограничном слое.— В сб.: Числ. методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964, с. 304–325.
11. *Алексин В. А., Шевелев Ю. Д.* Численное исследование пространственных турбулентных пограничных слоев. Метод расчета. М., 1980, с. 66. (Препринт Ин-та пробл. механики, № 147).
12. *Михайлов Ю. Я., Нерсесов Г. Г., Чельшева И. Ф.* Численное исследование обтекания сверхзвуковым потоком затупленных тел одного семейства.— *Тр. ЦАГИ*, 1974, вып. 1614. 24 с.
13. *Нейланд В. Я.* К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений. Ч. 2. Двумерные течения и треугольное крыло.— *Уч. зап. ЦАГИ*, 1974, т. 5, № 3, с. 28–39.
14. *Авдучевский В. С.* Влияние кривизны ударной волны на теплообмен при трехмерном обтекании тел сверхзвуковым потоком.— В сб.: Исслед. теплообмена в потоках жидкости и газа. М.: Машиностроение, 1965, с. 29–54.
15. *Боровой В. Я., Давлет-Кильдеев Р. З., Рыжкова М. В.* Об особенностях теплообмена на поверхности некоторых несущих тел при больших сверхзвуковых скоростях.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1968, № 1, с. 101–106.
16. *Майклар Г. И.* Аэродинамическое нагревание подветренной стороны тела при сверхзвуковых скоростях.— *Уч. зап. ЦАГИ*, 1972, т. 3, № 6, с. 130–135.
17. *Moretti G. and Pandolfi M.* Entropy layers.— *Computers and Fluids*, 1974, v. 1, № 1, p. 19–35.

Москва

Поступила в редакцию
13.XI.1981