

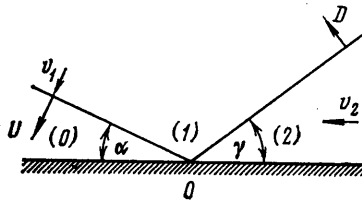
## О РЕГУЛЯРНОМ ОТРАЖЕНИИ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН

УРМАМБЕТОВ С. М.

В работе приведен расчет границ регулярности отражения детонационных волн от жесткой стенки. Предполагается, что детонация инициируется в точке отражения при падении ударной волны на стенку под конечным углом в горючей смеси газов, а распространение детонации вдоль отраженного фронта происходит мгновенно.

Пусть фронт ударной волны, распространяясь по покоящейся горючей смеси газов и не вызывая ее детонации, падает под углом на жесткую стенку и регулярно отражается от нее. В точке отражения инициируется детонация, мгновенно распространяющаяся вдоль отраженного фронта (нулевой толщины). Горючая смесь и продукты реакции считаются совершенными газами.

На фиг. 1 изображена картина течения,  $U$  и  $D$  — соответственно скорости падающего и отраженного фронтов относительно неподвижной стенки,  $\alpha$  — угол падения,



Фиг. 1

$\gamma$  — угол отражения. Величины скорости  $v$ , давления  $p$ , плотности  $\rho$ , скорости звука  $a$  и показателя политропы  $\kappa$  в областях, разделяемых поверхностями разрыва, снабжены индексами 0, 1, 2 соответственно областям, помеченным теми же цифрами на фиг. 1, причем предполагается, что  $\kappa_0 = \kappa_1 = \kappa$ ,  $v_0 = 0$ .

В случае пересжатой отраженной детонационной волны законы сохранения на ее фронте и условие принадлежности точки отражения  $O$  обоим фронтам записываются в виде<sup>1</sup>

$$p_2 - p_1 = \rho_1 (D + v_1 \cos \omega) (v_2 \sin \gamma + v_1 \cos \omega), \quad v_2 \cos \gamma = v_1 \sin \omega$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{\kappa}{\kappa_2 + 1} \left[ M_D^2 - \frac{\kappa_2}{\kappa} + \sqrt{\left( M_D^2 - \frac{\kappa_2}{\kappa} \right)^2 - 2M_D^2 (\kappa_2 + 1) \left[ \frac{\kappa_2 - 1}{a_1^2} q - \frac{\kappa - \kappa_2}{\kappa(\kappa - 1)} \right]} \right] \quad (1)$$

$$\rho_1 (D + v_1 \cos \omega) = \rho_2 (D - v_2 \sin \gamma), \quad U \sin \gamma = D \sin \alpha$$

Здесь  $q$  — тепловыделение единицы массы горючей смеси при переходе через фронт детонации,  $\omega = \alpha + \gamma$ ,  $a_1 M_D = D + v_1 \cos \omega$  — скорость распространения отраженной волны относительно газа в области 1 перед ее фронтом.

Соотношения (1) позволяют получить кубическое уравнение для определения угла отражения

$$A \operatorname{tg}^3 \omega + B \operatorname{tg}^2 \omega + C \operatorname{tg} \omega + D = 0$$

$$A = H \left( \frac{\kappa_2 + 1}{2} H - 1 \right) \operatorname{ctg} \alpha + \left( \frac{\kappa_2}{\kappa} RH + \frac{Q_H}{M^2} \right) \operatorname{tg} \alpha$$

$$B = \left( \frac{\kappa_2}{\kappa} R - \operatorname{ctg}^2 \alpha \right) H + H(1-H) \left( 2 - \frac{\kappa_2 + 1}{2} H \right) + \frac{Q_H}{M^2} [2 - (1-H) \operatorname{tg}^2 \alpha]$$

$$C = H \left( \frac{\kappa_2 - 3}{2} H + 2 \right) \operatorname{ctg} \alpha + \left[ \frac{\kappa_2}{\kappa} R - (1-H)^2 \right] H \operatorname{tg} \alpha + \frac{Q_H}{M^2} [\operatorname{ctg} \alpha - 2(1-H) \operatorname{tg} \alpha]$$

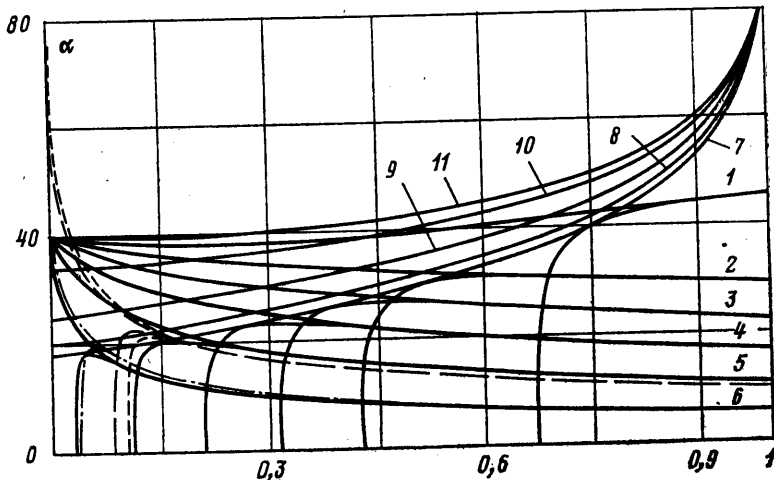
$$D = \frac{\kappa_2}{\kappa} RH - (1-H) H \left( \frac{\kappa_2 - 1}{2} H + 1 \right) - \frac{Q_H}{M^2} (1-H)$$

<sup>1</sup> Зависимости параметров газа за фронтом разрыва от угла наклона фронта для течений с подводом тепла приведены в работе [1].

$$H = \frac{2}{\kappa+1} \frac{M^2-1}{M^2}, \quad R = \frac{(1-\kappa+2\kappa M^2)[(\kappa-1)M^2+2]}{(\kappa+1)^2 M^4}$$

$$Q_H = \frac{\kappa_2-1}{\kappa-1} Q - RM^2 \frac{\kappa-\kappa_2}{\kappa(\kappa-1)}, \quad Q = \frac{\kappa-1}{a_0^2} q \quad (2)$$

Анализ случая, когда отраженная волна является волной Чепмена - Жуге, проведен в системе отсчета, связанной с точкой отражения  $O$ . В этой системе отсчета поток, повернувшись на угол  $\beta$  в падающей волне, движется в области 1 со скоростью  $a_1 M_1$ . Для наглядности можно использовать диаграмму ударной и детонаци-



Фиг. 2

онной поляры при обтекании клина [2]. Угол отражения  $\gamma$  волны Чепмена - Жуге выражается через определяющие параметры задачи

$$\gamma = \arcsin(M_J/M_1) - \beta$$

$$M_J = \sqrt{\frac{\kappa_2+1}{2} \left[ \frac{\kappa_2-1}{\kappa-1} Q_1 - \frac{\kappa-\kappa_2}{\kappa(\kappa-1)} \right]} + \sqrt{\frac{\kappa_2+1}{2} \left[ \frac{\kappa_2-1}{\kappa-1} Q_1 - \frac{\kappa-\kappa_2}{\kappa(\kappa-1)} \right]} + \frac{\kappa_2}{\kappa}$$

$$Q_1 = \frac{Q a_0^2}{a_1^2}$$

Здесь  $M_J$  - число Маха волны Чепмена - Жуге.

На фиг. 2 в плоскости  $(\alpha, p_0/p_1)$  для каждого взятого значения тепловыделения  $Q$  представлена пара кривых (сплошным линиям отвечает показатель политропы, всюду равный 1, 4). Парам кривых 1-6 соответствуют значения тепловыделения  $Q=0,1; 0,5; 1; 2; 10; 20$ . Верхняя кривая - граница регулярности отражения. Нижняя кривая отделяет расположенную под нею подобласть режима Чепмена - Жуге. Обе эти кривые при  $p_0/p_1 \rightarrow 1$  приближаются друг к другу, практически сливаясь на некотором участке, величина которого растет с увеличением  $Q$ , и они имеют общую точку при  $p_0/p_1=1$ . Там же приведены границы регулярности отражения волн, характеризующихся значениями степени перешагивания  $\Phi = 2M_D^2(\kappa+1)Q_1/(M_D^2-1)^2$ . Кривым 7-11 соответствуют значения  $\Phi=1; 0,99; 0,9; 0,5; 0$ .

Известный прием введения фиктивного тепловыделения, заменяющего влияние изменения показателя политропы при переходе через детонационный фронт, в случае регулярного отражения, позволяет достаточно широко использовать семейство границ регулярности, построенное для не меняющегося показателя политропы  $\kappa=1,4$  и различных значений тепловыделения. Существенны два момента. Во-первых, границы регулярности, рассчитанные точно для различных значений  $\kappa$  перед и за отраженным детонационным фронтом, в случае не очень сильных падающих ударных волн достаточно мало отличаются от построенных с учетом фиктивного тепловыделения  $Q_H$ , взятого по формуле (2), и показателя политропы, всюду равного таковому за отраженным фронтом. На фиг. 2 кривая, представленная длинным пунктиром, отвечает  $Q=20$ ,  $\kappa_1=1,4$  и  $\kappa_2=1,15$ , а кривая, изображенная коротким пунктиром, - значениям  $\kappa_2=\kappa_1=1,15$  и тому значению  $Q=Q_H$ , которое дает формула (2) по  $Q=20$ ,  $\kappa_1=1,4$ ,  $\kappa_2=1,15$ . Их отличие при  $p_0/p_1 > 0,15$  составляет  $0,4^\circ$ .

Во-вторых, границы регулярности, построенные для различных значений  $\kappa$  (при  $\kappa = \kappa_1 = \kappa_2$ ), также мало отличаются друг от друга (для  $\kappa = 1.15$  – штрих-пунктирная линия на фиг. 2).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гиллинский С. М., Черный Г. Г. Сверхзвуковое обтекание сферы горючей смесью с учетом времени задержки воспламенения. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 1, с. 20–32.
2. Черный Г. Г. Автомодельные задачи обтекания тел горючей смесью газов. – Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6, с. 10–24.

Фрунзе

Поступила в редакцию  
10.VII.1981

УДК 533.6.011.8

## ОБТЕКАНИЕ «ПЛОСКОЙ» ТРУБКИ ПИТО ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

ПЕРЕПУХОВ В. А.

Методом Монте-Карло рассчитывалось обтекание плоских трубок Пито при угле атаки  $\alpha = 0$  и следующих параметрах течения: число Маха  $M_\infty = 5, 10, 20$ , температурный фактор  $t_w = 1, 0,1$ , число  $Re_0 \in [0 \div 40]$ . Расчеты проведены для двух видов молекул: упругих шаров ( $\mu \sim \sqrt{T}$ ) и псевдомаксвелловских молекул ( $\mu \sim T$ ). Обнаружено наличие сильной немонотонности в поведении зависимости давления на торец в трубке Пито от чисел  $Re_0$  при  $t_w = 0,1$ .

1. Расчет величины давления в трубке Пито в переходном режиме представляет большой интерес для проведения экспериментов в вакуумных трубах и при измерении параметров верхних слоев атмосферы, так как в момент полета число Маха ( $M_\infty$ ), как правило, определяется на основании показаний трубки Пито. При этом интерес представляет зависимость  $p_n/p_{02}$  от числа ( $Re_0$  либо  $Re_\infty$ ), где  $p_n$  – давление на торец трубки Пито, а  $p_{02}$  – давление за прямым скачком. При этом в качестве параметров фигурируют температурный фактор  $t_w = T_w/T_0$ , где  $T_w$  – температура трубки,  $T_0$  – температура торможения, и число  $M_\infty$ .

Так как на практике применяются трубки различной конфигурации, то дополнительными параметрами являются геометрические параметры трубки (удлинение  $L/D$ , толщина стенок и форма входного отверстия). В настоящее время все существующие результаты по расчету течения в трубке Пито получены в грубой постановке и при  $t_w = 1$ . Исключение может составить работа [1], в которой проводились расчеты течения в трубке Пито в режиме первых межмолекулярных столкновений.

2. В настоящей работе для расчета течения в трубке Пито был применен метод Монте-Карло [2–7]. Опишем кратко суть метода. Выбирается некий объем, внутри которого находится трубка. На границах объема задается функция распределения (стенки «трубки» представлялись бесконечными плоскостями). Затем пространство внутри объема, занятое газом, разбивалось на ячейки с линейным размером, меньшим местной длины свободного пробега. В каждую пространственную ячейку помещалось некоторое количество молекул со скоростями, соответствующими начальной функции распределения (вообще говоря, произвольной).

Процессы движения молекул и столкновений между ними рассматривались последовательно, причем столкновения описывались статистически. Выбирался шаг по времени  $t_h$ , который должен быть малым по сравнению со временем свободного пробега молекул.

На первом этапе в течение времени  $t_h$  молекулы неподвижны, но между ними происходят столкновения (сталкиваются молекулы, принадлежащие одной геометрической ячейке); на втором этапе молекулы свободно перемещаются на расстояние  $\Delta r = V t_h$ , где  $V$  – скорость молекулы. На этом же этапе происходит «вброс» молекул в выделенный объем с границ области в соответствии с граничными условиями. Затем снова «замораживаются» координаты молекул, производятся столкновения и т. д. По прошествии  $n$  шагов в системе устанавливается квазистационарное состояние. С этого момента расчет продолжается до тех пор, пока флуктуации газодинамических параметров не будут достаточно малы (до 3%).

Граничные условия ставились следующим образом: на границе вверх по потоку  $x = 0$  (см. фиг. 1) функция распределения молекул по скоростям задавалась невозмущенной и на каждом шаге по времени «вбрасывалось» определенное число молекул в соответствии с величиной потока, пересекающего границу за время  $t_h$

$$\Delta Q_x = n_\infty (2\pi RT_\infty)^{-3/2} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty V_x \exp \left( -\frac{(V-U_\infty)^2}{2RT_\infty} \right) dV t_h F_x$$

где  $F_x$  – площадь границы. На верхней границе  $y = y_h$ , и на границе вниз по потоку в качестве граничных условий использовалось условие отсутствия градиента функ-